

CONICET



CLASE MAGISTRAL DE INVESTIGACION DE LA UNIVERSIDAD AUSTRAL

AÑO 2024

“EL RECORRIDO DE UN MATEMATICO ROSARINO ...”

Domingo Alberto TARZIA

Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Empresariales,

Universidad Austral, sede Rosario

29 noviembre 2024

Clase Magistral de Investigación de la Universidad Austral

Año 2024

Dedicada a mis tres nietos:

- Lautaro (9 años y 6 meses)
- Delfina (3 años y 11 meses)
- Mateo (7 meses)



Resumen

Recorrido en:

- kilómetros por tierra, mar y cielo, para llegar a ciudades argentinas y del mundo en las cuales se realizaron seminarios, comunicaciones, cursos, estadías;
- árbol genealógico (padres e hijos científicos);
- profesores que influyeron en la formación docente y científica;
- coautores de trabajos científicos;
- hitos, dilemas, recuerdos, comentarios y sugerencias;
- revistas, no de matemática, que citan sus trabajos;
- la presentación específica de los temas de investigación abordados, en diferentes áreas científicas.

Los temas de investigación se encuentran en la intersección de la Matemática, de la Física clásica (térmica), de la Ingeniería Química (transferencia de calor) y de la Mecánica de Sólidos.

Definición: Los Problemas de frontera libre son aquellos en los que los dominios de las funciones incógnitas son regiones no totalmente conocidas a priori, es decir son regiones cuyas fronteras son incógnitas suplementarias del problema. En tal caso, uno de los objetivos fundamentales es predecir (en los procesos de cambio de fase) cuál será, en cada instante, la posición de dicha frontera libre.

¿Qué significa ser un ganador en la vida?

Ganar es el reflejo del buen trabajo que uno hace en forma continua, no necesariamente haber logrado el primer puesto.

Por eso,

“ESTE RECORRIDO EN MI VIDA CIENTÍFICA” se ve reflejado en 3 palabras:

PASIÓN (nunca ahorré energía),

PERSEVERANCIA (nunca me di por vencido),

ACOMPañAMIENTO (nunca estuve solo),

y en estas palabras de Amado Nervo en el poema “En paz”:

Amé, fui amado, el sol acarició mi faz.

¡Vida, nada me debes! ¡Vida, estamos en paz!

En resumen,

TRABAJA POR UN ESTILO DE VIDA, NO POR EL DINERO, el cual aparecerá como un corolario.

INTRODUCCIÓN

LA INVESTIGACIÓN es el proceso sistemático de indagar, estudiar y analizar datos y hechos con el fin de obtener nuevos conocimientos, resolver problemas o validar teorías. Es una de las actividades **MÁS COMPETITIVA**; se compete con todo el mundo.

LA INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA es una rama fundamental de la ciencia que busca descubrir nuevos resultados, teorías y métodos para entender, describir y explicar fenómenos a través del **lenguaje abstracto y lógico** de la matemática. Aunque muchas personas asocian la matemática con cálculos y fórmulas, la investigación matemática se enfoca en una variedad de áreas que van desde lo puramente teórico hasta aplicaciones prácticas en la vida cotidiana.

Publicar los **frutos positivos en MATEMÁTICA** es más complicado que en otras áreas.

Ser **profesor (docente-investigador) universitario** es una hermosa tarea que brinda muchas libertades, pero a su vez exige mucha responsabilidad; ser disciplinado todos los días del año.

Recorridos en kilómetros y en tiempos

Cantidad de Viajes desde Rosario al Exterior	60
Cantidad de Viajes en el Exterior	100

Tiempos Fuera de Rosario	Meses	Años
Solo en el Exterior	52	4,33
Solo en Argentina	35,47	2,96
Con mi esposa	49	4,08
Total	136,47	11,37

PROFESORES QUE ME FORMARON

En el grado (UNR, Rosario, 1972):

Miguel Angel FERRERO;

Edmundo ROFMAN.

En el Doctorado (Univ. Paris VI, Francia, 1979):

Haim BREZIS;

Philippe CIARLET;

Georges DUVAUT;

Roland GLOWINSKI;

Pierre RAVIART ;

Guido STAMPACCHIA.

Tesis de Habilitación (Univ. Paris VI, Francia, 1991):

Directores del Trabajo:

Alain DAMLAMIAN; Georges DUVAUT (París, Francia);

Antonio FASANO; Mario PRIMICERIO (Florencia, Italia).

Árbitros designados por la Universidad de Paris VI:

Guy BAYADA (Lyon);

Pierre BÉNILAN (Becanson);

Jacqueline MOSSINO (París).

Jurado:

Guy BAYADA;

Alain BOSSAVIT;

Alain DAMLAMIAN;

Georges DUVAUT (Pres.);

Michel FRÉMOND;

Danielle HILHORST;

Jacqueline MOSSINO;

Olivier PIRONNEAU.

PROFESORES Y COLEGAS DEL EXTRANJERO DE QUIENES

APRENDÍ Y REALICÉ TRABAJOS EN SUS RESPECTIVOS TEMAS DE INVESTIGACIÓN

- Philippe CIARLET (París 1976 - 1979): Análisis Numérico e Inecuaciones variacionales;
- Georges DUVAUT (París 1976 - 1979): Mecánica Continuo, Inecuaciones Variacionales, Problemas Frontera Libre;
- Roland GLOWINSKI (París 1976 - 1979): Análisis Numérico e Inecuaciones Variacionales ;
- Jacques-Louis LIONS (París 1977-1979): Control Óptimo, Análisis Numérico e Inecuaciones Variacionales;
- Guido STAMPACCHIA (París 1978): Inecuaciones variacionales;

- Antonio FASANO (Florencia 1982 – 2003): Problemas Frontera Libre para Ecuación Calor-difusión;
- Mario PRIMICERIO (Florencia 1982 – 2003): Problemas Frontera Libre para Ecuación Calor-difusión;
- Riccardo RICCI (Florencia 1982 – 2003): Problemas Frontera Libre para Ecuación Calor-difusión;
- Fabio Rosso (Florencia 2013 – 2017): Problemas Frontera Libre para Ecuación Calor-difusión;

- Philippe SOUPLET (París 1997 - 1998): Análisis y Problemas Frontera Libre para Ecuación Calor;
- Mahdi BOUKROUCHE (Saint Etienne 2006 – 2016): Control Óptimo e Inecuaciones variacionales;

- Stanislaw MIGÓRSKI (Cracovia 2017-2024): Análisis, Inecuaciones Hemivariacionales, Mecánica Contacto;
- Mircea SOFONEA (Perpignan 2019-2024): Análisis, Inecuaciones Hemivariacionales, Mecánica Contacto.

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN LA FCE-ROSARIO

- **Director:** Domingo Tarzia;
- **Investigadores de CONICET:** Dra. Julieta Bollati, Dra. Adriana Briozzo, Dra. Sabrina Roscani, Dr. Domingo Tarzia;
- **Becarios Postdoctorales de CONICET:** Dr. Lucas Venturato, Dr. Guillermo Umbricht;
- **Becarios Doctorales de CONICET:** Lic. Mara Rossani, Lic. Ernesto Borrego;
- **Docentes- investigadores en la FCE-Rosario:** Dra. Ma. Fernanda Natale, Dr. José Semitiel

- **Otros colaboradores de Domingo Tarzia en la actualidad (Año 2024):**

En Argentina:

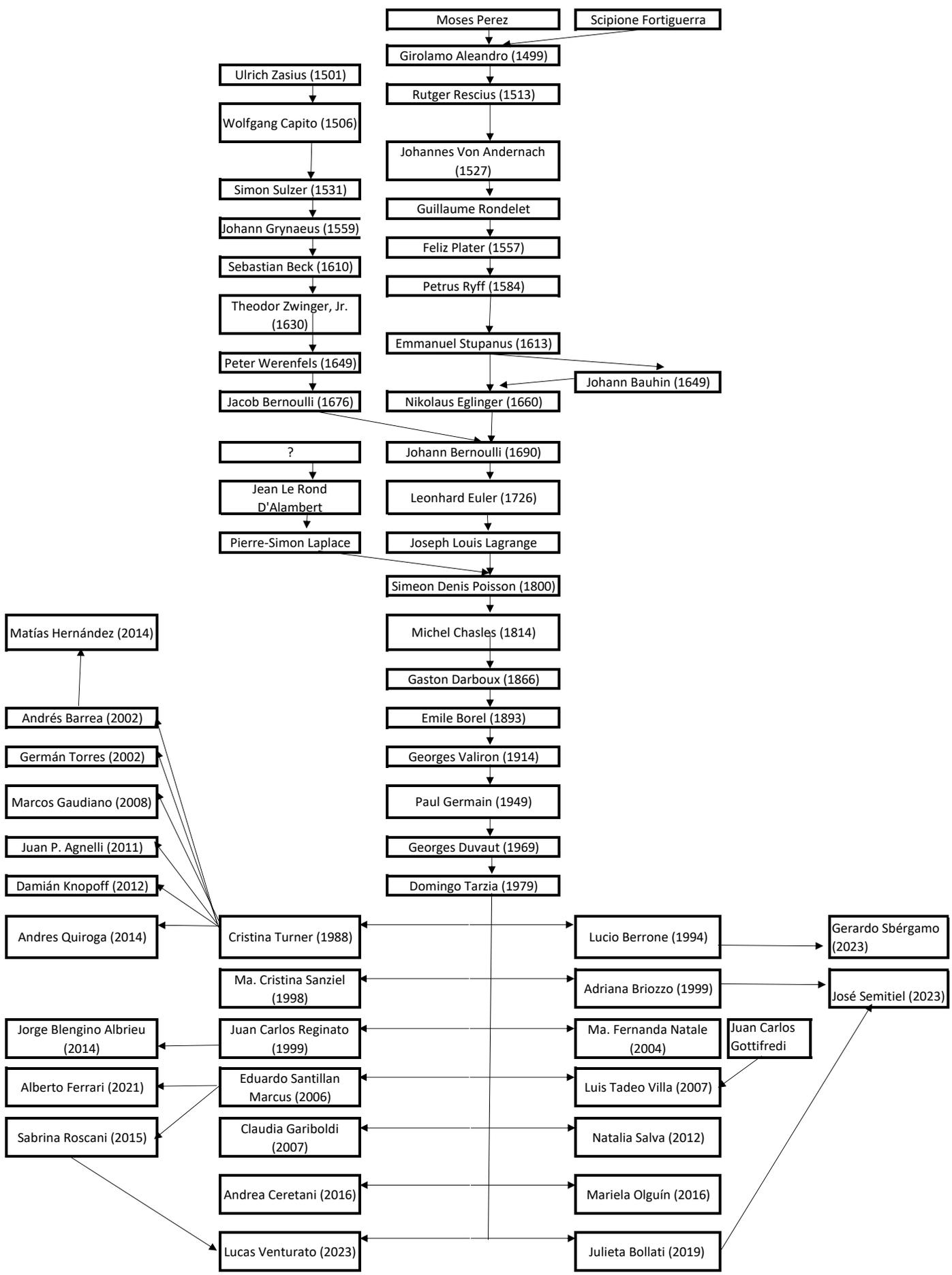
- **Docentes- investigadores en la CNEA (Bariloche):** Dra. Natalia Salva;
- **Docentes- investigadores en la UNR (Rosario):** Dra. Mariela Olguín;
- **Docentes- investigadores en la UNRC (Río Cuarto):** Mgt. Carolina Bollo, Dra. Claudia Gariboldi, Mgt. Andrea Maero, Lic. Paulo Pascal, Dr. Juan Reginato;
- **Docentes- investigadores en la UNSAM (San Martín, Provincia Buenos Aires):** Dra. Diana Rubio;

En el Extranjero:

- **Mircea Sofonea (Francia), Anna Ochal (Polonia), Stanislaw Migórski (Polonia), Piotr Bartman (Polonia), Wiktor Prządka (Polonia), Ma. Teresa Cao Rial (España).**

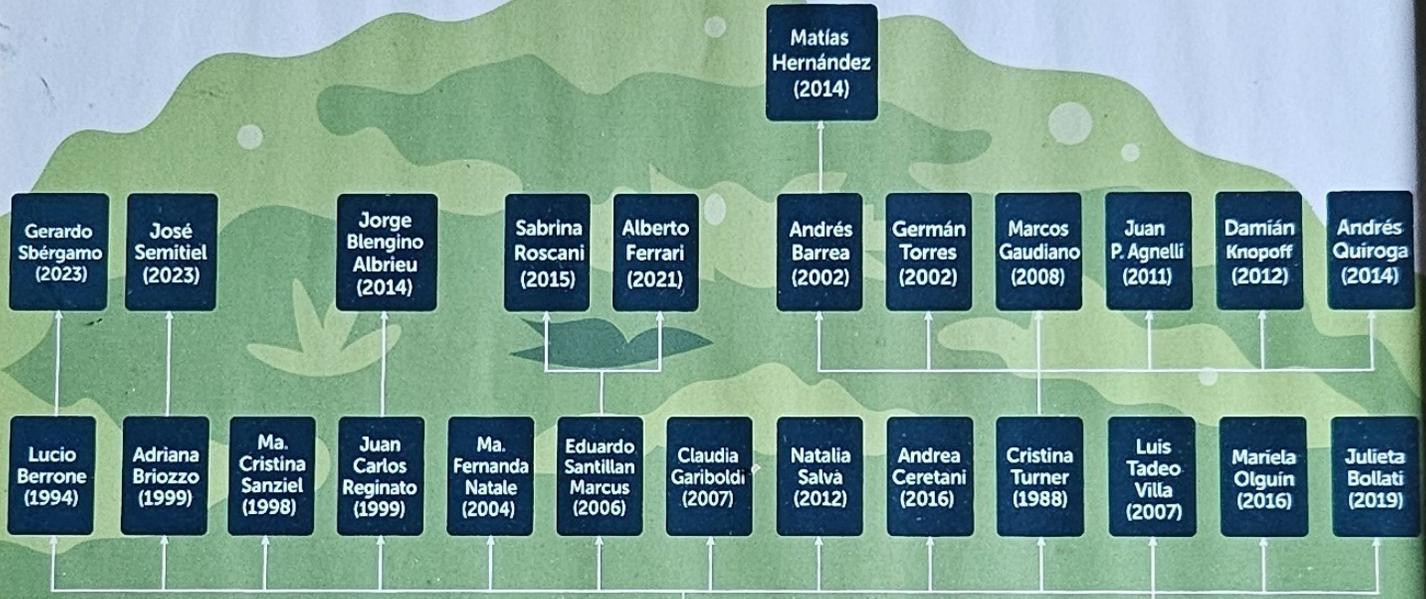
Publicaciones: El grupo publica en numerosas revistas científicas de primer nivel internacional tanto en cantidad como en calidad.

GENEALOGY MATHEMATICS PROJECT
ANCESTORS AND DESCENDENTS of Domingo Alberto TARZIA



ANCESTORS AND DESCENDENTS OF DOMINGO ALBERTO TARZIA

Update 07/12/2023



Domingo Tarzia (1979)

Juan C. Gottifredi



84 COAUTORES DE TRABAJOS CIENTÍFICOS (Publicados, en Prensa, en Preparación)

ARGENTINA (56):

- **Rosario** (27): Juan Carlos Arderius; Alicia Báncora; Lucio Berrone; Julieta Bollati; Adriana Briozzo; Isolda Cardoso; Nahuel Caruso; Horacio Castellini; Mariela Cirelli; Graciela Garguichevich; Roberto González; Demian Goos; Miguel Lara; Ariel Lombardi; Elina Mancinelli; Gerardo Martinez; Mabel Medina; María Fernanda Natale; Mariela Olguin; Rodolfo Oviedo; Sabrina Roscani; Mara Rossani; Eduardo Santillan Marcus; María Cristina Sanziel; José Semitiel; César Stoico; Lucas Venturato;
- **Río Cuarto** (10): Jorge Blengino Albrieu; M. Bettera Marcat; Carolina Bollo; Alberto Cantero; María Dzioba; Claudia Gariboldi; Adriana González; Andrea Maero; Paulo Pascal; Juan Carlos Reginato;
- **Buenos Aires** (9): Gabriel Acosta; Julio Bouillet; Andrea Ceretani; Javier Etcheverry; Marcela Morvidone; Diana Rubio; Nicolás Saintier; Laura Salinas; Guillermo Umbricht;
- **Salta** (3): Hugo Destefanis; Eleonora Erdmann; Luis Villa;
- **La Plata** (2): Rodolfo Mascheroni; Viviana Salvadori;
- **Bahía Blanca** (1): María Cristina Maciel;
- **Córdoba** (1): Cristina Turner;
- **San Carlos de Bariloche** (1): Natalia Salva;
- **San Miguel de Tucumán** (1): Andrés Will;
- **Santa Fe** (1): Rubén Spies;

EXTERIOR (28):

Italia (7):

- **Florenca:** Elena Comparini; Antonio Fasano; Mario Primicerio; Mirta Stampella;
- **Florenca – Ancona – Milán – Florenca:** Riccardo Ricci
- **Florenca – Padova:** Paola Mannucci;
- **Florenca – Roma – Florenca:** Roberto Gianni;

Polonia (6):

- **Cracovia:** Piotr Bartman; Anna Ochal; Wiktor Przada; Stanislaw Migórski;
- **Varsovia** Eugenius Bobula; Kristina Twardowska;

Francia (4):

- **Perpignan:** Mircea Sofonea;
- **Saint Etienne – Lyon:** Mahdi Boukrouche;
- **Versailles:** Philippe Souplet;
- **Villetaneuse:** Hamid Ghidouche;

Estados Unidos (4):

- **Detroit:** José Luis Menaldi;
- **Minneapolis:** Fernando Reitich; Eduardo Tabacman;
- **Rochester:** Meir Shillor;

China (2):

- **Nanjing – Yulin:** Shenga Zeng;
- **Xingtian:** Lang Zou;

Australia (1):

- **Sydney:** Colin Rogers;

España (1):

- **La Coruña:** María Teresa Cao Rial;

India (1):

- **Bangalore:** S.C. Gupta;

Rusia (1):

- **Barnaul:** Anna Petrova;

Vietnam (1):

- **Hanoi:** Van Thien Nguyen

173 Ciudades en las cuales se han realizado: Comunicaciones, Conferencias, Cursos, Seminarios, Visitas, etc.

Argentina (66):

Bahía Blanca; Buenos Aires; Camilo Aldao; Carlos Paz; Casilda; Córdoba; Comodoro Rivadavia; Corrientes; Cruz Alta; El Bolsón; Embalse de Río Tercero; Firmat; Formosa; Huerta Grande; Puerto Iguazú; La Banda; La Falda; La Plata; Mar del Plata; Mendoza; Mercedes; Merlo; Miramar; Necochea; Neuquén; Nuevo de Julio; Paraná; Pilar; Pinamar; Posadas; Puerto Madryn; Rafaela; Rawson; Resistencia; Río Tercero; Río Cuarto; Río Gallegos; Rosario; Rufino; Salta; San Antonio de los Cobres; San Bernardo del Tuyú; San Carlos de Bariloche; San Genaro; San Jorge; Santa Fe; San Juan; San Luis; San Miguel de Tucumán; Santiago del Estero; Tandil; Totoras; Trelew; Uspallata; Villa La Angostura; Villa Calamuchita; Villa del Dique; Villa General Belgrano; Villa Gesell; Villa Giardino; Valle Hermoso; Vaquerías; Villa Mercedes; Villa Rumipal; Mar de Ajó; Yapeyú;

Países del Extranjero (107):

Italia (37): Amalfi; Ancona; Arena; Assisi; Bologna; Brindisi; Capri; Como; Dasa; Erice; Falerna; Florencia; Gaeta; Genova; Lamezia Terme; Lecce; Lucca; Milán; Montecatini; Napoles; Padova; Pavía; Palermo; Pisa; Pompeya; Positano; Reggio Calabria; Roma; Salerno; Siena; Trapani; Trieste; Turín; Verona; Venezia; Vibo Valentia; Vinci;

Francia (13): Antibes; Burdeos; Lyon; Maubuisson; Montpellier; Niza; Noisy Champs; Paris; Perpignan; Rocquencourt; Saint Etienne; Versailles; Villetaneuse;

Brasil (10): Aguas do Lindóia; Campinas; Foz de Iguazú; Gramado; Joao Pessoa-Paraiba; Florianopolis; Natal; Río de Janeiro; Porto Alegre; San Pablo;

Alemania (9): Aachen; Berlín; Chiemsee; Colonia; Frankfurt; Hamburgo; Irsee; Julich; Munich;

Polonia (6): Bedlewo; Cracovia; Katowice; Poznan; Varsovia; Zakopane;

Estados Unidos (6): Arlington; Detroit; Miami; New York; Orlando; Washington;

Canadá (4): Montreal; Toronto; Vancouver; Windsor;

Chile (4): Concepción; Santiago de Chile; Valparaíso; Viña del Mar;

España (4): Barcelona; Granada; Madrid; Sevilla;

Perú (4): Cusco; Lima; Machu Picchu; Trujillo;

Grecia (2): Atenas; Heraklion-Creta;

Inglaterra (2): Cambridge; Londres;

Japón (2): Chiba; Tokio;

Portugal (2): Coimbra; Lisboa;

Suiza (2): Ginebra; Zurich;

Bélgica (1): Brujas;

Dinamarca (1): Copenhague;

Ecuador (1): Quito;

México (1): Cancún;

Mónaco (1): Montecarlo;

Paraguay (1): Asunción;

Países Bajos (1): Amsterdam

Slovenia (1): Bled;

Suecia (1): Estocolmo;

Uruguay (1): Punta del Este;

COMUNICACIONES CIENTIFICAS EN DIVERSOS CONGRESOS

Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina:

Corrientes y Resistencia (1979); Salta (1980); Asunción (Paraguay, 1981); Neuquén (1982); San Miguel de Tucumán (1983); Córdoba (1984); Salta (1985); Paraná – Santa Fe (1986); Bahía Blanca (1987); San Juan (1988); Rosario (1989); San Luis (1990); Santiago del Estero (1991); Tandil (1992); Neuquén (1993); Buenos Aires (1994); Río Cuarto (1995); Salta (1996); Córdoba (1997); San Carlos de Bariloche (1998); La Plata (1999); Rosario (2000); Santa Fe (2002); Río Cuarto (2003); Neuquén (2004); Salta (2005); Bahía Blanca (2006); Córdoba (2007); Mendoza (2008); Mar del Plata (2009); Tandil (2010); Rosario (2013); San Luis (2014); Santa Fe (2015); Bahía Blanca (2016); Buenos Aires (2017); La Plata (2018); Mendoza (2019); Virtual (2020); Virtual (2021); Neuquén (2022).

