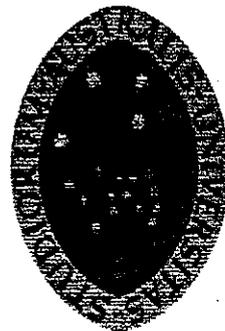


**MASTER EN CIENCIAS
EMPRESARIALES 2003**



**PENSAMIENTO
MATEMÁTICO**

Domingo A. TARZIA

Rosario (ARGENTINA),

Mayo 2003

Facultad de Ciencias Empresariales
UNIVERSIDAD AUSTRAL

Departamento de Matemática
Facultad de Ciencias Empresariales
Universidad Austral
Paraguay 1950, S2000FZF Rosario, ARGENTINA.
TEL.: (0341) – 481-4990 Int. 137 ; FAX: (0341) – 481-0505
E – Mail: Domingo.Tarzia@fce.austral.edu.ar

MASTER EN CIENCIAS EMPRESARIALES 2003

CURSO: PENSAMIENTO MATEMÁTICO

TEMAS:

- Resolución de Problemas y la Actividad Subconsciente
- Actividades sobre la Resolución de Problemas y Juegos Matemáticos
- Pensar para la Excelencia
- Problemas sobre Lógica, Proporciones y Funciones Reales Aplicadas a la Economía y la Administración.
- Complemento sobre Juegos de Lógica-matemática, de Ingenio y de Entretenimientos
- Estrategias Generales de Pensamiento y Creatividad

Domingo Alberto TARZIA

Rosario (ARGENTINA), Mayo 2003

RESUMEN.

Se presentan etapas, actividades, estrategias y funciones de los hemisferios izquierdo y derecho en la resolución de problemas a fin de completar el pensamiento matemático a través de un aprendizaje con todo el cerebro mediante trabajos prácticos, casos, juegos de lógica-matemática y de ingenio, y entretenimientos no clásicos en Matemática.

NOTA.

El presente texto ha servido de apoyo para desarrollar actividades del curso "Pensamiento Matemático" de la Maestría en Ciencias Empresariales dictado en la Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Austral (sede Rosario) desde el año 2002. Puede considerarse como un complemento de D.A. TARZIA, "Cómo pensar, entender, razonar, demostrar y crear en Matemática", MAT-Serie B, Rosario, # 1 (2000).

En el presente módulo se presentan:

- etapas en la resolución de problemas ([Po], pp. 17 – 19);
- la actividad subconsciente en la resolución de problemas ([Gu], pp. 253 – 284);
- actividades sobre la resolución de problemas y juegos matemáticos ([AB], pp. 125 – 151);
- estrategias en la resolución de problemas ([AB], pp. 153 – 168);
- test hemisferio izquierdo vs hemisferio derecho ([Al], pp. 28 – 37);
- sentido y sensibilidad. El poder de los hábitos mentales ([Al], pp. 39 – 45; pp. 65 – 66);
- estrategias generales ([Gu], pp. 95 – 100);
- el examen de proceso de resolución de problemas ([Gu], pp. 101 – 107);
- las fuentes de creatividad ([De], pp. 83 – 93);
- introducción a la inteligencia genial ([Ge], pp. 1 – 13);
- problemas, trabajos prácticos, juegos de ingenio, entretenimientos y casos no clásicos sobre los temas del curso [AA, AR, AB, BePiSa, Fa, Ga, Ha, Gu, Kr, Po, Sa, So, Ta1, Ta2]:
 - Lógica y conjuntos;
 - Números reales, proporciones (porcentajes), ecuaciones, inecuaciones y funciones reales;
 - Trabajo Práctico Especial: "Aplicaciones de los Números y de las Funciones Reales a Problemas de la Economía y de la Administración" ([Ta2], pp. 293 – 297; pp. 316 – 319);
 - Complemento sobre juegos de lógica-matemática y de ingenio, y entretenimientos [revistas de juegos de ingenio y entretenimientos];
- las referencias básicas de la bibliografía utilizada.

INDICE

I. Para resolver un problema se necesita [Po]	p. 6
• Comprender el problema	p. 7
• Concebir un plan	p. 7
• Ejecución del plan	p. 7
• Examinar la solución obtenida	p. 7
II. La actividad subconsciente en la resolución de problemas [Gu]	p. 9
• ¿Actividad subconsciente? Algunos testimonios de grandes matemáticos	p. 11
• Especulando sobre la actividad subconsciente	p. 17
• Consecuencias prácticas	p. 19
• El retrato heurístico	p. 22
• Las ventajas de conocerse a sí mismo	p. 22
• Aspectos externos	p. 23
• Aspectos efectivos	p. 23
• Aspectos cognoscitivos	p. 24
III. Actividades sobre la resolución de problemas y juegos matemáticos [AB]	p. 26
• Sobre resolución de problemas y juegos	p. 27
• ¿Qué es un problema o un juego matemático?	p. 27
• ¿Qué es resolver un problema o juego?	p. 27
• ¿Quién es un buen resolutor de problemas?	p. 28
• ¿Qué se aprende resolviendo problemas?	p. 28
• ¿Cuál es la mejor forma de resolver problemas?	p. 28
• Regla de oro: Lo que importa es el camino	p. 28
• Bloqueos y desbloques	p. 28
• Autoexamen sobre tu manera de pensar	p. 30
• Modelos y protocolos en resolución de problemas	p. 31
• Fichas de dominó	p. 32
• Fases de familiarización y búsqueda de estrategias	p. 32
• Fase de desarrollo de la estrategia	p. 32
• Fase de revisión y ampliación	p. 34
• Un modelo para trabajar con problemas: El modelo de Guzmán	p. 35
• El protocolo de un problema	p. 37
• Fases de la resolución de problemas y juegos	p. 38
• Fase de familiarización con el problema	p. 38
• Pautas o sugerencias a tener en cuenta en la fase de familiarización con el enunciado	p. 39
• Aspectos físicos y actitudinales	p. 39
• Aspectos afectivos y cognoscitivos	p. 39
• Aspectos heurísticos	p. 39
• Fase de búsqueda de estrategias	p. 40
• Pautas o sugerencias a tener en cuenta en la fase de búsqueda de estrategias	p. 41
• Aspectos físicos y actitudinales	p. 41
• Aspectos afectivos y cognoscitivos	p. 41
• Aspectos heurísticos	p. 41
• Fase de llevar adelante la estrategia	p. 42
• Pautas o sugerencias a tener en cuenta en la fase de llevar adelante la estrategia	p. 43
• Aspectos físicos y actitudinales	p. 43
• Aspectos afectivos y cognoscitivos	p. 43
• Aspectos heurísticos	p. 43
• Fase de revisar el proceso y sacar consecuencias	p. 44
• Pautas o sugerencias a tener en cuenta en la fase de revisar el proceso y sacar conclusiones	p. 45
• Aspectos físicos y actitudinales	p. 45

• Aspectos afectivos y cognoscitivos	p. 45
• Aspectos heurísticos	p. 45
• Estrategias en la resolución de problemas y juegos	p. 46
• Simplificar. Particularizar	p. 48
• Experimentar (ensayo y error). Buscar regularidades	p. 48
• Organización y codificación	p. 49
• Modificar el problema	p. 49
• Analogía. Semejanza	p. 50
• Exploración: simetría y casos límites	p. 50
• Trabajar marcha atrás	p. 50
• Técnicas generales matemáticas	p. 52
• Supón que no ... (reducción al absurdo o contradicción)	p. 52
• Inducción matemática	p. 52
• Principio del palomar de Dirichlet	p. 52
IV. Pensar para la excelencia [A1]	p. 53
• ¿Dónde encaja usted en una escala de derecho-izquierdo?	p. 54
• Sentido y sensibilidad	p. 59
• De regreso al futuro	p. 60
• Usted puede decidir que pensar	p. 60
• Aprender a usar sus habilidades de pensamiento	p. 61
• Crear imágenes en la mente	p. 61
• El cuadro de la liga sensorial	p. 62
• Los efectos físicos del pensamiento	p. 62
• El poder de los hábitos mentales	p. 63
V. Problemas sobre lógica y conjuntos	p. 64
• Problemas sobre lógica	p. 64
• Problemas para pensar sobre lógica	p. 64
• Problemas sobre conjuntos	p. 68
VI. Problemas con números reales, proporciones (porcentajes), ecuaciones y funciones reales	p. 69
• Problemas con números reales	p. 69
• Problemas sobre proporciones	p. 72
• Problemas con porcentajes	p. 73
• Problemas con ecuaciones e inecuaciones	p. 75
• Problemas para pensar con números reales y ecuaciones	p. 76
• Problemas para pensar con proporciones y porcentajes	p. 79
• Problemas para pensar con velocidad, espacio y tiempo	p. 81
• Problemas con ecuaciones e inecuaciones con parámetros	p. 82
• Problemas con funciones reales	p. 85
• Trabajo práctico especial: Aplicaciones de los números y de las funciones reales a problemas de la economía y de la administración	p. 86
• Respuestas trabajo práctico especial	p. 94
VII. Complemento sobre juegos de lógica-matemática, de ingenio y de entretenimientos	p. 95
• Laberinto	p. 96
• Dar en el blanco	p. 97
• Cruzados literales y numéricos	p. 98
• Clasificaciones	p. 102
• Número oculto	p. 105
• Figuras mágicas	p. 108
• Cripto-aritmética	p. 109
• Pirámides numéricas	p. 111
• Indominó	p. 115
• Claroscuro	p. 118