Congreso Anual de Física (Asociación Física Argentina):

Villa Giardino (1979); San Luis (1981); La Plata (1982); Buenos Aires (1984); Rosario (1985); Mar del Plata (1988); San Luis (1989); San Miguel de Tucumán (1991); Buenos Aires (1992); Rosario (1993); Villa Giardino (1994); San Carlos de Bariloche (1995); Tandil (1996); San Luis (1997); Buenos Aires (2000); Huerta Grande (2002); San Carlos de Bariloche (2003); Bahía Blanca (2004); Merlo (2006); Buenos Aires (2008); Rosario (2009); Mendoza (2010); Montevideo (Uruguay, 2011); Córdoba (2012); San Carlos de Bariloche (2013); San Luis (2015); La Plata (2017).

Congresos sobre Problemas de Frontera Libre y Ecuaciones Diferenciales Parciales:

Rosario (1983); Maubuisson (Francia, 1984); Rosario (1986); Irsee-Bavaria (Alemania, 1987); Rosario (1988); Montreal (Canadá, 1990); Rosario (1992); Milán (1993); Rosario (1994); Zakopane (Polonia, 1995); Bled (Slovenia, 1995); Heraklion-Creta (Grecia, 1997); Rosario (1998); Chiba (Japón, 1999); Buenos Aires (2000); Coimbra (Portugal, 2005); Rosario (2005); Estocolmo (Suecia, 2008); Mar del Plata (2009); Gaeta (Italia, 2009); Gaeta (Italia, 2012); Chiemsee (Alemania, 2012); Cambridge (Inglaterra, 2014); Lyon (Francia, 2015); Shanghai (China, 2017); Buenos Aires (2017); Joao Pessoa-Paraiba (Brasil, 2024).

Congresos de Matemática Aplicada:

Santiago de Chile (1981); Porto Alegre (Brasil, 1995); Hamburgo (Alemania, 1995); Roma (Italia, 1997); Buenos Aires (2002); Trujillo (Perú, 2004); Florencia (Italia, 2007); Zurich (Suiza, 2007); Córdoba (2007); Buenos Aires (2009); Quito (Ecuador, 2009); Rosario (2009); Bahía Blanca (2011); Vancouver (Canadá, 2011); Aguas de Lindóia-San Pablo (Brasil, 2012); Rosario (2012); Buenos Aires (2013); Luján (2013); Natal (Brasil, 2014); Tandil (2015); Perpignan (Francia, 2016); Arlington (USA, 2016); Río de Janeiro (Brasil, 2016); Comodoro Rivadavia (2017); Montreal (Canadá, 2017); Perpignan (Francia, 2017); Cracovia (Polonia, 2018); Río Cuarto (2019); Virtual (2011); La Plata (virtual, 2011); Buenos Aires (virtual, 2011); Tingo María (Perú, virtual 2011); Trujillo (Perú, virtual, 2012); Río de Janeiro (Brasil, 2023); Santa Fe (2013); Bedlewo (Polonia, 2023).

Congresos de Mecánica Computacional:

Paraná – Santa Fe (1985); Carlos Paz (1988); San Carlos de Bariloche (1989); Mar del Plata (1990); Paraná – Santa Fe (1991); San Carlos de Bariloche (1997); Buenos Aires (1998); Córdoba (2001); Bahía Blanca (2003); Buenos Aires (2005); Córdoba (2007); Tandil (2009); Buenos Aires (2010); Rosario (2011); Salta (2012); Mendoza (2013); San Carlos de Bariloche (2014); Buenos Aires (2015); Córdoba (2016); La Plata (2017); San Miguel de Tucumán (2018), Rosario (2024).

Congresos sobre Optimización y Control:

Río Cuarto (2005); Buenos Aires (2009); Erice (Italia, 2010); Rosario (2010); Berlín (Alemania, 2011); Erice (Italia, 2013); Falerna (Italia, 2013); Madrid (España, 2014); Antibes (Francia, 2015); Tandil (2016); Arlington (USA, 2016).

Congresos de Transferencia de Calor y Materia:

La Plata (1982); San Pablo (Brasil, 1986); Guanajuato (México, 1988); Salta (1998); Rosario (2005); Rosario (2012).

Congresos sobre Mecánica del Continuo y Ciencias de Materiales:

Buenos Aires (1979); Brasil (1989); Mar del Plata (1991); Buenos Aires (1993); Saint Etienne (Francia, 1995); Cancún (México, 2022); Barcelona (España, 2022).

Congresos sobre Ciencia del Suelo:

San Carlos de Bariloche (1991); Buenos Aires (1992); Montpellier (Francia, 1998); Varadero (Cuba, 2001); Puerto Madryn (2002); Beijing (China, 2005); Philadelphia (USA, 2006); Perth (Australia, 2011); Istanbul (Turquía, 2013).

Congresos de Docentes de Matemática y Finanzas:

Rosario (2005); Córdoba (2007); Buenos Aires (2009); La Falda (2010); Valle Hermoso (2011); Buenos Aires (2015).

Congresos sobre Educación Matemática:

Sevilla (España, 1996); Salta (1996); Buenos Aires (2003); La Plata (2024).

Encuentros Académico-Tecnológico:

Córdoba (1991); Río Cuarto (1991); Río Cuarto (2003).

Definiciones de la RAE (Real Academia Española)

Comentario: m. Explicación de un texto para su mejor intelección;

Dilema: m. situación en la que es necesario elegir entre dos (o más) opciones igualmente buenas o malas;

Hito: m. Persona, cosa o hecho clave y fundamental dentro de un ámbito o contexto;

Recuerdo: m. memoria que se hace o aviso que se da de algo pasado o de que ya se habló;

Sugerencia: f. Insinuación, inspiración, idea que se sugiere.

DESARROLLO PERSONAL

(Comentarios, Dilemas, Hitos, Recuerdos, Sugerencias, etc.)

Recuerdo: Primaria: muy bueno en Matemática y bueno en español, excepto composiciones. En los 3 últimos años de la escuela primaria la maestra daba 5 problemas de cálculo mental al comienzo de la clase de cada día del año.

Hito: Shock en una de las primeras clases de contabilidad en 1er año secundaria (Colegio La Salle, Rosario, marzo 1964, a los 13 años).

Hito: Olimpíadas lasallanas deportivas. Resultado del Colegio La Salle (Rosario) después de 4 años de preparación y entrenamiento. Sugerencias de los profesores de atletismo y fútbol.

Dilema: ¿Qué estudiar, física, química, ingeniería, matemática, etc.?

Hito: Preuniversitario de lujo para ingresar a la Lic. en Física en la Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería(UNR) con 4 horas por día, 20 horas por semana, durante 4 meses de agosto a noviembre en el 5to año secundaria, durante el segundo semestre del año 1968. Puesta al día de la matemática con lo mejor del secundario en ciencias (Colegio Politécnico de Rosario, UNR). Resalto que en el Pre Universitario solo había cursos de matemática.

3 Cursos (durante 4 meses):

Algebra (10 horas por semana); Geometría (6 horas por semana); Trigonometría (4 horas por semana).

Hito: Inicio Lic. en Física en la UNR, en marzo 1969.

Hito: En agosto 1969, ingreso también a la carrera de Lic. en Matemática que se había iniciado en marzo 1967 en la UNR;

Dilema: Cuando finalicé los dos años de las dos licenciaturas en Física y Matemática, en marzo 1971 **¿Cómo continuo las dos carreras?**

Recuerdo: Durante los años 1970 a 1971 realicé 3 cursos optativos para finalizar la Lic. en Matemática, con 2 profesores japoneses que estuvieron 2 años cada uno en la UNR.

Sugerencia: La Universidad debería tener el presupuesto anual de un profesor exclusivo para hacer concursos internos para invitar profesores extranjeros para realizar estadias de al menos 2 semanas (preferentemente 1 mes) para que trabajen en investigación con grupos formados que publiquen trabajos en forma regular. Se sobreentiende que si el visitante realiza investigación, es muy positivo que ofrezca además algunas conferencias y/o cursillos de posgrado.

Hito: En octubre 1972, obtengo el **primer Diploma de Lic. en Matemática de la UNR.**

Recuerdo: en homenaje al primer licenciado en matemática se realiza una cena con una participación plena de los docentes del área.

Hito: Un profesor extranjero, que trabajaba en Francia, y que visitaba Rosario con frecuencia dando cursos de investigación matemática estuvo presente en la cena y me dejó un legajo escrito: **“Para conocerte como matemático, debes fijarte lo que dice el Mathematical Reviews”**.

Dilema: ¿Aceptar una beca para realizar una escuela de 3 meses en el ICTP (Trieste, Italia) o realizar el servicio militar , en el año 1973, del cual tenía prórroga?

Comentario: Realizo el servicio militar en la ciudad de Santo Tomé, cerca de la ciudad de Santa Fe, en el batallón de Ingenieros. Y gracias a esta elección, conocí a mi esposa, de la cual nunca me separé hasta el día de la fecha.

Hito: Obtengo una beca de perfeccionamiento, en París (Francia) por 9 meses, para realizar estudios de posgrado, desde julio 1976. Inicio la maestría en Análisis Numérico en el actual Laboratoire Jacques-Louis Lions, de primerísima calidad internacional.

Hito: Cursos en París: de avanzada y únicos en el mundo en ese momento en el tema de las inecuaciones variacionales, ecuaciones diferenciales a derivadas parciales, análisis numérico, análisis funcional aplicado y problemas de frontera libre (profesores de primerísimo nivel aún en la actualidad, algunos recientemente fallecidos);

Dilema: Quiénes eran los autores de los libros con los cuales estudiaba en la carrera de grado en Argentina. ¿Eran seres extra-terrestres?

Hito: Descubro, en París, que los autores de los libros eran personas que los tenía a mi alcance y no eran seres extra-terrestres (octubre 1976);

Dilema: Obtengo la extensión de 6 meses para terminar la maestría, pero sin renovación extra de la beca para realizar el doctorado.

¿Regreso a Argentina o extendiendo la estadía en París, sin beca, para realizar el doctorado?

La decisión fue la de permanecer en París, con la ayuda invaluable de mi esposa.

Dilema: ¿A qué Director de Tesis elegir? ¿Continuar en el Instituto de Análisis Numérico con el Prof. Roland Glowinski (director de la tesis de maestría) o en el Instituto de Mecánica Teórica con el Prof. Georges Duvaut?

Elijo como Director al Profesor Georges Duvaut y termino el doctorado en menos de 2 años.

Comentario: Tuve una excelente colaboración del Prof. Roland Glowinski (hijo académico del Prof. Jacques-Louis Lions) al permitirme ir a su Instituto y usar sus instalaciones, a pesar de no haberlo elegido.

Hito: El 8 de marzo de 1979, obtengo el Doctorado en Matemática Aplicada (Especialidad: Mecánica Teórica de Sólidos) en la Universidad Pierre-et-Marie-Curie (Univ. Paris VI - Jussieu).

Comentario: Tuve una excelente relación con las bibliotecas de Matemática, Física, Química, Ciencia de Suelos en París (Francia) y con la de Matemática en Florencia (Italia). Descubrí lo que significa la **lectura veloz** para la búsqueda manual de textos en los trabajos científicos para detectar rápidamente los que sean de utilidad.

Recuerdo: En marzo 1979, envié ejemplares de mi tesis de doctorado a los Prof. Claudio Baiocchi (Pavía) y Prof. Antonio Fasano (Florencia) y Prof. Mario Primicerio (Florencia). Éste último me contesta y lo visito en Florencia para conocerlo y hacer planes futuros.

Recuerdo: A mediados de julio 1979 regreso a Argentina, después de haber fotocopiado y comprado los artículos científicos y libros más importantes que permitiesen continuar la investigación en Argentina, y de haber enviado por correo más de 800kg de material.

Dilema: Ya en Argentina, **¿En qué Universidad o Instituto trabajar,** teniendo propuestas de la UNL (muy pobre propuesta) e INTEC (brillante propuesta) en la ciudad de Santa Fe y la UNR en la ciudad de Rosario?

Decido permanecer en Rosario por cercanía y familia, pero reconociendo que la Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería (UNR) era muy pobre desde el punto de vista de la investigación en matemática.

Dilema: ¿Cómo comienzo a hacer mis investigaciones en una facultad donde, en ese momento, no se realizaba investigación en matemática?

Comentario: Realizo cursos de posgrados (por ejemplo: “**Las ecuaciones e inecuaciones variacionales en la mecánica del continuo. Teoría, aplicaciones y aproximación numérica**”) y la dirección de proyectos de investigación en la UNR desde el segundo semestre de 1979; Comienzan a acercarse matemáticos, físicos e ingenieros.

En marzo 1980, dicto otro curso “**Las inecuaciones variacionales elípticas aplicadas a problemas de frontera libre**” en el CLAMI (CONICET) – Centro Latinoamericano de Matemática e Informática (Buenos Aires) y se publica un libro de 200 páginas por CONICET.

Dilema: Durante el mes de octubre de 1979 se realiza en Pavía (Italia) una **Escuela de Matemática sobre problemas de frontera libre e inecuaciones variacionales** (mí tema). ¿Debería haber ido?

Dilema: En junio de 1981, los Profesores Antonio Fasano y Mario Primicerio organizan el **primer congreso internacional de problemas de frontera libre** (mi tema de investigación). ¿Debería haber ido?

Sugerencia: No sólo se deben publicar los trabajos que uno realiza en adecuadas revistas científicas y libros en una buena editorial, sino que también es especialmente muy importante en comunicar dichos resultados en los congresos de su especialidad a los efectos de consolidar su presencia nacional e internacional.

Hito: Durante el año 1981 obtengo una **beca posdoctoral en la Universidad de Florencia bajo la dirección del Prof. Mario Primicerio (que trabaja en forma conjunta con A. Fasano)** para realizarla en el período enero-julio 1982.

Recuerdo: Comienzo una relación muy fructífera con la Universidad de Florencia (Italia), liderada por los Profesores Antonio Fasano y Mario Primicerio, que durará más de 35 años durante el período de 1982 al 2017. Entre otros integrantes: Riccardo Ricci, Elena Comparini, Roberto Gianni, Paola Mannucci, Maura Ughi, Danielle Andreucci, Federico Talamucci, Fabio Rosso, Lorenzo Fussi, Angiolo Farina.

Hito: Ingreso al CONICET en 1983 como investigador adjunto sin director a los 32 años;

Hito: Soy uno de los creadores del Doctorado en Matemática en la UNR en 1983;

Hito: Organizo congresos científicos publicando las actas en revistas desde el año 1983;

Al comenzar a ir a diferentes congresos en diversas áreas (matemática, física, ingeniería química, mecánica computacional, etc.) comencé una relación con diversos investigadores y fue así como se iniciaron la organización de congresos en el área, con las colaboraciones de:

Julio Bouillet (Dr. en Matemática, en UBA, Buenos Aires);

Héctor Bertorello (Dr. en Física, en UNC, Córdoba);

Eduardo García (Dr. en Física, en CNEA, Constituyente, Buenos Aires);

Luis Villa (Dr. en Ing. Química, UNSa, Salta).

Hito: En el año 1987, la SBMAC (Sociedad Brasileira de Matemática Computacional) me invitó a dar el minicurso en su congreso anual:

"**The two-phase Stefan problem and some related conduction problems**", Reuniões em Matemática Aplicada e Computação Científica, Vol. 5, Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, Río de Janeiro (1987), (137 páginas).

Dilema: En el año 1989, asumí la responsabilidad de organizar la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina en el mes de octubre en la ciudad de Rosario.

Después de los saqueos en Rosario y en el país de fines de junio de 1989, la hiperinflación y la asunción del Presidente Carlos Menen ¿se realiza o se cancela la reunión?

Hito: Comencé a tener proyectos conjuntos de investigación internacionales con:

- Italia (1988 al 2017): Mario Primicerio, Antonio Fasano, Riccardo Ricci, Fabio Rosso;
- EE.UU. (1989-1990, 2007, 2017): José-Luis Menaldi;
- Francia (1984, 1988, 2005-2016): H. Guidouche, Philippe Souplet, Mahdi Boukrouche;
- Fundación Antorchas (2003 – 2005), coordinando a las Universidades UA, UNR, UNRC, UNSa, UNC, UNL, UNS;
- AFOSR – Air Force Office for Scientific Research (2009 – 2014);
- Comunidad Europea (European Union's Horizon 2020 Grant Agreement 823731 CONMECH): España – Francia - Polonia (2019 – 2024): Mircea Sofonea, Stanislaw Migórski, Angel Rodriguez Aros;

Recuerdo: Comienzo una relación muy fructífera con:

- Wayne State University (EE.UU.) con el Prof. José-Luis Menaldi, durante los períodos 1989 a 1993, 2007 y 2017;
- Universidad de Saint Etienne – Lyon (Francia) con el Prof. Mahdi Boukrouche, durante el período 2005 al 2016;
- Universidad de Perpignan (Francia) con el Prof. Mircea Sofonea, desde 2017 y continúa.
- Jagiellonian University (Cracovia, Polonia) con los Prof. Stanislaw Migórski y Anna Ochal, desde 2017 y continúa.

Dilema: A fines del año 1990, que debo hacer:

a) ¿Emigrar a Italia; buscar un nuevo trabajo?

b) ¿Acepta propuesta de la Universidad Austral - Rosario? (las reuniones se realizaban en la oficina del Director de un Colegio Secundario; era la UA en ese momento).

Hito: Dejé todo para ingresar como primer Profesor Titular Exclusivo de la UA, Rosario (febrero 1991). Con esta decisión se evitó, en gran parte, haber emigrado a Italia, pero teniendo en cuenta que la UA no existía tal como es lo es ahora.

Hito: Creo el Departamento de Matemática en la FCE-Rosario en febrero de 1991, con el objetivo de que la investigación sea una de las actividades importantes, además del dictado de todos los cursos docentes obligatorios que se asignaban.

Hito: Obtengo el diploma de **Habilitación para Dirigir Investigaciones** en la Univ. Paris VI (22 noviembre 1991);

Recuerdo: Organizo, en mayo 1995, el Seminario-Taller: "Cómo pensar, entender, razonar, demostrar y crear en Matemática". Se repitió 7 veces en Rosario y en numerosas ciudades argentinas.

Recuerdo: Obtengo el Premio "Alberto González Domínguez" en Matemática - Año 1996 - otorgado por la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Buenos Aires, 22/11/1996.

Recuerdo: Obtengo el concurso nacional para el dictado de cursos de perfeccionamiento en el Circuito E (Ley Federal de Educación) en las Provincias de Santiago del Estero y Río Negro (300 horas, durante los años 1997 y 1998).