• El sabueso	p. 121
• La amenaza	p. 124
• Póker cruzado	p. 127
• Batalla naval	p. 130
• Los siete faros	p. 134
• Carpas	p. 136
• Quién es quién	p. 138
• Posibilidades de descomposición de sumas de números diferentes	p. 147
• Sumas cruzadas	p. 149
• Pinte por números	p. 153
• Serpientes	p. 167
• Edificios	p. 169
• Buscaminas	p. 172
• El juego de los vigilantes	p. 173
• Campeonato mundial de juegos de ingenio: test clasificatorio del equipo argentino 2000	p. 174
• Campeonato argentino de juegos de ingenio 2001	p. 177
VIII. Estrategias y creatividad	p. 183
• Estrategias generales	p. 184
• El examen del proceso de resolución de problemas	p. 187
• Las fuentes de creatividad	p. 191
• Introducción a la inteligencia genial	p. 197
IX. Bibliografía	p. 203

I. PARA RESOLVER UN PROBLEMA SE NECESITA

Siguiendo el excelente y original trabajo de G. Polya en 1945 [Po, pp. 17 – 19] se presentan las etapas que hay que tener en cuenta para la resolución de problemas, es decir:

- Comprender el problema;
- Concebir un plan;
- Ejecución del plan;
- Examinar la solución obtenida,

teniendo en cuenta que las dos primeras son funciones del hemisferio derecho (intuición, visualización) en cambio las dos últimas le corresponden al hemisferio izquierdo (lógico, calculista) [Ta1]. Polya indicó para cada etapa interesantes preguntas que permiten guiar la superación de la mencionada etapa y por ende de la resolución del problema.

Más adelante se verán análisis recientes [AB, Gu] sobre esta metodología. Se debe mencionar que en [AB] se menciona el modelo de Guzmán cuando en realidad debería ser el modelo de Polya.

Para resolver
un problema
se necesita:

I Comprender el problema

II Concebir un plan

Determinar la relación entre los datos y la incógnita.

De no encontrarse una relación inmediata, puede considerarse problemas auxiliares.

Obtener finalmente un **plan** de solución.

III Ejecución del plan

IV Examinar la solución obtenida

Comprender el problema

- ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

Concebir un plan

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría emplear su método? ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.
- Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considere sólo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí?
- ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

Ejecución del plan

- Al ejecutar su plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos.
- ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

Visión retrospectiva

- ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe? ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

II. LA ACTIVIDAD SUBCONSCIENTE EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Siguiendo el trabajo de M. De Guzmán [Gu, pp. 253 – 284] se explicita la actividad subconsciente que se presenta en el ser humano y que es muy aconsejable y conveniente tener en cuenta para la resolución de problemas, es decir:

- ¿Actividad subconsciente? Algunos testimonios de grandes matemáticos
- Especulando sobre la actividad subconsciente
- Consecuencias prácticas
- El retrato heurístico
 - Las ventajas de conocerse a sí mismo
 - Aspectos externos
 - Aspectos efectivos
 - Aspectos cognoscitivos

PARTE QUINTA

La actividad subconsciente en la resolución de problemas

En nuestro complicado mecanismo mental confluyen simultáneamente y de modo natural y espontáneo actividades de muy diverso tipo. Los dinamismos del conocimiento son muchos y muy variados: sensaciones, imágenes subyacentes, memorias, surcos de inferencia, patrones de reconocimiento..., que se presentan con un tipo de conciencia gradual que va desde la plena atención consciente a un aspecto determinado hasta la percepción difusa que casi desaparece o que permanece en la total penumbra, aun así influyendo tal vez fuertemente en la marcha del pensamiento.

Por otra parte, la coloración afectiva de nuestra mente proporciona un profundo impacto sobre nuestro pensamiento y sobre su posible eficacia o ineficacia. Los deseos, ansiedades, repugnancias, miedos..., son intensas fuerzas que también condicionan de modo decisivo nuestra actuación mental.

Calibrar exactamente el grado de importancia en la labor creativa, de resolución de problemas, de los movimientos subconscientes e inconscientes es una tarea nada sencilla, pues implica tratar de adentrarse en lo más recóndito y misterioso de la mente humana.

Como veremos en el primer capítulo de esta parte, para muchos matemáticos de gran éxito creativo la influencia de la actividad subconsciente en sus procesos mentales aparece como algo totalmente patente y decisivo. Es interesante obser-

var que la oposición mayor a esta convicción provenga precisamente de algunos psicólogos que opinan que los matemáticos y otros científicos, así como muchos artistas, se engañan en la interpretación ingenua de sus experiencias.

En el capítulo 28, a través de unas cuantas especulaciones tal vez un tanto aventuradas, pero no sin fundamento, trataré de apuntar un principio de explicación de los fenómenos experimentados y descritos por grandes matemáticos, que en medida más modesta son también compartidos por prácticamente todos los que se enfrascan con interés en problemas más sencillos.