Comentario: Por la falta de la firma final, no se realizó el primer curso virtual de Matemática a los Profesores de los profesorados de toda la Patagonia Argentina (marzo 1999).

Recuerdo: Organizo el "Programa de Formación Superior de Matemática", dirigido a docentes del área de Matemática con títulos terciarios o universitarios, marzo 1998.

Hito: Publico el libro:

"**Curso de nivelación de Matemática**", McGraw-Hill Interamericana, Santiago de Chile (2000) (381 páginas). ISBN: 956-278-091-0. Tuvo versiones previas publicadas por la UA (1993).

Hito: Creo y dirijo la **revista MAT** en la FCE-Rosario, a partir del año 2000;

Hito: Logro la Promoción a Investigador Superior de CONICET en junio de 2003 a los 52 años;

Hito: Trabajo en la creación de AR-SIAM (Capítulo argentino de SIAM – Society for Industrial and Applied Mathematics) en 2006 y de ASAMACI – Asociación Argentina de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, en 2008 siendo Presidente durante 6 años en el período de mayo 2011 - mayo 2017.

Hito: Obtengo la **Insignia Dorada**, otorgado por el CONICET, Rosario, 10 de abril de 2008.

Hito: Origino el Doctorado en Matemática Aplicada y Computacional en la FCE-Rosario (UA), presentado a CONEAU en abril 2019, y en funcionamiento desde 2022.

Hito: Publico el **Paper No. 200:**

M. SOFONEA – D.A. TARZIA, “Well-posedness and Convergence Results for History - dependent Inclusions”, Numerical Functional Analysis and Optimization, Online Publication: 15 Nov 2024.

DOI: <https://doi.org/10.1080/01630563.2024.2423246>

SUGERENCIAS GENERALES

- Tener pasión, pasión y pasión !!! . Como para cualquier actividad creativa y competitiva.
- Cuando uno está muy motivado puede quedarse trabajando muchas horas sin importar la comida, el descanso y el momento del día-noche en que uno se encuentre.
- Al inicio del estudio de un problema a resolver es conveniente primero realizar la resolución mental, dejar que el cerebro relacione hechos y resultados anteriores antes de ponerse a realizar cuentas.
- Aparece una gran tristeza y stress cuando algo no sale (creación: saturación, incubación, inspiración y verificación)
- Aparece una gran alegría al demostrar algo y publicar un trabajo.
- La investigación y el doctorado van de la mano y es muy difícil hacer investigación si uno no está al lado de una carrera de grado para lograr un semillero y por supuesto de un doctorado.
- Cuando uno investiga lee muchos papers (se asiste a numerosas charlas científicas en seminarios y/o congresos) para encontrar ideas útiles para poder aplicarlas conjuntamente con el conocimiento personal. Para entender correctamente hay que reproducir el paper con todos los detalles, renglón por renglón, haciendo todas las cuentas hechas por el autor del paper, y también aquellas que no se explicitan (puede llevar varias semanas, con más experiencia se reduce el tiempo). Uno debe leer mucho para encontrar nuevas ideas y poder aplicarlas a las que uno domina.
- Cuando uno comienza hay que tener en claro que investigar es trabajar duro, aprender técnicas y procesos con sumo detalles, comprendiendo todo al 100%, siendo el momento más agradable el descubrir tantas cosas nuevas. No se puede crear si no se domina algo muy concreto. Luego con la experiencia, todo comienza a ser más fácil pues uno comienza a relacionar muchos conocimientos previos para alcanzar un objetivo nuevo.

- No empezar a realizar investigación (actividad creativa) si no se tienen al menos 3 a 4 horas libres sin ningún impedimento; lo ideal es no tener un techo en el tiempo al comenzar a realizar algo creativo. Si se tienen menos de 2 horas es muy aconsejable realizar otras tareas más simples, es decir, realizar tareas y actividades que se deben hacer, de todos modos, pero que no necesiten tanta concentración).

SUGERENCIAS A JUNIORS

- Es muy importante insertarse en un grupo con un director a los efectos de aprender no solo la profesión y ciencia sino la gestión de la misma (solicitud de subsidios a distintas fuentes nacionales e internacionales, rendiciones de cuentas, organización de jornadas y congresos nacionales e internacionales, etc.).
- Elegir el tema de investigación, el grupo al cual insertarse y el director en forma adecuada. El director debe estar activo y tener publicaciones recientes en el tema a elegir.
- Tener en cuenta que es más importante elegir un director y grupo adecuado que el tema a investigar (excepto en el caso en que uno tenga una definición muy precisa del tema a investigar).
- La relación humana con el director debe ser excelente (es como la de un matrimonio); es muy difícil trabajar si dicha relación no es la adecuada lo cual rápidamente lleva, casi siempre, a la ruptura.
- Estar bajo la dirección de un Director de Investigación durante un tiempo razonable antes de independizarse, y aun así mantenerse unido a él (salvo excepciones).
- No hay que apresurarse a ser director, todo llegara a su tiempo. Lo más difícil es ser secretario de uno mismo.

SUGERENCIAS A SENIORS

- Ser generosos con sus colegas, compañeros, discípulos y alumnos.

FRASES ÚTILES

Thomas Alva Edison:

- **el genio es 1% de inspiración y 99% de transpiración;** lo mismo ocurre para cualquier deportista y académico de élite;

Comentario: explicaciones del futbolista Messi (Argentina), del basquetbolista Ginobili (Argentina), del automovilista Traverso (Argentina), del tenista Federer (Suiza), del basquetbolista Curry (EE.UU.), y lo realizado por el Club Inter de Miami (EE.UU.);

Louis Pasteur:

- **la suerte favorece a los espíritus preparados;** En el campo de la investigación el azar no favorece más que a los espíritus preparados;

Richard Feymann:

- el problema es transformarlo en uno que ya se sepa cómo resolverlo;
- Dividir el problema en partes más simples y analizarlas desde diferentes perspectivas;

Neil Armstrong:

- Investigar es crear nuevo conocimiento;

Mao Tse Tung:

- La investigación se asemeja a los largos meses de gestación, y la solución del problema, al día del nacimiento. Investigar un problema es resolverlo;

Alexander Fleming:

- El investigador sufre las decepciones, los largos meses pasados en una dirección equivocada, los fracasos. Pero los fracasos son también útiles, porque, bien analizados, pueden conducir al éxito. Y para el investigador no existe alegría comparable a la de un descubrimiento, por pequeño que sea;

Santiago Ramón y Cajal

- No se enseña bien sino lo que se hace y quien no investiga no enseña a investigar;

Albert Einstein:

- La mente es como un paracaídas... Solo funciona si la tenemos abierta;
- La imaginación es más importante que el conocimiento. El conocimiento es limitado. La imaginación rodea al mundo;
- Una locura es hacer la misma cosa una y otra vez esperando obtener resultados diferentes. Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo;
- Si tu intención es describir la verdad hazlo con sencillez;
- Una persona que nunca ha cometido un error nunca inventa nada nuevo;

- Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como la oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber;
- El arte más importante de un maestro es saber despertar en sus alumnos la alegría de conocer y crear;
- El valor de una educación universitaria no es el aprendizaje de muchos hechos, sino el entrenamiento de la mente para pensar;
- Primero tienes que aprender las reglas del juego, y después jugar mejor que nadie;
- Ninguna cantidad de experimentación puede probar definitivamente que tengo razón; pero un solo experimento puede probar que estoy equivocado;
- El valor de un hombre debe medirse por lo que da y no por lo que es capaz de recibir;

Marie Curie:

- No tengo vestidos excepto el que uso todos los días. Si va a ser tan amable de darme uno, deje que sea práctico y oscuro para que pueda ponérmelo después de ir al laboratorio;

Anónimo (al que adhiero totalmente):

- Si en una universidad, alguien es excelente en investigación (siendo bueno en docencia) entonces hay que abrirle el camino para que crezca académicamente. Si hay concursos seguramente ganará, en cambio si no hay concursos seguramente se marchará.

The experimental determination of the coefficients $h_0 > 0$ and $\sigma > 0$ (when necessary) can be obtained by the least squares in the following expressions respectively

$$(2 \text{ bis}) \quad h_0 = - \frac{1}{2} k_2 T_{2x}(0, t) = - \frac{1}{2} \cdot (\text{heat flux in } x=0 \text{ at time } t) \text{ for all } t > 0$$

$$(4 \text{ bis}) \quad \sigma = \frac{s(t)}{2 t^{1/2}}, \text{ for all } t > 0,$$

through a discrete number of measurement at time t_1, t_2, \dots, t_n of the corresponding quantities. An experimental work [2] is in preparation to evaluate the theoretical results of this paper.

Other methods for the calculation of thermal coefficients have been given, in [3, 5, 6] (in [35] we can obtain numerous references on physical and mathematical methods for the determination of thermal coefficients).

aparte) The results of this paper have been presented in [28]

and generalize those obtained for the Lamé-Clapeyron problem [7, 11, 17, 27, 29-31] in [33, 35].

From now on, we shall consider the new variables:

$$(6) \quad \text{i) } \xi_1 = \frac{\sigma}{a_1}, \quad \text{ii) } \xi_2 = \frac{\sigma}{a_2}$$

III. DETERMINATION OF A THERMAL COEFFICIENT. SOLUTION OF PROBLEM (P1)

To simplify the building of Table 1, let us consider the following restrictions:

$$(71) \begin{cases} 0 \leq \psi(x) \leq \alpha_1 [1 - \exp(-\eta_1(b-x)/\alpha_2)], & x \in [0, b] \\ 0 \geq \psi(x) \geq -\alpha_2 [1 - \exp(-\eta_2(x-b)/\alpha_1)], & x \in [b, 1] \end{cases}$$

Las dos condiciones dadas en (71) indican que $\psi(b) = \psi(b) = 0$ y que las funciones ψ_j son localmente Lipschitz en $x=b$.

(c) se asume que

$$(72) \quad \Gamma = \text{Max} (2K_2 \epsilon_1 / \alpha_2, 2K_1 \epsilon_2 / \alpha_1) < 1$$

donde

$$(73) \quad \epsilon_1 = \text{Max}(B_1, \alpha_1), \quad \epsilon_2 = \text{Max}(B_2, \alpha_2).$$

DEFINICION 1. Por una solución u, v, s del problema de Stefan (68), se entiende que:

- i) Las derivadas de u y v que aparecen en las ecuaciones (68i,ii) son funciones continuas en sus respectivos dominios de definición; u y v son continuas en la clausura de tales dominios excepto en los puntos...

[1] A.B. BANCORA - J.A. TARZIA, "On the Neumann solution for the two-phase Stefan problem including the security jump at the free boundary", *Int. Am. J. Heat Mass Transf.*, 9(1985), 215-222.

[2] J.E. BOUILLET, "Algunos resultados sobre ecuaciones de tipo parabólico", *CUADERNOS del Instituto de Matemática "Beppo Levi", Rosario (1984), N° 11, 63-74.*

[3] H.S. CARSLAW - J.C. JAEGGER, "Conduction of heat in solids", Oxford University Press, London (1959).

[4] J.R. CANNON - J. DOUGLAS, Jr. - C.D. HILL, "A multi-boundary Stefan problem and the disappearance of phases", *J. Math. Mech.*, 17(1967), 21-33.

[5] J.R. CANNON - C.D. HILL, "Existence, uniqueness, stability and monotone dependence in a Stefan problem for the heat equation", *J. Math. Mech.*, 17(1967), 1-19.

[6] J.R. CANNON - M. PRIMICERIO, "A two phase Stefan problem with temperature boundary conditions", *Annali Mat. Pura Appl.*, 88(1971), 177-191.

[7] J.R. CANNON - M. PRIMICERIO, "A two phase Stefan

[30] A.D. SOLOMON - D.G. WILSON - V. ALEXIADES, (52)
"Explicit solutions to phase change problems", *Quart. Appl. Math.*, 41(1983), 237-243.

[31] A.D. SOLOMON - V. ALEXIADES - D.G. WILSON - J. DRAKE,
"On the formulation of hyperbolic Stefan problems",
Quart. Appl. Math., 43(1985), 295-304.

[32] M.L. STORM, "Heat conduction in simple metals", *J. Appl. Physics*, 22(1951), 940-951.

[33] L.N. TAO, "The Stefan problem with arbitrary initial and boundary conditions", *Quart. Appl. Math.*, 36(1978), 223-233.

[34] L.N. TAO, "On free boundary problems with arbitrary initial and flux conditions", *ZAMP*, 30(1979), 416-426.

[35] D.A. TARZIA, "An inequality of the coefficient σ of the free boundary $s(t) = 2\sigma\sqrt{t}$ of the Neumann solution for the two-phase Stefan problem", *Quart. Appl. Math.*, 39(1981-82), 491-497.

Recorrido en la Formación Matemática (desde mi óptica personal)

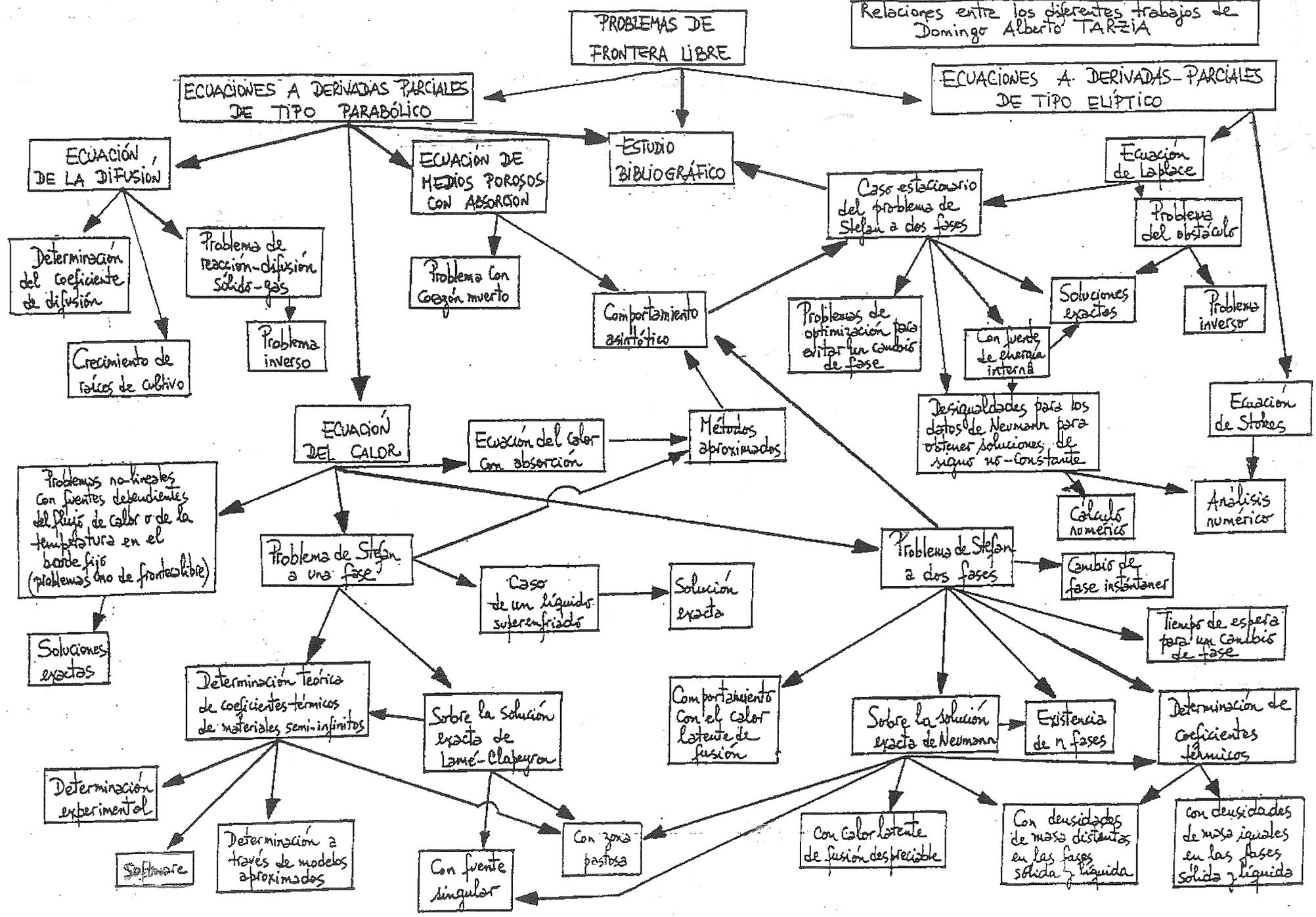
Ciclo Básico Lic. en Matemática (Años 1 y 2)	:	Análisis	Algebra	Geometría	Física - Mecánica
---	---	----------	---------	-----------	-------------------

Ciclo Superior Lic. en Matemática (Años 3 y 4)	:	Análisis Real: Medida e Integral de Lebesgue, Espacios L^p	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Básicas	Ecuaciones Diferenciales Parciales Básicas - Series de Fourier	Análisis Funcional Básico: Espacios Normados, Banach y Hilbert, Distribuciones	Análisis Numérico Básico: Algebra Lineal, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
---	---	--	---	--	--	---

Doctorado en Matemática (año 1): Cursos Obligatorios	:	Ecuaciones Diferenciales Parciales Avanzadas	Análisis Funcional Aplicado	Metodología Investigación
---	---	---	-----------------------------------	------------------------------

Doctorado en Matemática (años 2 y 3): Cursos Optativos	:	Inecuaciones Variaciones Elípticas y Parabólicas	Ecuación del Calor Unidimensional	Problemas de Frontera Móvil y Libre	Ecuaciones Diferenciales Fraccionarias	Optimización y Control Óptimo
			Análisis Numérico Avanzado: Métodos Variacionales y Elementos Finitos	Ecuaciones Integrales	Inecuaciones Hemivariaciones Elípticas	Transferencia del Calor

Relaciones entre los diferentes trabajos de Domingo Alberto TARZIA



ANALYSIS AND CLASSIFICATION

The plan developed is the following:

I. Moving boundary problems for the heat equation

- I.1. One-dimensional case
- I.2. Multidimensional case
- I.3. Physical applications
- I.4. Applications to free boundary problems

II. Free boundary problems for the heat equation

II.1. Free boundary problems of Stefan type

- II.1.1. One dimensional case
 - II.1.1.1. One-phase problem (theoretical, numerical methods and applications)
 - II.1.1.2. Two-phase problem (theoretical, numerical methods and applications)
- II.1.2. Multidimensional case
 - II.1.2.1. One-phase problem (theoretical, numerical methods and applications)
 - II.1.2.2. Two-phase problem (theoretical, numerical methods and applications)
- II.1.3. Others generalities
 - II.1.3.1. Free boundary problems with a gaseous state
 - II.1.3.2. Experimental works
 - II.1.3.3. Solid-liquid interface
 - II.1.3.4. Others applications

II.2. Free boundary problems not of Stefan type

- II.2.1. Diffusion - consumption of oxygen in absorbing tissue
- II.2.2. Flow of two immiscible fluids in a porous medium
- II.2.3. Movement of a compressible fluid through a porous medium
- II.2.4. Impact of a viscoplastic bar on a rigid obstacle
- II.2.5. Chemical reactions between two substances
- II.2.6. Others free boundary problems for the heat equation
 - II.2.6.1. Of an implicit type
 - II.2.6.2. Of an explicit type

Telle est, d'après mon analyse, la véritable cause de la différence que l'observation a manifestée entre les pesanteurs relatives d'un même pendule dans l'état de mouvement et dans l'état de repos. Il s'ensuit que la réduction au vide de la longueur du pendule à secondes, doit être effectivement augmentée, ainsi que M. Bessel l'a remarqué le premier. En appliquant à l'expérience de M. Sabine, citée plus haut, la formule de réduction à laquelle je suis parvenu, on trouve l'excès du nombre d'oscillations dans le vide sur ce nombre dans l'air ordinaire, égal à 9,39 en un jour; ce qui ne diffère de l'observation, qui a donné 10,36, que d'un peu moins d'une oscillation entière.

MÉMOIRE *sur la Solidification par refroidissement d'un globe liquide.*

PAR MM. LAMÉ ET CLAPEYRON,
Colonels du génie au service de Russie.

(Lu par M. LAMÉ à l'Académie des Sciences, séance du
10 mai 1830.)

L'OBSERVATION ayant appris que la température intérieure du globe terrestre augmente à mesure que l'on s'éloigne de sa surface, il est permis de croire que cette température devient telle, à une certaine profondeur, que la matière du globe s'y trouve à l'état de fusion.

C'est sous ce point de vue que nous avons envisagé, M. Clapeyron et moi, le refroidissement séculaire du

Annales de Chimie
et de Physique

2^e série, Vol 47 (1831) p250-256.

Vor Kurzem ist in Wien eine Schrift von Ludwig Grossmann im Selbstverlage des Verfassers erschienen, betitelt: Anhang zum theoretischen Theile des Werkes: „Die Mathematik im Dienste der Nationalöconomie. Allgemeine Integration der linearen Differentialgleichungen höherer Ordnung, eine neue wissenschaftliche Errungenschaft auf dem Gebiete der reinen Mathematik“. Das Titelblatt dieser Druckschrift enthält die Bemerkung: „Priorität gewahrt durch die kaiserliche Akademie der Wissenschaften in Wien.“

Herr Ludwig Grossmann hat allerdings unter dem 24. Jänner d. J. ein versiegeltes Schreiben behufs Wahrung der Priorität bei der kaiserl. Akademie eingereicht, und zwar mit der Aufschrift: „Allgemeine Integration der linearen Differentialgleichungen höherer Ordnung.“ Um jedoch einer irrthümlichen Auffassung zu begegnen, sieht man sich veranlasst, den folgenden Sachverhalt bekannt zu geben.

Die mathem.-naturw. Classe der kais. Akademie nimmt seit Jahren auf Grund einer Bestimmung ihrer Geschäftsordnung versiegelte Briefe zum Zwecke der Wahrung der Priorität über Ersuchen jedes Einsenders in Verwahrung, aber der Inhalt ist ihr nur durch ein Schlagwort auf der Aussenseite des versiegelten Briefes bekannt. Die Classe ist daher selbstverständlich ganz ausser Stande, über den Werth oder Unwerth der einzelnen übersendeten Schriftstücke zu urtheilen.

Wien, am 16. März 1889.

Die mathematisch-naturwissenschaftliche Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften:

J. Stefan,
Vicepräsident

E. Suess,
Secretär.

der kaiserl. Akademie der Wissenschaften
als Vorsitzender.

Sitzungsberichte der kaiserlichen
Akademie der Wissenschaften,
Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe
98 (1889), 473-484.

Über einige Probleme der Theorie der
Wärmeleitung

von

J. Stefan,
w. M. k. Akad.

Sol. Warisat
Sol. Neumann
Sol. Lane-Clap

Die Probleme, um welche es sich hier handelt, beziehen sich auf solche Fälle, in welchen die Wärmebewegung mit einer Änderung des Aggregatzustandes des Leiters verbunden ist. Die einfachste Aufgabe dieser Art kann in folgender Weise formulirt werden.

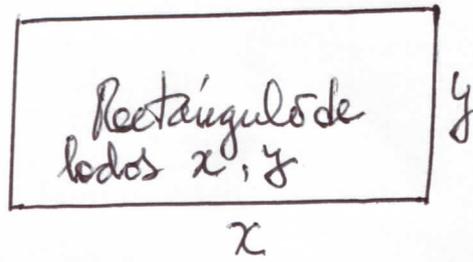
Es ist ein Eisprisma gegeben, dessen Temperatur in allen seinen Punkten gleich seiner Schmelztemperatur, also 0° ist. Die eine Endfläche des Prisma wird zur Zeit $t = 0$ mit einer Wärmequelle von der unveränderlichen Temperatur a , welche höher ist als 0° , in dauernde Berührung gebracht. Die Wärme kann in das Prisma nicht eintreten, ohne das Eis in Wasser zu verwandeln, denn Wärme von höherer Temperatur als 0° kann das Eis nicht leiten. Nach einer Zeit t wird das Prisma aus zwei Theilen bestehen, aus einem Wasser- und einem Eisprisma. In dem ersteren wird die Temperatur von dem unteren bis zum oberen Ende von a bis 0° abfallen. Das Gesetz dieses Temperaturabfalles, sowie das Gesetz des Wachstums der Wassersäule sind zu bestimmen.

Bedeutet u die Temperatur zur Zeit t in jenem Querschnitte der Wassersäule, welcher durch die vom unteren Ende der Säule an gezählte Abscisse x bestimmt ist, so muss u der Differentialgleichung

$$\frac{du}{dt} = k \frac{d^2u}{dx^2} \quad (1)$$

De los rectángulos de perímetro p , determinar el que tenga el área mayor ①

Problema Geométrico de Optimización



Área = $x \cdot y = f(x, y) \rightarrow$ a Maximizar (función de dos variables, reales)

Restricción: perímetro $p = 2x + 2y$

1er Método

Eliminar la restricción despejando una de las variables en función de la restante

$$p = 2x + 2y \Leftrightarrow y = \frac{p}{2} - x$$

$$\therefore f(x, y) = f(x; \frac{p}{2} - x) = x \cdot (\frac{p}{2} - x) = \frac{p}{2}x - x^2 = g(x)$$

$g(x) = x(\frac{p}{2} - x)$ función de una sola variable real

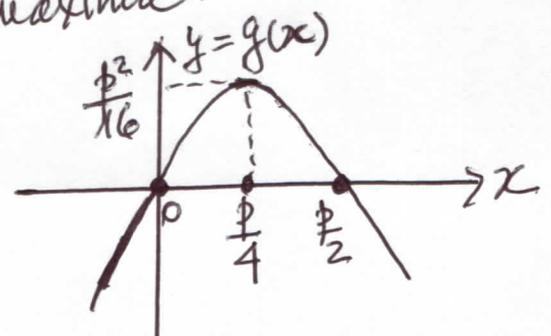
$$g'(x) = \frac{p}{2} - 2x$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{p}{2} = 2x \Leftrightarrow x = \frac{p}{4} \left. \vphantom{\frac{p}{2}} \right\} \Rightarrow x_0 = \frac{p}{4} \text{ es un punto de Máximo para } g$$

$$g''(x) = -2 < 0, \forall x$$

Por otro lado, $x_0 = \frac{p}{4} \Rightarrow y_0 = \frac{p}{2} - \frac{p}{4} = \frac{p}{4}$
 \therefore El cuadrado de lado $\frac{p}{4}$ es el rectángulo de perímetro p con mayor área. El área máxima está dada por:

$$A = f\left(\frac{p}{4}; \frac{p}{4}\right) = \frac{p}{4} \cdot \frac{p}{4} = \frac{p^2}{16}$$

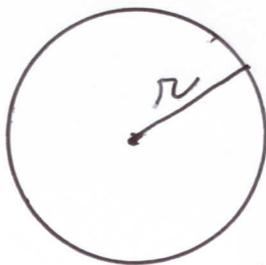


¿Qué puede decirse con el área de un círculo de perímetro p ?

(5)

radio del círculo: $r > 0$

$$\text{Área del círculo} = \pi r^2$$



perímetro del círculo = longitud de la circunferencia de radio r

Restricción: $p = 2\pi r$

$$\Downarrow$$

$$r = \frac{p}{2\pi}$$

$$A = \pi \cdot \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 = \pi \cdot \frac{p^2}{4\pi^2} = \frac{p^2}{4\pi}$$

\therefore área del círculo de perímetro p está dada por:

$$\frac{p^2}{4\pi} - \frac{p^2}{16} = \frac{p^2}{4} \left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{4}\right) = \frac{p^2}{4} \frac{4-\pi}{4\pi} > 0 \Rightarrow$$

\uparrow área círculo \uparrow área cuadrado
ambos con perímetro $p > 0$

el área del círculo de perímetro p es mayor al área del mayor rectángulo (cuadrado) de perímetro p .
 (se debe a que $\pi \approx 3,14159 < 4$)

Observación:

El estudio general de problemas de este tipo (maximizar el área de una región de perímetro dado) entra en la Teoría del Cálculo de Variaciones conectado con Ecuaciones Diferenciales

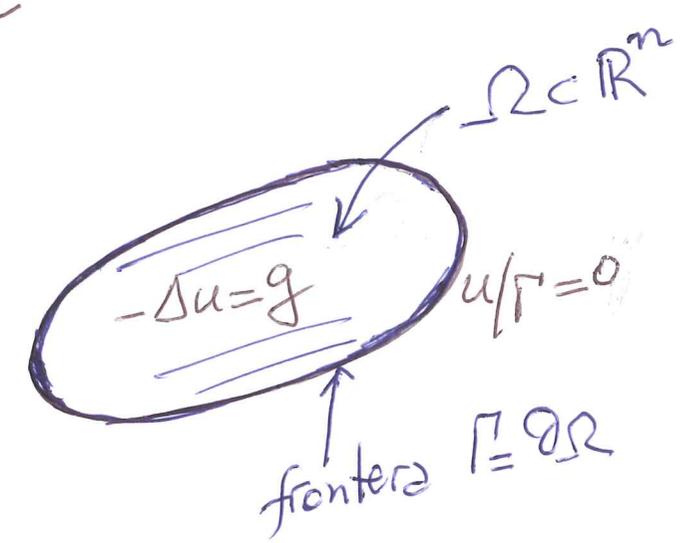
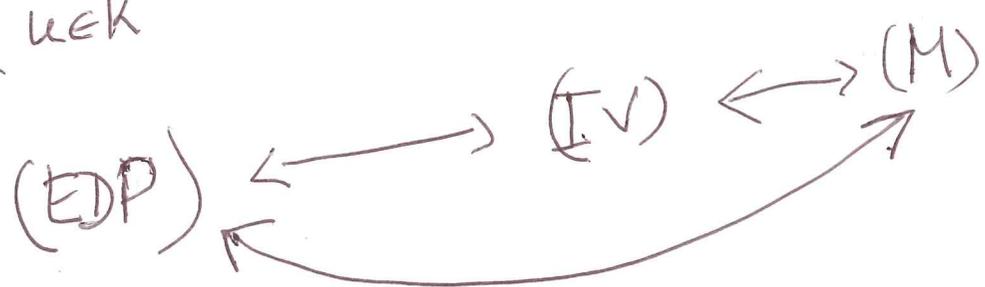
Relaciones entre Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDP)

- Ecuaciones e Inclusiones Variacionales (IV)
- Minimización de Funcionales (M)

(EDP) $\begin{cases} -\Delta u = g \text{ en } \Omega \subset \mathbb{R}^n \text{ dominio} \\ u|_{\Gamma} = 0 \text{ sobre } \Gamma = \partial\Omega \text{ (frontera)} \end{cases}$: Ecuación de Euler-Lagrange

(IV) $\begin{cases} a(u, v) = L(v), \forall v \in K \\ u \in K \end{cases}$; $K = \{v \in H^1(\Omega) / v|_{\Gamma} = 0\}$; $H^1(\Omega)$: espacio de Sobolev de orden 1.
 $a(u, v) = \int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, dx$; $L(v) = \int_{\Omega} g \cdot v \, dx$

(M) $\begin{cases} \text{Min } J(v) = J(u) \\ v \in K \\ u \in K \end{cases}$, $J(v) = \frac{1}{2} a(v, v) - L(v) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla v|^2 \, dx - \int_{\Omega} g v \, dx$



Inecuación variacional elíptica:

$$(IVE) \begin{cases} a(u, v-u) \geq L(v-u), \forall v \in K \\ u \in K \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V: \text{espacio de Hilbert} \\ \emptyset \neq K \subset V: \text{conjunto convexo y cerrado} \\ L: V \rightarrow \mathbb{R}, \text{ lineal y continuo} \\ a: V \times V \rightarrow \mathbb{R}, \text{ bilineal, continuo, simétrica y coercitiva} \end{array} \right.$$

Caso particular: $K \equiv V$

$$(EVE) \begin{cases} a(u, v) = L(v), \forall v \in V \\ u \in V \end{cases}$$

(ecuación variacional elíptica)

problema de mínimo:

$$(M) \begin{cases} J(u) \leq J(v), \forall v \in K \\ u \in K \end{cases}$$

Si $J(v) = \frac{1}{2} a(v, v) - L(v)$, entonces

$$\boxed{(IVE) \Leftrightarrow (M)}$$

Interpretación geométrica de la Derivación aritmetica equivalente al problema de hallar el mínimo (3)

Sean $K = [a, b] \subset \mathbb{R}$ con $a < b$,

$f: K \rightarrow \mathbb{R}$ función convexa y derivable.

Sea $x_0 \in K$, un punto de mínimos de f (x_0 será único si f es estrictamente convexa)

El punto x_0 tiene 3 posibilidades:

i) $x_0 \in (a, b)$: (Ver Figura (i))

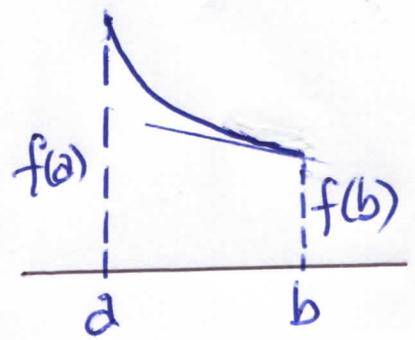
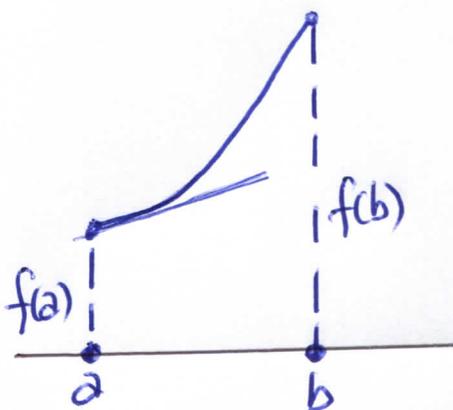
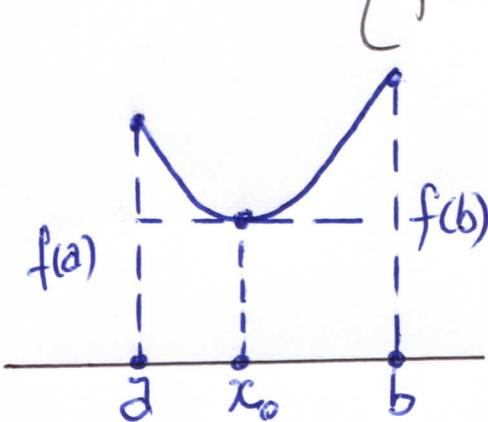
Entonces $f'(x_0) = 0$, y por ende $f'(x_0)(x - x_0) \geq 0, \forall x \in K$.

ii) $x_0 = a$: (Ver Figura (ii))

Entonces $\begin{cases} x - x_0 = x - a \geq 0, \forall x \in [a, b] \\ f'(a) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(a) \cdot (x - a) \geq 0 \\ \forall x \in [a, b] \end{cases}$

iii) $x_0 = b$: (Ver Figura (iii))

Entonces $\begin{cases} x - x_0 = x - b \leq 0, \forall x \in [a, b] \\ f'(b) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(b) \cdot (x - b) \geq 0 \\ \forall x \in [a, b] \end{cases}$





Análisis Funcional Aplicado

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y en der. parciales

Cálculo de Variaciones

Diversas Ramas de la Física

Problemas de frontera Libre de la Física-Matemática

Mecánica del Continuo

Ecuaciones e Inecuaciones Variacionales Estac. y de Evol.

Problemas de frontera Libre para la ecuación del Calor

Análisis Numérico

Teoría Matem. de la Mecánica del Continuo

Aproximación Numérica de problemas Concretos

Informática Numérica

Resolución Numérica de problemas Concretos

Resolución de problemas
de frontera libre
a través de

ecuaciones
variacionales

con cambio
de variable: * Problema de
Stefan a dos
fases estacionario

sin cambio
de variable: —

inecuaciones
variacionales

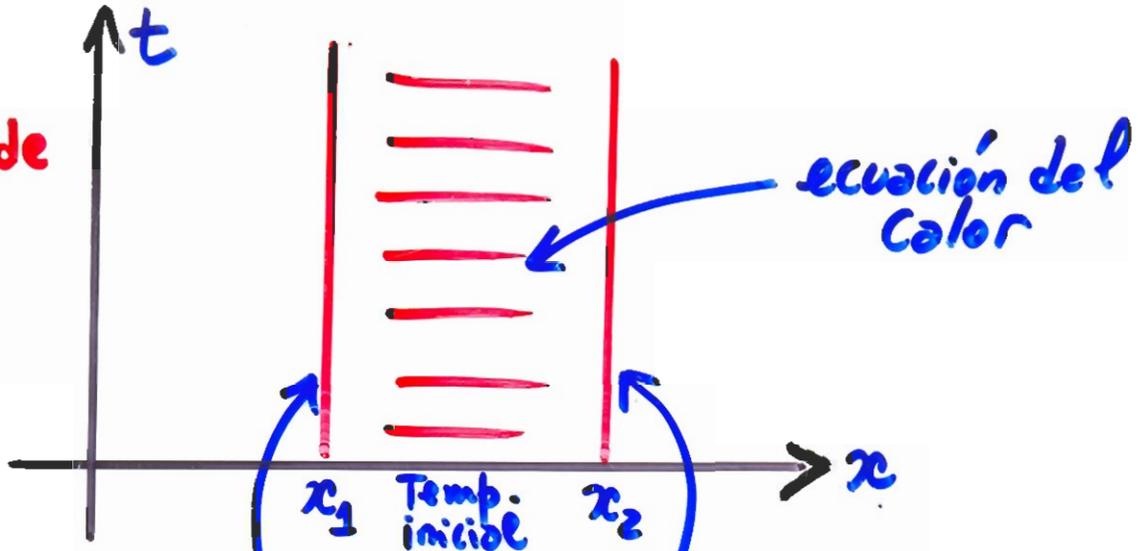
con cambio
de variable:

* Problema del
dique poroso,
* Problema de
Stefan a 1 y 2
fases de evolución
* Problema de la
colada continua

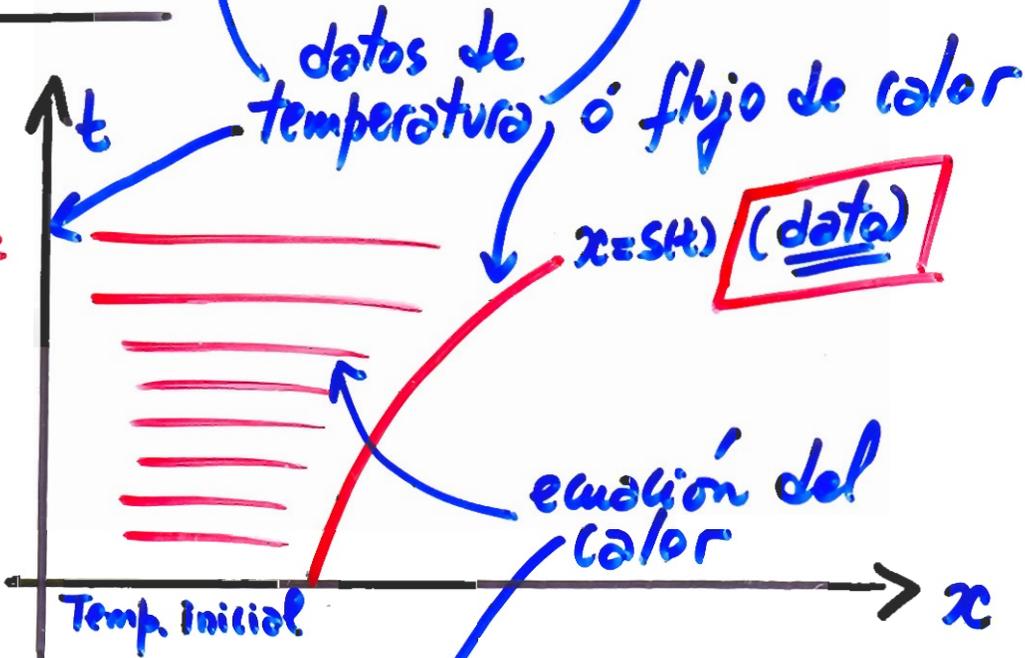
sin cambio
de variable:

* Fluidos de Bingham
* Problemas del
obstáculo
* Problemas de la
pared semi-permeable
(cuerpo negro)
* Problema de
semiconductores
bajo una unión PN
* Problema de la
difusión-consumo
de oxígeno en tejidos
vivos

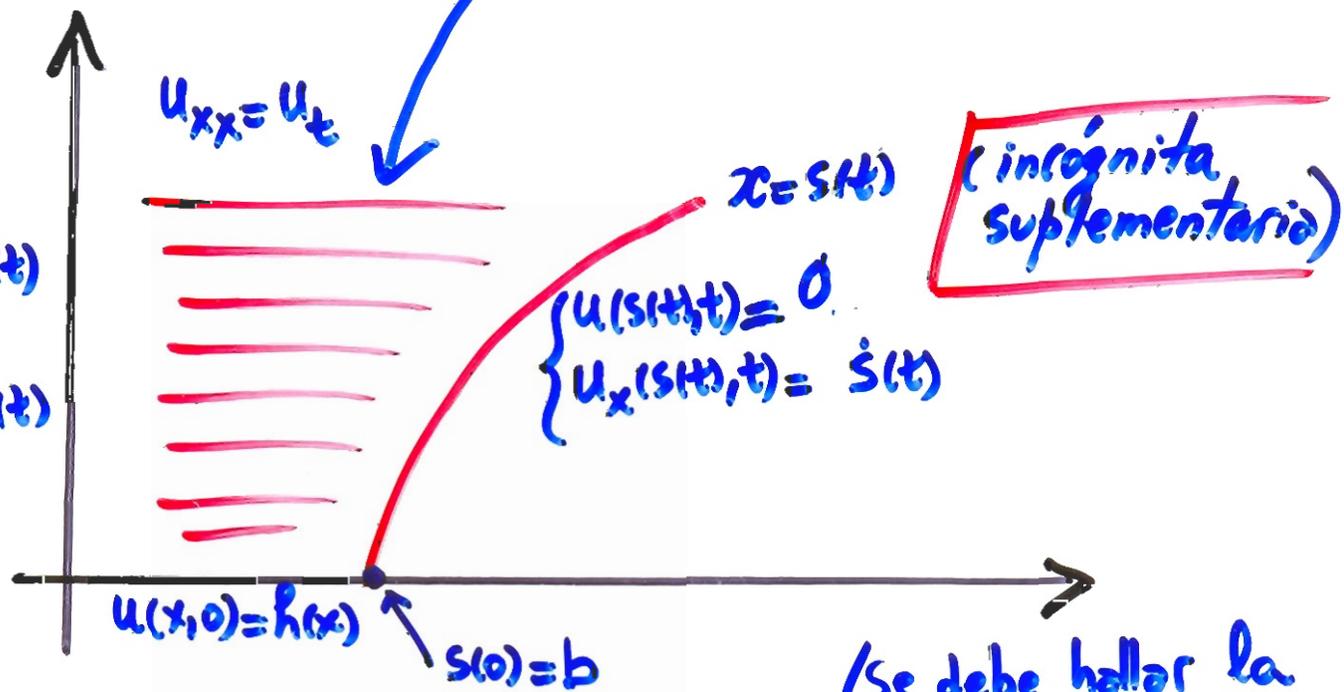
problema de frontera fija



problema de frontera móvil



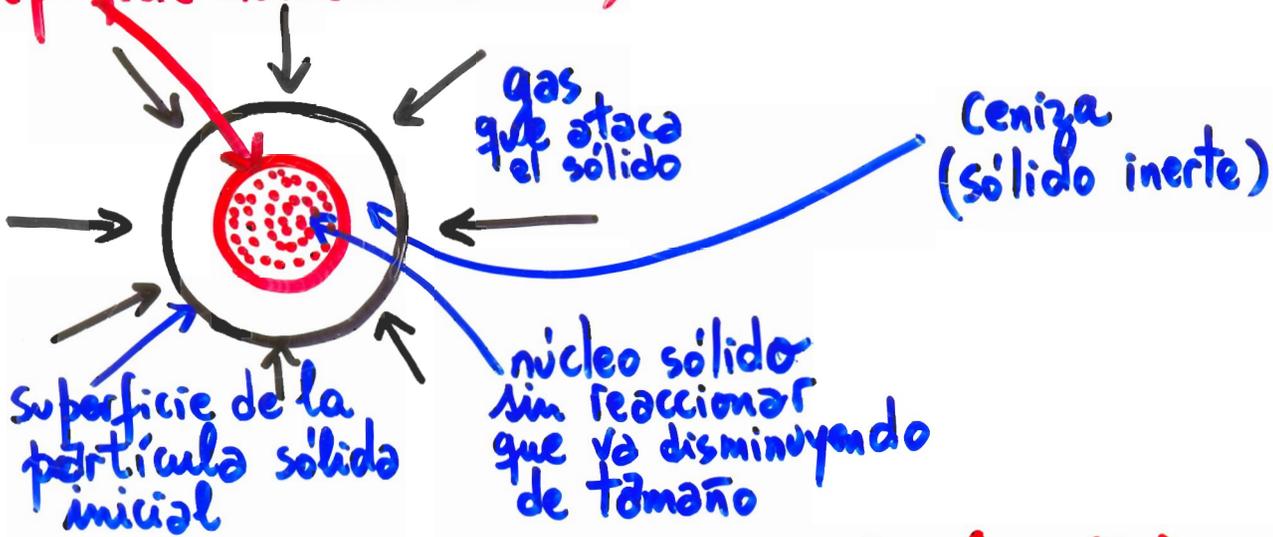
$u(0,t) = f(t)$
 ó
 $u_x(0,t) = g(t)$



problema de frontera libre

(Se debe hallar la función u y su dominio (es decir $s=s(t)$)

frontera libre
(superficie móvil de reacción)



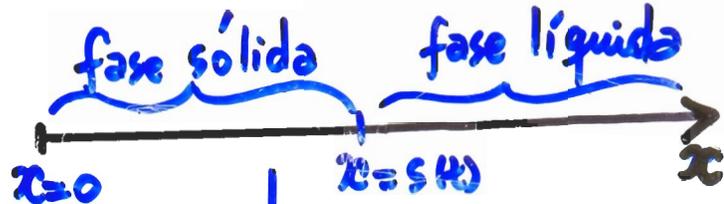
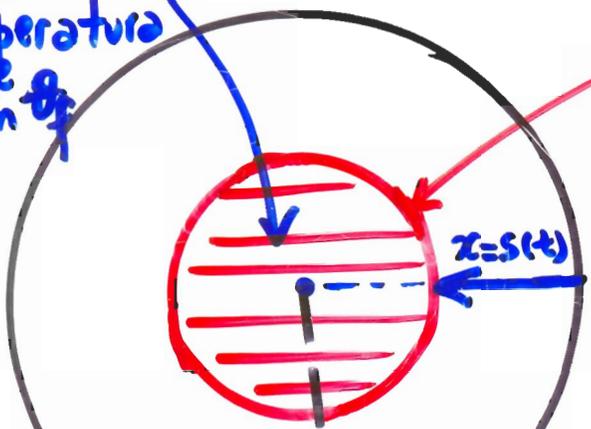
Problema de la reacción-difusión sólido-gas.

Problema de la solidificación de la corteza terrestre.

fase líquida a la temperatura de fusión θ_f

(Lamé - Clapeyron)
Ann. Ch. Phy.
Paris, 1831

frontera libre



fase sólida a temperatura $\theta = \theta(x,t)$

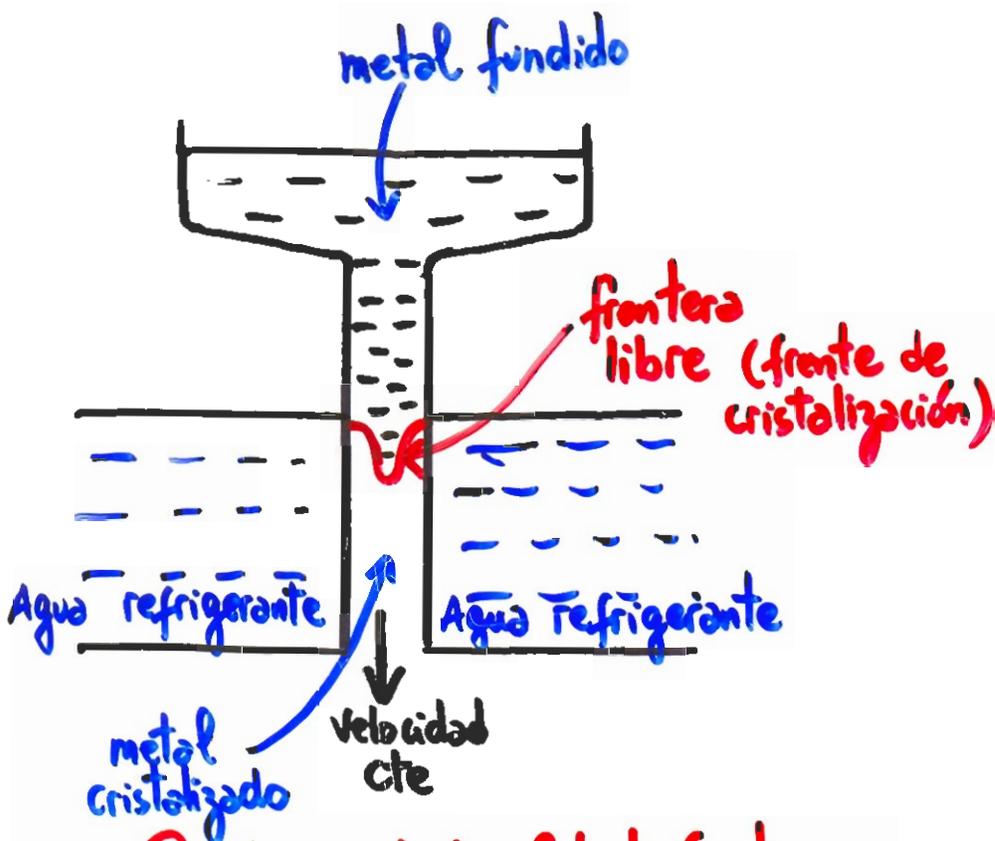
corteza terrestre que se enfrió a la temperatura $\theta_0 < \theta_f$

Hallar la temperatura $\theta = \theta(x,t)$ y la frontera libre $s = s(t)$ de manera que satisfagan:

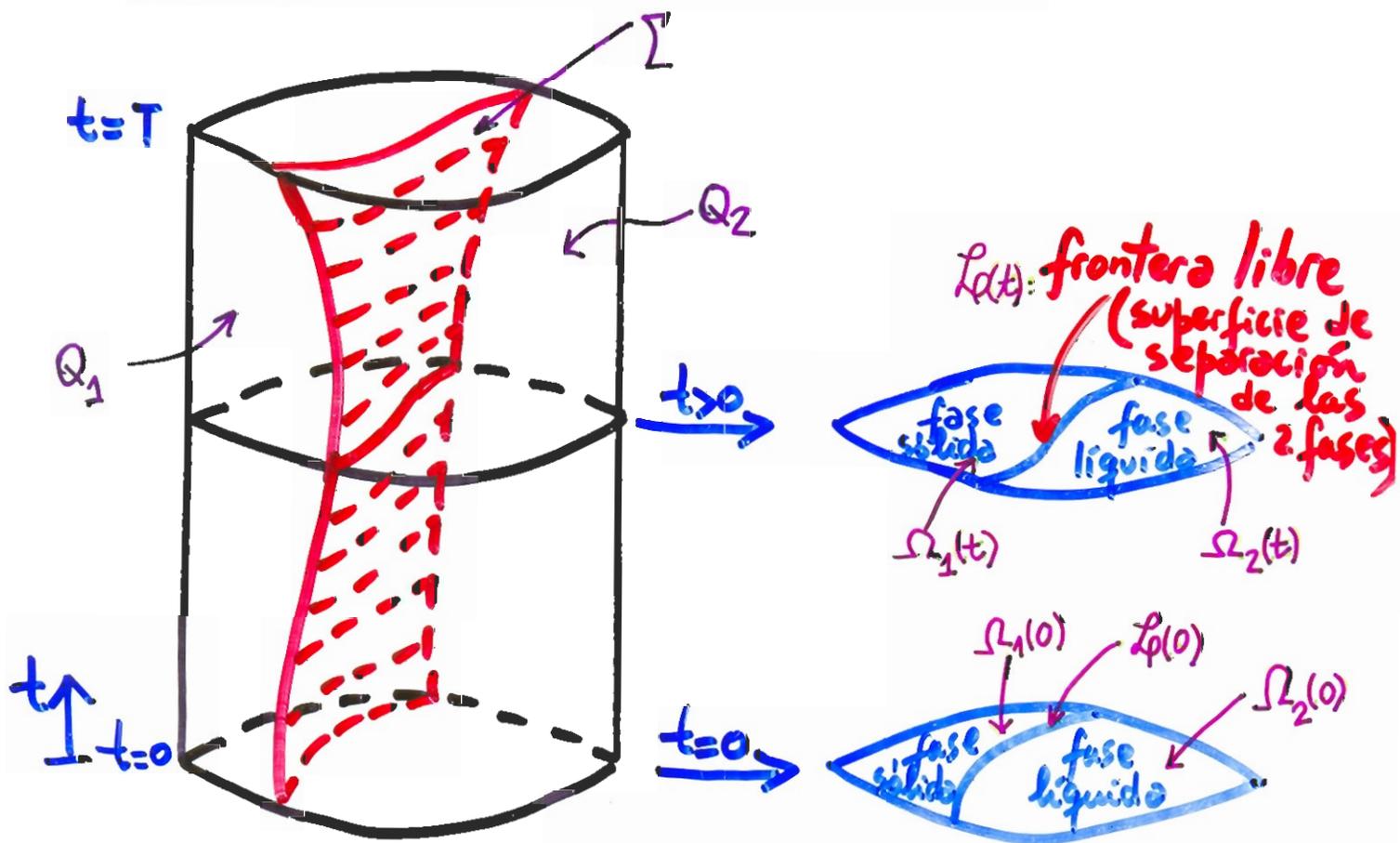
radio terrestre R

Condición de Stefan (conservación de la energía)

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \theta_t = k \theta_{xx}, \quad 0 < x < s(t), \quad t > 0 \\ \theta(0,t) = \theta_0 < \theta_f, \quad t > 0 \\ \theta(s(t),t) = \theta_f, \quad t > 0 \\ k \theta_x(s(t),t) = \rho l \dot{s}(t), \quad t > 0 \\ s(0) = 0 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{sobre} \\ s=s(t) \\ \text{existen} \\ \text{dos} \\ \text{condiciones} \end{array} \right.$$

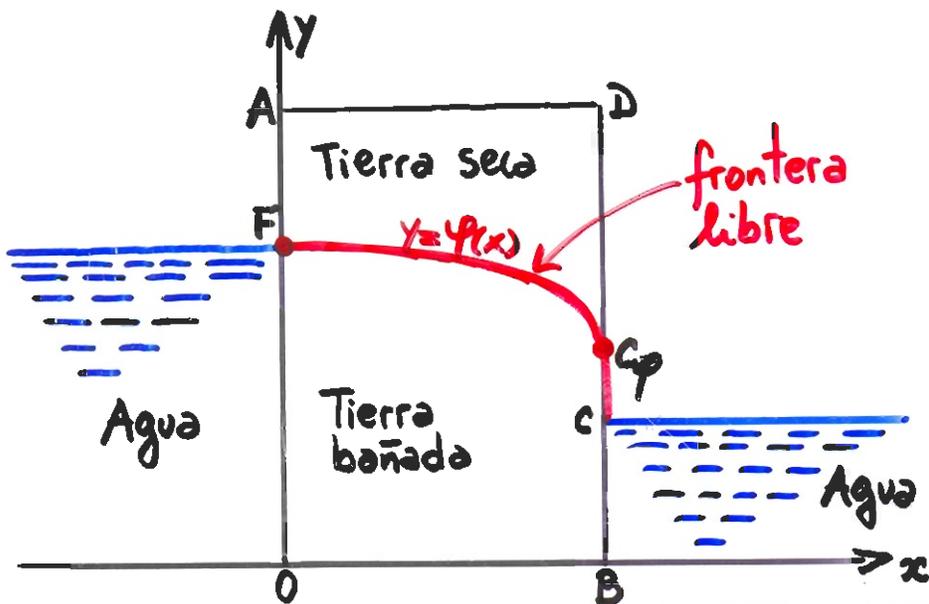


Problema de la Colada Continua

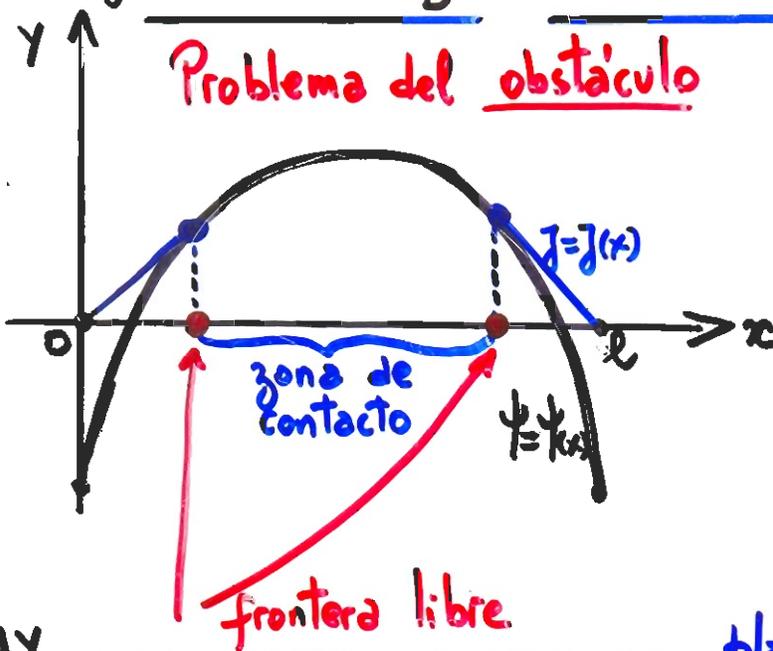


Problema de STEFAN (Problema del cambio de fase)

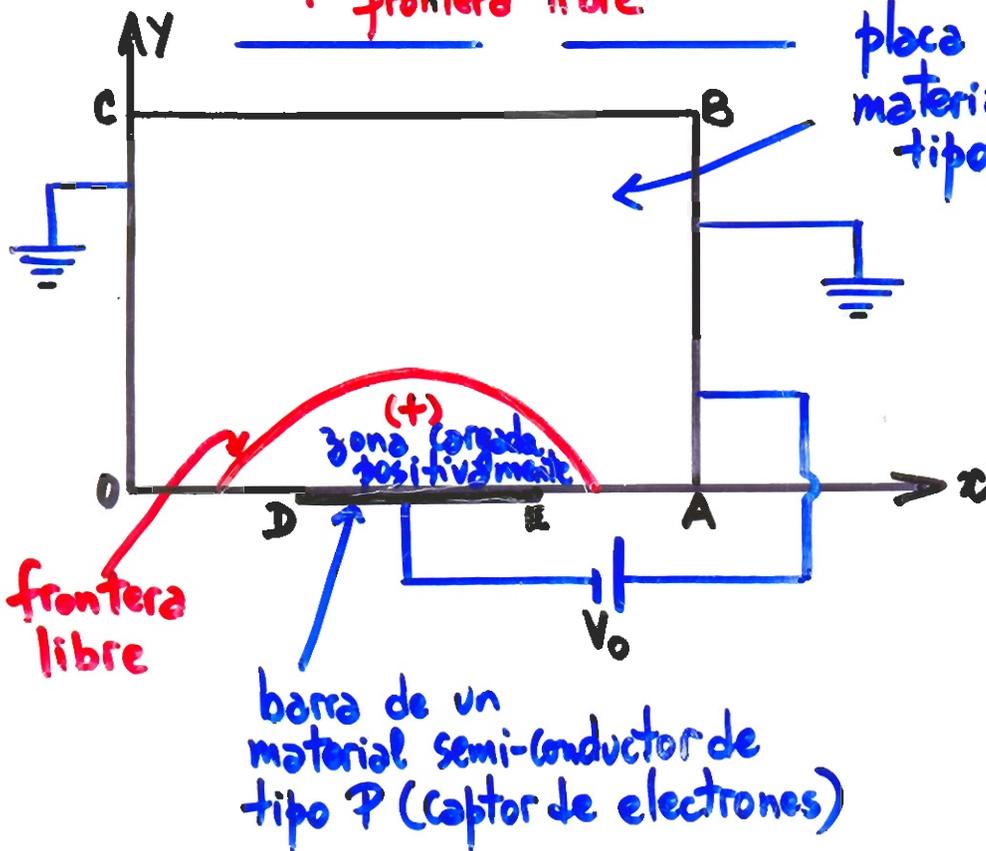
Problema del digue poroso



Problema del obstáculo

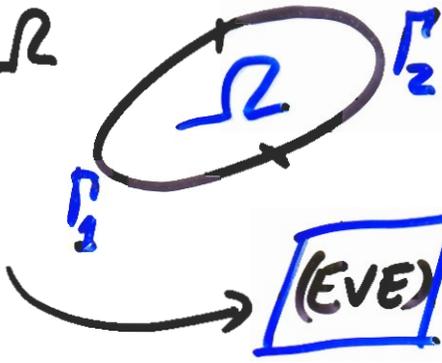


placa de un material semi-conductor de tipo N (dador de electrones)



Problema de Semiconductores bajo una unión P-N

$$\begin{cases} \Delta u = 0 \text{ en } \Omega \\ u|_{\Gamma_1} = B \\ -\frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_2} = q \end{cases}$$



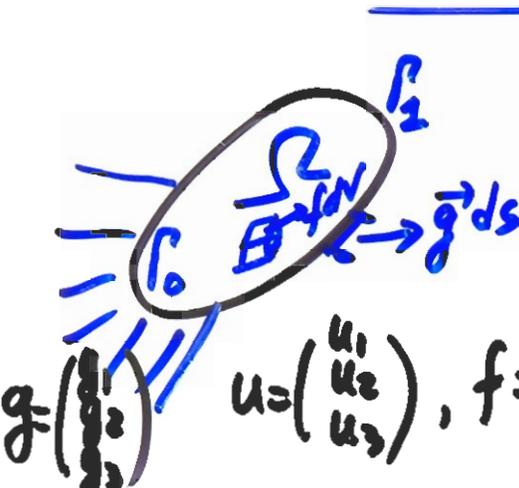
(EVE) con:

$$\begin{cases} a(u, v-u) = L(v-u), \\ \forall v \in K \\ u \in K \end{cases}$$

$$a(u, v) = \int \nabla u \cdot \nabla v \, dx$$

$$L(v) = - \int_{\Gamma_2} q v \, d\gamma$$

$$V = H^1(\Omega), \quad K = \{v \in V \mid v|_{\Gamma_1} = B\}$$



$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} \begin{cases} -\sum_{j=1}^3 \sigma_{ij,j}(u) = f_i \text{ en } \Omega \quad (i=1,2,3) \\ u_i|_{\Gamma_0} = 0 \quad (i=1,2,3) \\ \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij}(u) n_j|_{\Gamma_1} = g_i \quad (i=1,2,3) \end{cases}$$

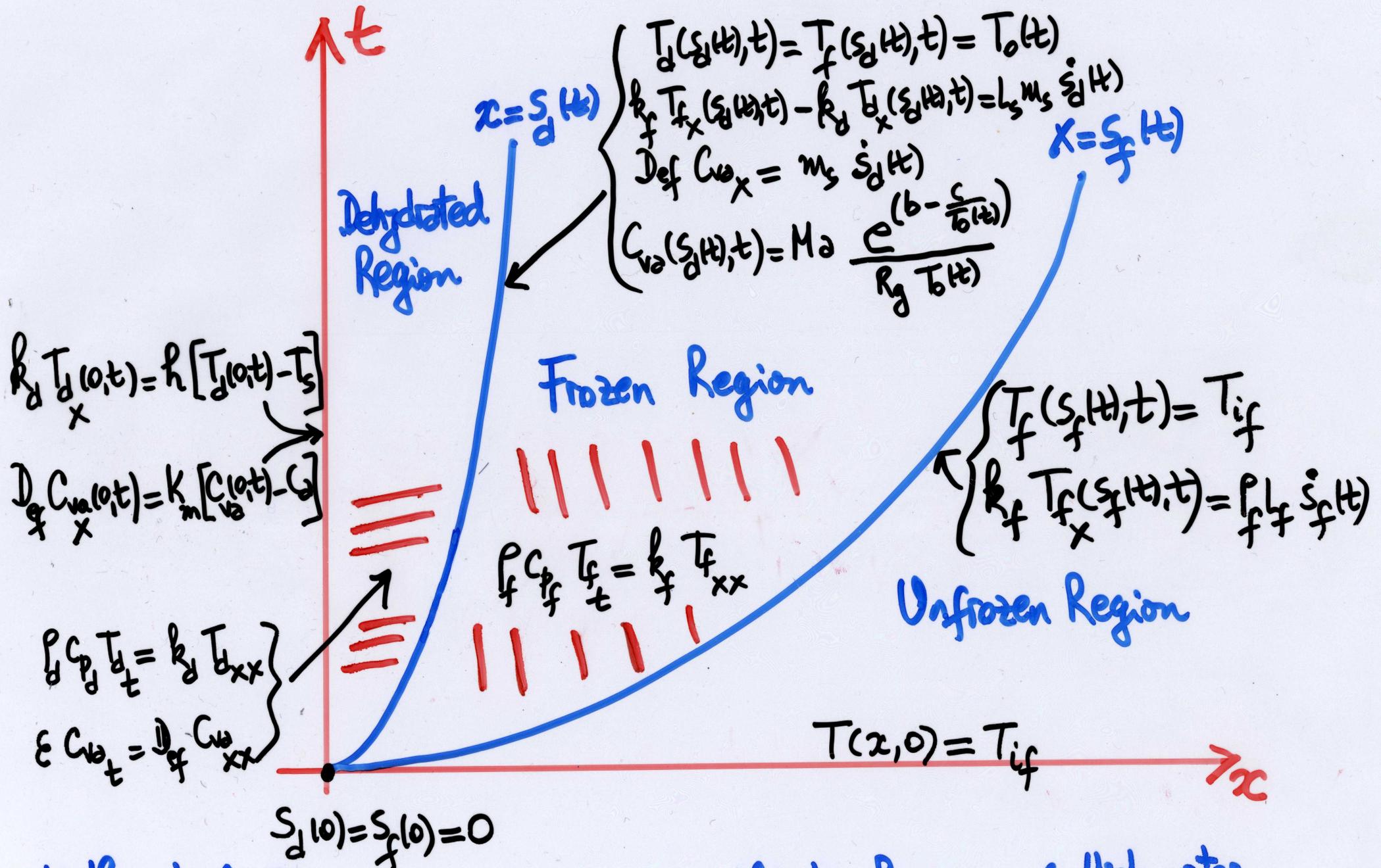
$$\sigma_{ij}(u) = \lambda \varepsilon_{kk}(u) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}(u) : \text{tensor de tensiones}$$

$$\varepsilon_{ij}(u) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) : \text{tensor de deformaciones linealizados}$$

λ, μ : constantes de Lamé

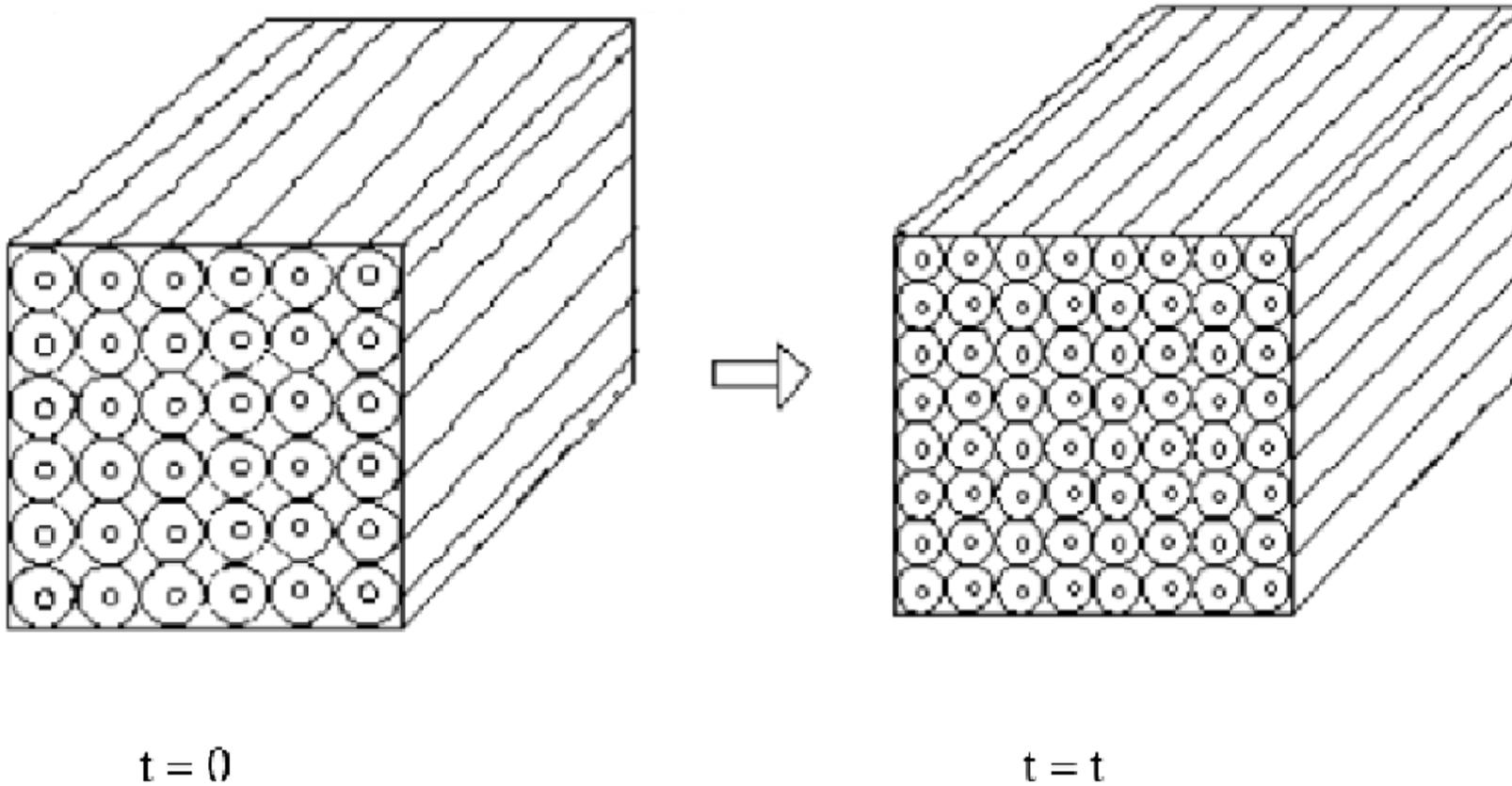
(EVE) con:

$$\begin{cases} a(u, v) = \sum_{i,j=1}^3 \int \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(v) \, dx \\ L(v) = \int_{\Omega} f \cdot v \, dx + \int_{\Gamma_1} g \cdot v \, d\gamma \\ V = \left\{ v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \in (H^1(\Omega))^3 \mid v_i|_{\Gamma_0} = 0 \quad (i=1,2,3) \right\} \end{cases}$$

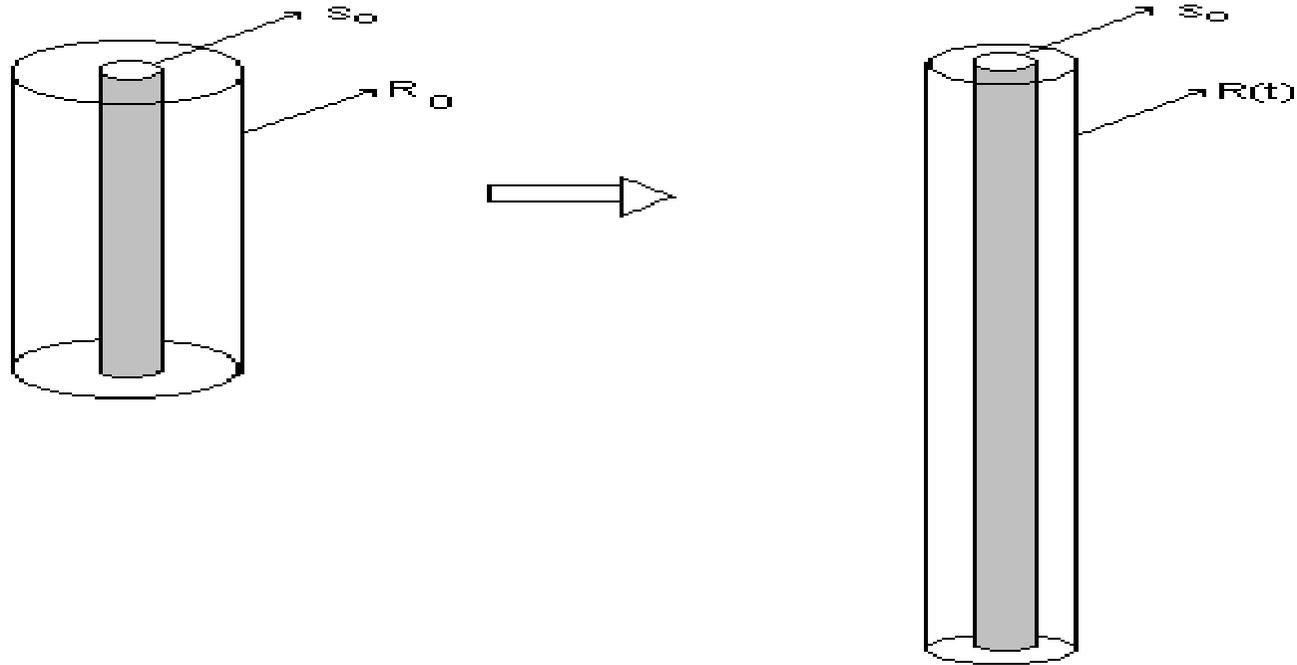


Mathematical Formulations: Freezing and Sublimation Processes of High-water Content Food Materials

ROOT GROWTH MODE



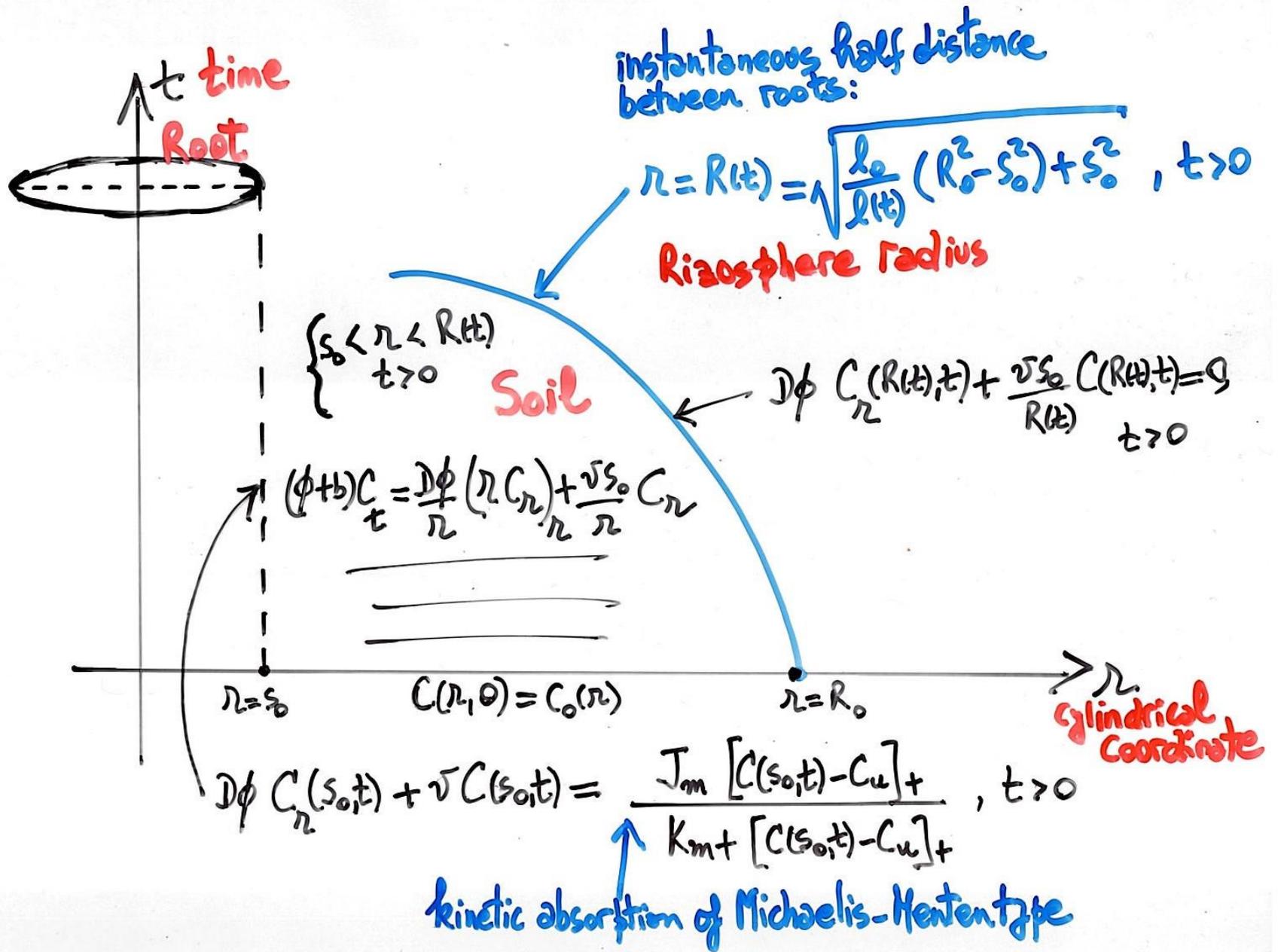
Homogeneous rooting in a fixed volume soil and his time evolution



The moving boundary problem is obtained by considering a constant soil volume:

$$V_s(0) = V_s(t) \Leftrightarrow \pi(R_0^2 - s_0^2)l_0 = \pi(R^2(t) - s_0^2)l(t)$$

$$\Leftrightarrow R(t) = \sqrt{(R_0^2 - s_0^2) \frac{l_0}{l(t)} + s_0^2}$$



Error function erf

Heat Equation $\rho c T_t = k T_{xx}$

$$T(x,t) = T(\gamma x, \gamma^2 t), \quad \forall x, t, \quad \forall \gamma \neq 0.$$

$$T(x,t) = \Phi\left(\frac{x}{2a\sqrt{t}}\right), \quad a^2 = \frac{k}{\rho c}$$

$$\rho c T_t = k T_{xx} \iff \Phi''(z) + 2z\Phi'(z) = 0$$

$$z = \frac{x}{2a\sqrt{t}}$$

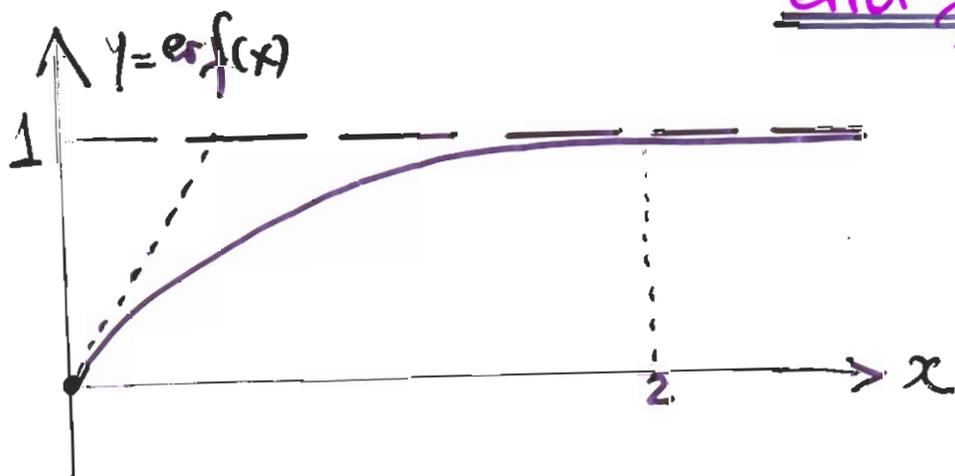
$$\Phi(z) = C_1 + C_2 \int_0^z e^{-\xi^2} d\xi$$

error function

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi$$

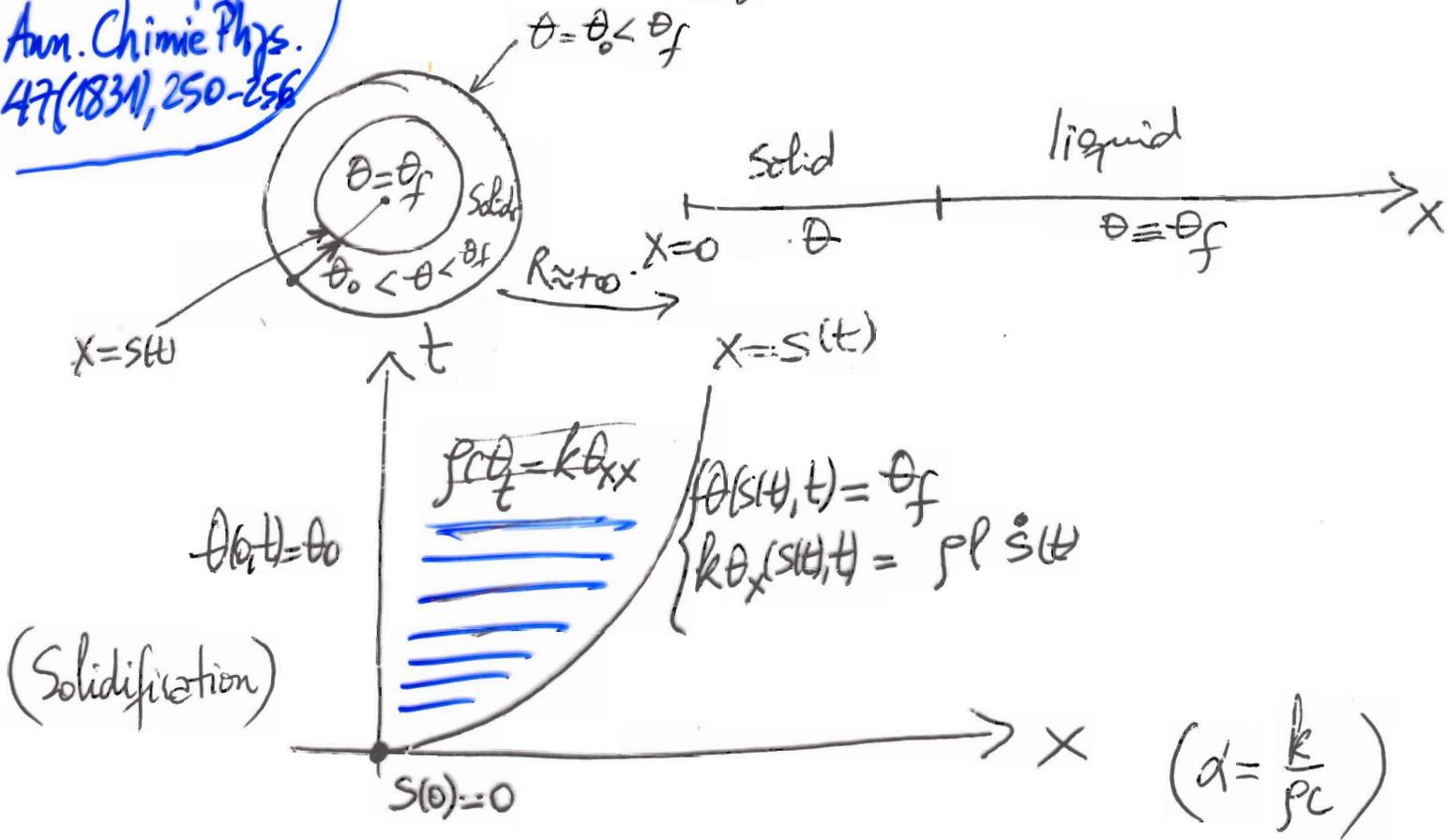
$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$$

Complementary error function



Lamé - Clapeyron's Solution

Lamé - Clapeyron,
Ann. Chimie Phys.
47 (1831), 250-256

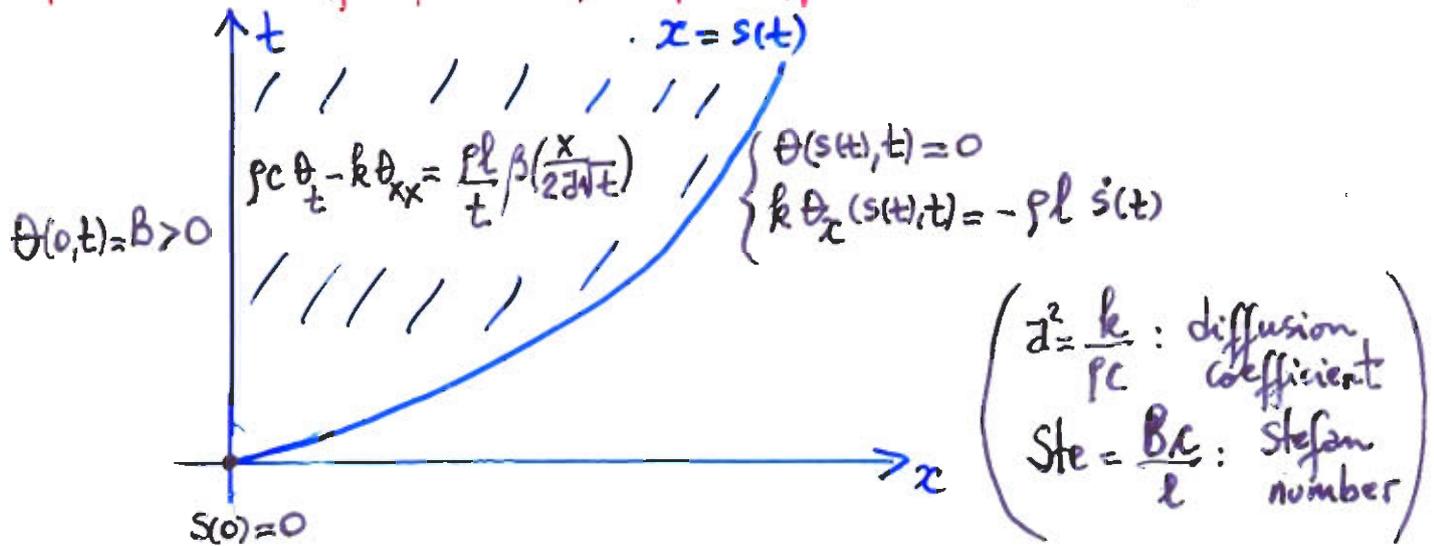


$$\begin{cases} \theta(x,t) = \theta_0 + \frac{\theta_f - \theta_0}{\text{erf}(\zeta)} \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right), & 0 \leq x \leq s(t) \\ s(t) = 2\zeta\sqrt{\alpha t} \end{cases}, \quad t > 0$$

$\exists! \zeta > 0 / \int_0^{\zeta} e^{-\eta^2} \text{erf}(\eta) d\eta = \frac{\text{Ste}}{\sqrt{\pi}}, \quad \text{Ste} = \frac{\rho(\theta_f - \theta_0)}{\lambda}$ [1]

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\eta^2} d\eta \quad (\text{error function})$$

I) J.L. Menaldi - D.A. Tarzia, "Generalized Lamé-Clapeyron solution for a one-phase source Stefan problem", *Comput. Appl. Math.*, 12(1993), 123-142



$$Z(\eta) = \frac{Z(\eta)}{\rho} = e^{\eta^2} \operatorname{erf}(\eta) [\psi_0(\eta) - \beta(\eta)], \quad \psi_0(\eta) = \frac{1}{2} + \eta^2 + \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} \frac{\bar{e}^{\eta^2}}{\operatorname{erf}(\eta)}$$

$$\beta(\eta) = \frac{\beta(\eta)}{Z(\eta)} = \psi_0(\eta) - \frac{Z(\eta) \bar{e}^{\eta^2}}{\operatorname{erf}(\eta)} \quad \left(\eta = \frac{x}{2a\sqrt{t}} : \text{dimensionless variable} \right)$$

We obtain that:

There exists a unique similarity solution (Lamé-Clapeyron type) for the given function β and for all $Ste > 0$ if and only if the function Z satisfies:

$$\begin{cases} Z(\eta) > 0, \quad \forall \eta \in (\nu; +\infty) \\ \int_0^{+\infty} Z(\eta) d\eta = +\infty \end{cases} \quad \text{where } \nu = \nu_Z = \operatorname{Inf} \left\{ \eta > 0 / \int_0^{\eta} Z(\eta) d\eta > 0 \right\}$$

Moreover, in this case, the solution is given by:

$$\begin{cases} \theta(x,t) = B \left\{ 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{Ste} \left[e^{\xi^2} \operatorname{erf}(\xi) + \frac{4}{Ste} \int_0^{\xi} \left[\int_{\eta}^{\xi} \beta(y) e^{y^2} dy \right] \bar{e}^{\eta^2} d\eta \right] \right\} \\ s(t) = 2a \xi \sqrt{t}, \quad \eta = \frac{x}{2a\sqrt{t}} \in (0; \xi), \quad \xi > \nu \end{cases}$$

where $\xi > 0$ is the unique solution of the equation

$$\begin{cases} x e^{x^2} \operatorname{erf}(x) - 2 \int_0^x e^{x^2} \operatorname{erf}(x) \beta(x) dx = \frac{Ste}{\sqrt{\pi}} \\ x > 0 \end{cases}$$

References:

* Lamé-Clapeyron, *Annales Chimie Physique*, 47(1831), 250-256.

Relation between the Stefan problem and the oxygen diffusion-consumption problem

(S)
$$\left\{ \begin{array}{l} z_{xx} = z_t, \quad 0 < x < s(t), \quad t > 0 \\ s(0) = 1 \\ z(x, 0) = h(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \\ z_x(0, t) = -g(t) \quad \text{or} \quad z(0, t) = f(t), \quad t > 0 \\ z(s(t), t) = 0, \quad t > 0 \\ z_x(s(t), t) = -\dot{s}(t), \quad t > 0 \end{array} \right.$$
 (Stefan problem)

(O)
$$\left\{ \begin{array}{l} u_t - u_{xx} = -1, \quad 0 < x < s(t), \quad t > 0 \\ s(0) = 1 \\ u(x, 0) = H(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \\ u_x(0, t) = -G(t) \quad \text{or} \quad u(0, t) = F(t), \quad t > 0 \\ u(s(t), t) = 0 \\ u_x(s(t), t) = 0 \end{array} \right.$$
 (Oxygen problem)

(S) \rightarrow (O):

$$u(x, t) = \int_x^{s(t)} ds \int_{\xi}^{s(t)} [1 + z(\eta, t)] d\eta$$

$$H(x) = \int_x^1 ds \int_{\xi}^1 (1 + h(\eta)) d\eta; \quad F(t) = H(0) + \int_0^t f(x) dx;$$

$$G(t) = 1 + \int_0^1 h(x) dx + \int_0^t g(x) dx$$

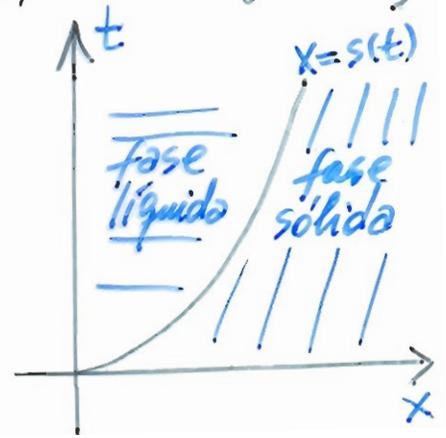
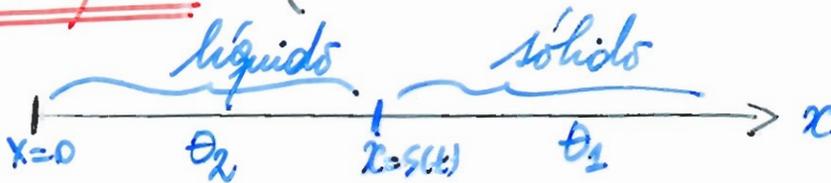
(O) \rightarrow (S):

$$z(x, t) = u_t(x, t)$$

$$h(x) = H''(x) - 1; \quad g(t) = G'(t); \quad f(t) = F'(t)$$

Solución exacta de Neumann del problema de Stefan a dos fases

(Neumann (1840)?, Weber (1901), Carslaw-Beger (1959))



La solución de:

$$k_2 \theta_{2,xx} - \rho L_2 \theta_{2,t} = 0, \quad 0 < x < s(t), \quad t > 0$$

$$k_1 \theta_{1,xx} - \rho L_1 \theta_{1,t} = 0, \quad s(t) < x, \quad t > 0$$

$$\theta_1(s(t), t) = \theta_2(s(t), t) = 0, \quad t > 0$$

$$k_1 \theta_{1,x}(s(t), t) - k_2 \theta_{2,x}(s(t), t) = \rho L \dot{s}(t), \quad t > 0$$

$$\theta_1(x, 0) = \theta_2(+\infty, t) = -C < 0, \quad x > 0, \quad t > 0$$

$$\theta_2(0, t) = B > 0, \quad t > 0$$

$$s(0) = 0$$

$$d_i = \left(\frac{k_i}{\rho L_i} \right)^{1/2}$$

está dada por:

$$\theta_2(x, t) = B - \frac{B}{\operatorname{erfc}(\sigma/a_2)} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2a_2\sqrt{t}}\right)$$

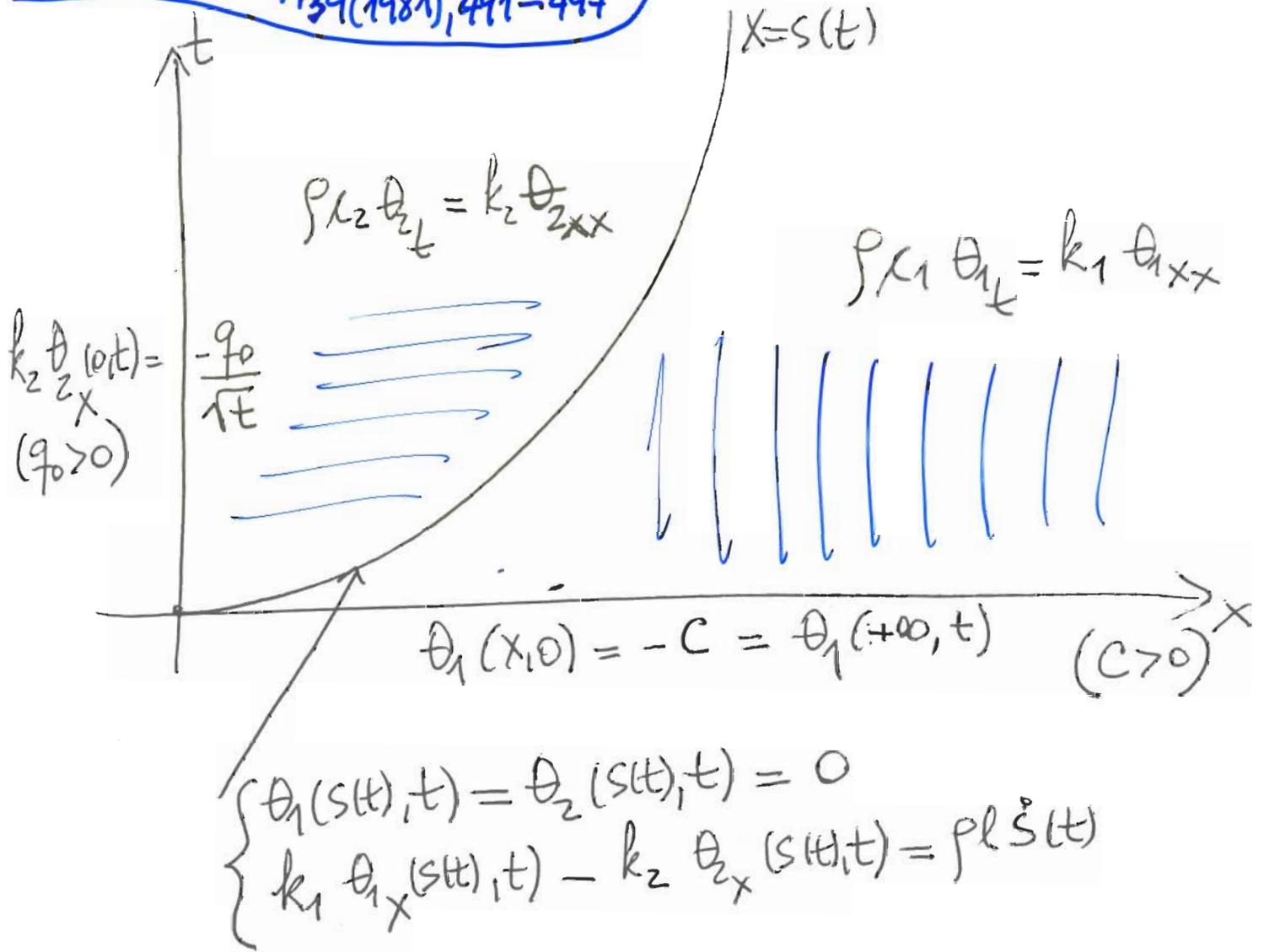
$$\theta_1(x, t) = -C + \frac{C}{\operatorname{erfc}(\sigma/a_1)} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2a_1\sqrt{t}}\right)$$

$$s(t) = 2\sigma\sqrt{t}$$

donde σ es la única solución de la ecuación:

$$\begin{cases} F(x) = x \\ x > 0 \end{cases}$$

con
$$F(x) = \frac{Bk_2}{\rho L a_2 \sqrt{\pi}} \frac{e^{-x^2/4a_2^2}}{\operatorname{erfc}(x/2a_2)} - \frac{Ck_1}{\rho L a_1 \sqrt{\pi}} \frac{e^{-x^2/4a_1^2}}{\operatorname{erfc}(x/2a_1)}$$



$q_0 > \frac{C k_1}{\sqrt{\pi \alpha_1}} \Rightarrow \exists \text{ an instantaneous change of phase}$

$\begin{cases} \theta_1(x,t) = -C + \frac{C}{\operatorname{erfc}(w/\alpha_1)} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\alpha_1\sqrt{t}}\right), & x > S(t), t > 0 \\ \theta_2(x,t) = \frac{q_0 \sqrt{\pi \alpha_2}}{k_2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{w}{\alpha_2}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\alpha_2\sqrt{t}}\right) \right], & 0 \leq x \leq S(t), t > 0 \\ S(t) = 2w\sqrt{t} \end{cases}$

$\exists! w > 0 / \frac{q_0}{pl} e^{-w^2/\alpha_2} - \frac{C k_1}{pl \sqrt{\pi \alpha_1}} \frac{e^{-w^2/\alpha_1}}{\operatorname{erfc}(w/\alpha_1)} = w$

WITHOUT SIGNORINI BOUNDARY CONDITION

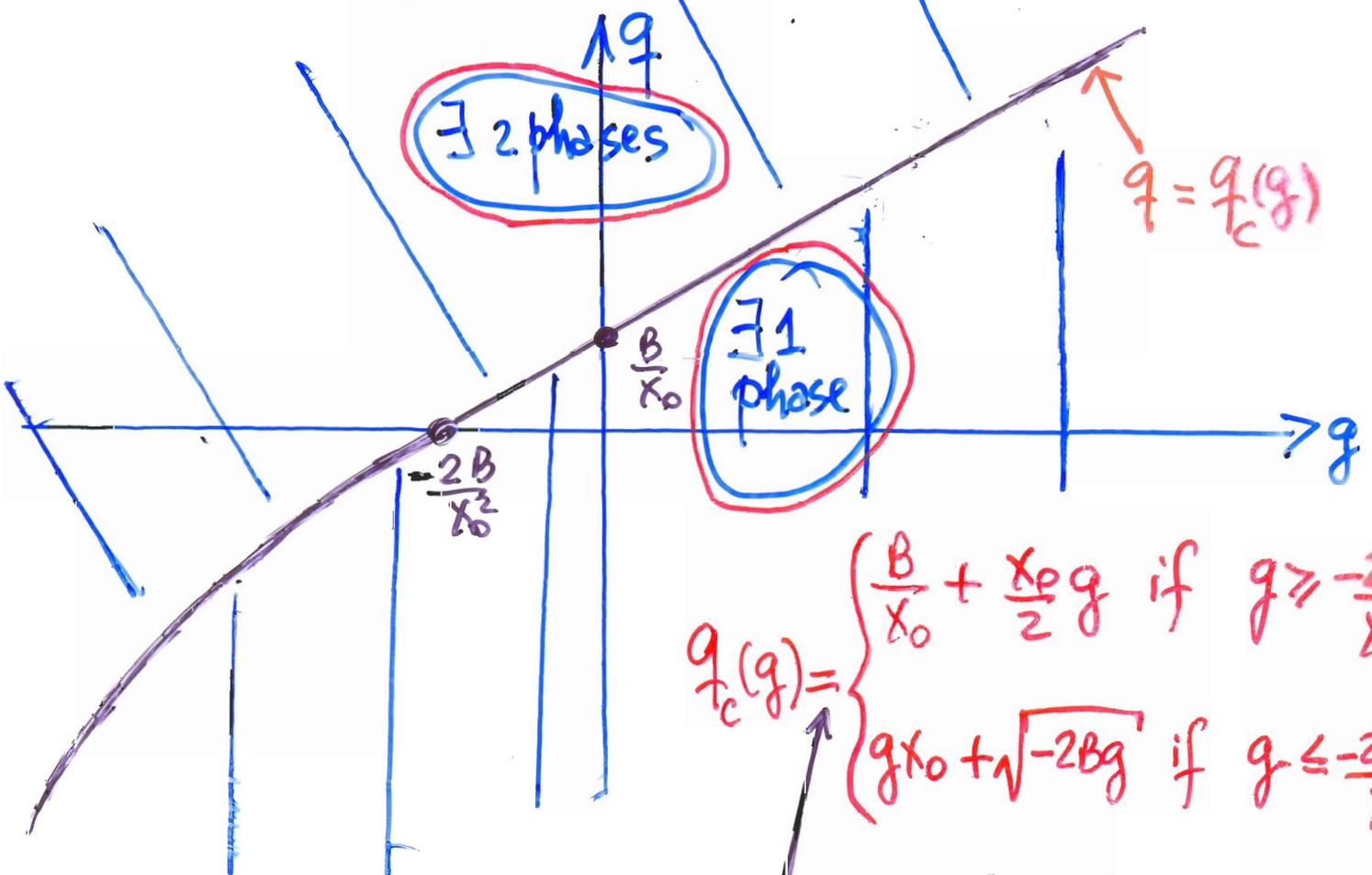
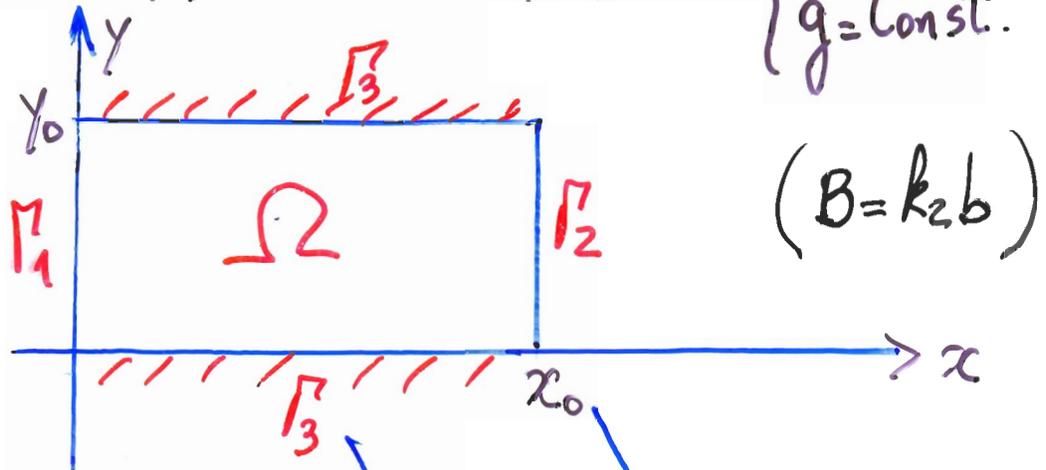
Explicit solution: (Garguichevich - T. *Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena*, 39(1991)615-634)

$$\Omega = (0, x_0) \times (0, y_0), \text{ with } x_0 > 0, y_0 > 0$$

$$\Gamma_1 = \{0\} \times [0, y_0], \quad \Gamma_2 = \{x_0\} \times [0, y_0]$$

$$\Gamma_3 = (0, x_0) \times \{0\} \cup (0, x_0) \times \{y_0\}$$

$$\begin{cases} q = \text{Const.} \\ q = \text{Const.} \end{cases}$$



$$q_c(q) = \begin{cases} \frac{B}{x_0} + \frac{x_0}{2} q & \text{if } q \geq -\frac{2B}{x_0^2} \\ q x_0 + \sqrt{-2Bq} & \text{if } q \leq -\frac{2B}{x_0^2} \end{cases}$$

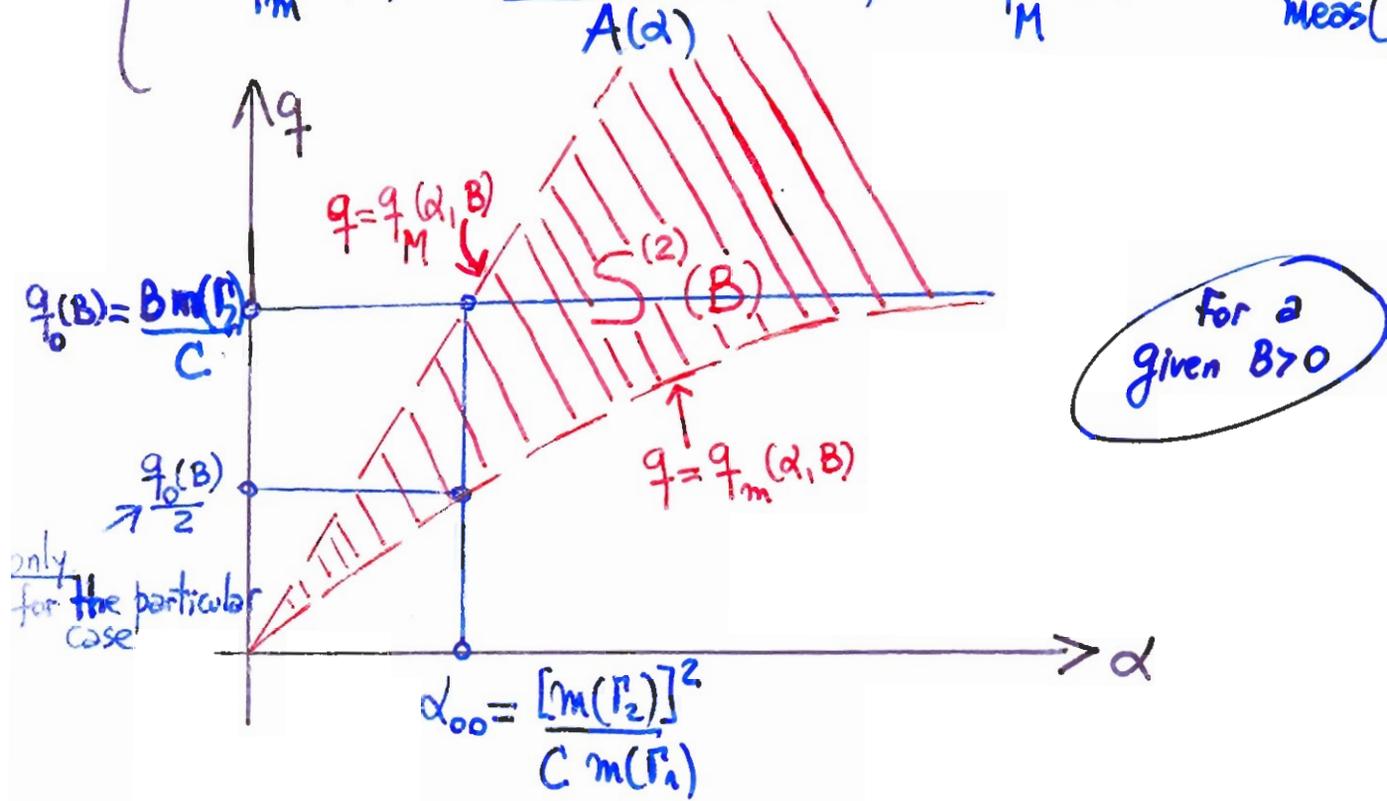
Critical heat flux function

iii) If $(\alpha, q) \in S^{(2)}(B)$, then we have a two-phase Stefan problem in Ω , where

(13)

$$S^{(2)}(B) = \left\{ (\alpha, q) \in (\mathbb{R}^+)^2 / q_m(\alpha, B) < q < q_M(\alpha, B), \alpha > 0 \right\} (\neq \emptyset)$$

$$q_m(\alpha, B) = \frac{B \operatorname{meas}(\Gamma_2)}{A(\alpha)}, \quad q_M(\alpha, B) = \frac{B \operatorname{meas}(\Gamma_1)}{\operatorname{meas}(\Gamma_2)} \alpha$$



Def: We consider now the particular case when $u_{\alpha q B}$ verifies the condition:

$$\frac{1}{q^2} \Delta(u_{\alpha q B}, u_{\alpha q B}) = \text{Const.}$$

Theorem 3-3

In this case, we have:

- i) $\text{Const.} = C > 0$,
- ii) $u - u_\alpha = \frac{q}{\alpha} \frac{\operatorname{meas}(\Gamma_2)}{\operatorname{meas}(\Gamma_1)}$ in Ω ,
- iii) $\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma_1} = \frac{\partial u_\alpha}{\partial n} \Big|_{\Gamma_1} = q \frac{\operatorname{meas}(\Gamma_2)}{\operatorname{meas}(\Gamma_1)}$
- iv) $A(\alpha) = C + \frac{1}{\alpha} \frac{[\operatorname{meas}(\Gamma_2)]^2}{\operatorname{meas}(\Gamma_1)} = C \left(1 + \frac{\alpha_{00}}{\alpha}\right)$

**Revistas NO de Matemática que citan mis trabajos que poseo
(al 25 octubre 2024)**

Acta Baltica Historiae et Philosophiae Scientiarum (2021)

Acta Mech Sinica (2017)

Alexandria Eng J (2022, 2022)

Annales de Chimie – Sciences des Matériaux (2021, 2024)

Appl Thermal Eng (2006, 2024)

Archive Appl Mech (2005)

Archive Metallurgy Materials (2006, 2023)

Avances Energias Renovables Medio Ambiente (2002, 2004, 2008)

Biogeosciences (2013)

Bull Nat Acad Sci Republic Kazakhstan (2014)

Canadian J Soil Sci (2006)

Acta Mech (2019, 2020)

Acta Univ Multi Sci J (2019)

Anales AFA - (2009)

Apply Energy (2016)

Appl Sci (2022)

Archives Foundry Eng (2015)

Adv Modeling Optim (2013)

Blucher Mech Eng Proc (2014)

Cienc Suelo (Argentina) (2021)

Comput Thermal Sci (2020)

Corrosion Sci (2007)

Dokl Nat Acad Sci Belarus (2020) (in Russian)

Ecological Bulletin Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation (2024)

Ecological Modelling (2001, 2010)

Ecotoxicology Environmental Safety (2023)

Electrochimica Acta (2004, 2006)

Electron Res Archive (2024)

Energies (2019, 2020)

Eng Rural Development (2017)

Filomat (2018)

Food Research Int (2010)

Franklin Open (2023)

Friction (2023)

Heat Mass Transfer (2015)

Indian J Sci Tech 2016)

Int Comm HMT (2022, 2022, 2024)

Int J Biomath (2016)

Int J Heat Mass Transfer (2000, 2000, 2000, 2000, 2000, 2001, 2004, 2006, 2007, 2008, 2009, 2009, 2013, 2014, 2015, 2015, 2016, 2018, 2018, 2020, 2023, 2023, 2023, 2023, 2024, 2024)

Int J Heat Tech (2024, 2024)
Int J Numer Anal Methods Geomech (2024)
Int.J of Numerical Methods for Heat (2014)
Int J Nonlinear Mech (2021)
Int J Recent Development Eng Tech (2014)
Int J Rock Mech Mining Sci (2023)
Int J Thermal Sci (2017, 2018, 2019, 2022, 2024)
Inverse Problems Eng (1996)

J Adv Res (2021)
J Composites Science (2022, 2022)
J Comput Physics (1998)
J Eng Phys Thermophys (2016, 2017, 2017)
J Environmental Sci (2005)
J Heat Transfer (2020)
J King Saud Univ Sci (2018, 2019, 2019, 2020, 2020)
J Micro Smart Systems-(2018)

Int J Nonlinear Mech (2021)
Int J Numer Meth Engng (1999)
Int J Numer Meth Heat Fluid Flow (2021)
Int J Refrigeration (2004, 2020)
Int J Res Appl Sci Eng Tech (2018)
Int Review Chem Eng 2013(2011)
Int J Thermofluids (2024, 2024)

J Appl Polymer Sci (2002)
J Comput Anal Appl (2021)
J Contaminant Hydrology (2016, 2017)
J Eng Thermophysics (2015)
J Food Process Eng (2018)
J Inverse Ill Posed Problems (2010)
J Materials Res Tech (2020)
J Plant Nutr Soil Sci (2006)

J Rock Mech Geotech Eng (2024)

J Sci Islamic Rep Iran (2007)

J Thermal Sci Eng Appl (2018)

J Thermal Stresses (2023)

Korean J Chem Eng (2015)

Lait (2005)

Materials (2020)

Measurement Control (2023)

Mecanica Computacional (2004, 2011, 2013, 2018)

Molecules (2021)

Neural Comput Appl (2016)

Nonlinear Dynamics (2022)

J Sci Arts (2019)

J Thermal Anal Calorimetry (2021)

J Thermal Sci Tech (2006)

J Vibration Control (2023)

Latin Amer Appl Res (1999)

Materials Research Proceedings (2023)

Meccanica (1993, 2023)

Microfluid Nanofluid (2015)

Multiscale Model Simul (2006)

New Phytologist (2006)

Nonlinear Sci Letters A (2017)

Odessa National Acad Food Technologies (2021, 2021)

Physics Letters (2017, 2021)

Plant Soil (2000, 2022)

Problems Atomic Science and Technology (2023)

Research Square (2022, 2023, 2023)

Reports Nat Acad Sci Republic Kazakhstan (2014)

Rev Electronica Enseñanza Eco Politica (2013)

Sadhana (2024)

Scientia Iranica (2013)

Sensors Actuators – B - Chemical (1997)

Solar Energy (2019)

Sustainability (2021)

Technical Trans Mechanics (2015)

Thermal Sci (2009, 2011, 2017, 2018)

Ocean Eng (2016)

Phys Perspect (2009)

Pramana J Phys (2023)

Processes (2023)

Results Phys (2023)

Rev Electronica Edu Sol (2014)

Rev Electronica Enseñana Eco Publica (2016)

Sci African (2022)

Scientific Programming (2021)

Soil Biology Biochem (2012)

Songklanakarin J Sci Technol (2018)

Technologies (2021)

Trans Tianjin Univ (2010)

Water (2021)

WSEAS Trans Fluid Mech (2021, 2021)

WSEAS Trans Appl Theor Mech (2021)

WSEAS Trans Heat Mass Transfer (2023, 2023)

Z. Naturforschung (2023)

Revistas en idioma Ruso

LJAISL (2023, en Ruso)

PXCMQE (2023, en ruso)

Izv Ran (2005, en Ruso)

Revistas en idioma Chino

CIESC Journal (2024, en Chino)

PhD y Master Thesis en el Exterior

PhD Thesis – Univ Hannover (2012)

PhD Thesis – Texas Univ (2005)

PhD Thesis, Univ Burgos, Ingeniería

PhD Thesis – Univ British Columbia (2006)

PhD Thesis – Univ Federal Rio Grande Do Sul (2008)

PhD Thesis – Univ Regensburg (2007)

PhD Thesis - Univ Aix Marseille (2021)

PhD Thesis – Univ Ferhat Abbas Setif1 –Algeria (2022)

PhD Thesis – Univ Arizona (2011) (me agradece)

PhD Thesis – Univ Newfoundland (2020)

PhD Thesis – Univ Lviv (2017, 2018)

PhD Thesis – Carnegie Mellon Univ (2017)

PhD Thesis – University Jyvaeskylae (2005)

Tesis Mestrado – Escola Superior Agraria – Beja (2013)

Master Thesis – Engenharia Agrícola, Univ. Do Ceara (2018)

PhD Thesis – Univ Lisboa (2022)

PhD Thesis – Queensland Univ Tech. (2014)

PhD Thesis – Latvia Univ Agriculture (2013)

PhD Thesis, Univ Trento (2018)

PhD Thesis – Univ Oxford (1998)

PhD Thesis – Univ Franche Comté (2013)

PhD Thesis – Jyvaskyla (2005)

PhD Thesis – ENSAM – France (2016)

PhD Thesis - Warsaw Univ Tech (2020)

PhD Thesis – UNICAMP (1988)

PhD Thesis – Middle East Tech Univ (2014)

PhD Thesis – Duke Univ (2021)

Master Thesis – Ryerson Univ (2012)

Tesis Grado – Univ. Valladolid (España), 2024

Tesis de Doctorado y Maestría en Argentina

Tesis Doctorado – UBA, Buenos Aires (1992)

Tesis Doctorado – UNC, Cordoba (2002, 2008)

Tesis Doctorado Univ Gral Sarmiento (2021)
(2014)

PhD Engeneering – Univ Nac Litoral, SantaFe

Tesis Doctorado Física – UNR, Rosario (1999)

Tesis Doctorado – UNSA, Salta (2007)

Tesis Doctorado Matemática – UNR, Rosario (1988, 1994, 1998, 1999, 2004, 2006, 2007, 2012, 2016, 2016, 2019, 2023)

Tesis Maestría Ciencias Empresariales – UA, Univ. Austral, Rosario (2007)

Tesis Maestría Finanzas – UNR, Rosario (2009)

Tesis Maestría Gestión y Evaluación de la Educación – UNTREF, Buenos Aires (2022)

Tesis Maestría Ingeniería Matemática – UBA, Buenos Aires (2023)

Tesis Maestría Matemática Aplicada – UNR, Rosario (2006),

Tesis Maestría Matemática Aplicada – UNRC, Rio Cuarto (1998, 2000, 2001, 2003, 2019, 2021, 2024),

Tesis Especialista Finanzas – UNR Rosario (2021)

TRABAJOS FUTUROS

Libros

- Sobre: “Soluciones explícitas y aproximadas para problemas de frontera libre para la ecuación del calor-difusión”, usando como base el Capítulo 20 (2011);
- Sobre: “Inecuaciones variacionales y hemivariacionales elípticas y sus aplicaciones a problemas de frontera libre”, usando como base el Libro (1981);
- Sobre: “Problemas de control óptimo gobernados por inecuaciones variacionales y hemivariacionales elípticas y sus aplicaciones”, usando como base los trabajos publicados;
- Sobre: “Bibliografía sobre problemas de frontera móvil y libre para la ecuación del calor-difusión. El problema de Lamé-Clapeyron-Stefan y problemas relacionados”, usando como base MAT – Serie A (2000), 1-297.

Artículos Terminados o a Finalizar Escritura Terminados y Enviados:

- P. BARTMAN-SZWARC – A. OCHAL – M. SOFONEA – D.A. TARZIA, “A new penalty method for elliptic quasi-variational inequalities”;
- J. BOLLATI – M.T. CAO-RIAL – M.F. NATALE – J.A. SEMITIEL – D.A. TARZIA, “Exact and approximate solution applying the Tau method based on shifted Chebyshev polynomials to a two-phase Stefan problem with temperature-dependent thermal coefficients”;
- J. BOLLATI – M. OLGUÍN – D.A. TARZIA, “Explicit discrete solution for some optimization problems and estimations with respect to the exact solution”;
- G.F. UMBRICHT – D.A. TARZIA – D. RUBIO, “Analytical and Numerical Study of a Convection-Diffusion-Reaction-Source Problem in Multilayered Materials”;

En Preparación:

- P. BARTMAN-SZWARC – A. OCHAL – D.A. TARZIA, “Numerical analysis of elliptic hemivariational inequalities”;
- BOLLATI – M.F. NATALE – J.A. SEMITIEL – D.A. TARZIA, “On three phase-change problems”;
- C.M. GARIBOLDI – P. PASCAL – D.A. TARZIA, “Numerical analysis on control problems for the Helmholtz equation”;
- J.C. REGINATO – M. REGINATO – D.A. TARZIA, "Exploring Root Growth through a Self-Consistent Dynamic Model: Examining the Impact of Multi-Nutrient Absorption";
- N.N. SALVA – M. ROSSANI – D.A. TARZIA, “Simultaneous determination of thermal coefficients through an overdetermined Stefan problem with heat flux and convective boundary conditions”;
- D.A. TARZIA – G.F. UMBRICHT – M. ROSSANI, “Analytical Study of Steady-State Heat Transfer in Two Solids with Continuous Flow and Thermal Jump at the Interface”;
- D.A. TARZIA, “The financial break-even point as a function of the annual growth and the discount rates”;

CONGRESOS CIENTÍFICOS A SER ORGANIZADOS EN FCE-UA-ROSARIO

Propuesta Aceptada para su Realización:

4th Emerging Trends in Applied Mathematics and Mechanics (4th ETAMM 2026)

Propuesta Realizada (aún no aceptada):

Free Boundary Problems: Theory and Applications (FBP 2031)

(en conmemoración a los 200 años del pionero trabajo de G. Lamé – B.P. Clapeyron sobre la solidificación del Planeta Tierra publicado en Annales Chimie Physique (1831))

MUCHAS GRACIAS A TODOS

TANTE GRAZIE A TUTTI

MERCI BEAUCOUP À TOUS

THANK YOU VERY MUCH EVERYONE