En el capítulo 29, final de la obra, se apunta hacia formas diferentes de tratar de estimular de modo activo la interacción de las potencialidades subconscientes de nuestro mecanismo mental a las que muy de ordinario no permitimos que se involucren en nuestra labor creativa.

¿Actividad subconsciente? Algunos testimonios de grandes matemáticos

Para cualquier matemático que se entrega con entusiasmo a la tarea de resolver los problemas específicos de su área, la importancia del subconsciente es tan evidente que le resulta chocante encontrar entre los psicólogos quienes la nieguen frontalmente.

La obra de R. Weisberg *Creatividad. El genio y otros mitos* (Barcelona, Labor, 1987) constituye un intento de «desmitificación» de lo que él considera una concepción errónea del proceso creativo. Frente a descripciones e intentos de explicación, como los que veremos a continuación, de matemáticos como Poincaré, Hadamard, y otros científicos y artistas, la concepción de Weisberg, en sus propias palabras «carga el énfasis en la dependencia de los actos creativos respecto de la experiencia previa y en la gradual evolución de una respuesta creativa basada en la experiencia pasada. No han de darse grandes saltos de la intuición, sean conscientes o inconscientes. Por el contrario, la acción creadora es lenta y progresiva, o “incremental”, como se dirá en este libro: en ella, la forma habitual de tratar un problema va evolucionando gradualmente hasta convertirse en algo nuevo» (prólogo).

Es verosímil que quienes niegan la realidad de una actividad subconsciente importante en la resolución de problemas quieran con ello expresar su convicción de la imposibilidad de hablar del tema con un mínimo de rigor científico.

Con todo, también hay psicólogos bien acreditados que muy razonablemente optan más bien por no esconder el problema bajo la alfombra. Así se expresan Lindsay y Norman en su *Introducción a la Psicología Cognitiva* (Madrid, Tecnos, 1986, pág. 666), al tratar de los mecanismos del pensamiento:

Los seres humanos son conscientes de sus propias acciones y pensamientos. Esta conciencia o autoconciencia es un aspecto fundamental de la conducta mental humana, pero se entiende poco. Sabemos poco sobre la función de la conciencia, poco de las operaciones que no son conscientes: los procesos del pensamiento subconsciente. Sospechamos que los procesos conscientes son fundamentales para la elección inteligente, para el aprendizaje, para la conducción del organismo. Sospechamos que existen numerosos procesos subconscientes que operan sin esta conducción consciente durante un tiempo, pero que deben buscar periódicamente supervisión y dirección. Todo lo que sabemos sobre el pensamiento consciente y subconsciente es muy especulativo. Sin embargo, el estudio del pensamiento es demasiado importante para dejarlo a un lado. Es un área de gran importancia para la psicología y para todos nosotros. Quizá el tema más importante de la psicología.

En esta quinta parte vamos a examinar brevemente el papel que eso un tanto misterioso que constituye la actividad subconsciente parece jugar en la resolución de problemas. El tema es tan importante que, incluso aunque no se pueda afirmar sobre él nada con rigor, vale la pena intercambiar experiencias con seriedad.

A continuación trataremos de ver desde un punto de vista práctico lo que se puede sugerir razonablemente a fin de favorecer activamente su ayuda. Como en todo el resto de este trabajo, pero aquí mucho más, no trato de realizar una investigación científica que conduzca a una colección de proposiciones que se hayan de considerar fuera de toda duda. Mi intención fundamental es transmitir, de la forma más útil posible,

un conjunto de experiencias derivadas de la observación por muchos años del trabajo propio y de otros muchos alumnos y colegas en la resolución de problemas.

Algunos testimonios de grandes matemáticos

Afortunadamente ha habido algunos matemáticos de primera magnitud que han expresado con claridad su experiencia sobre el tema que nos ocupa. Otros incluso se han adentrado en él mucho más a fondo a fin de dar con su explicación más profunda. Los dos estudios introspectivos más iluminadores ya clásicos han sido escritos por H. Poincaré, en una famosa conferencia en 1908 ante la Sociedad de Psicología de París, muchas veces reproducida (puede verse, por ejemplo, en castellano, «La creación matemática» en Morris Kline (compilador), *Matemáticas en el mundo moderno*, págs. 14-17, Madrid, Blume, 1974) y por J. Hadamard en su famosa obra *The Psychology of Invention in the Mathematical Field* (Princeton University Press, 1945) (una edición asequible en Dover, Nueva York, 1954). La lectura de estas obras puede ayudar extraordinariamente a formarse una idea de las vivencias que los más grandes matemáticos y otros muchos más modestos experimentan en sus enfrentamientos con verdaderos retos intelectuales.

A continuación, tomados de estas y otras obras, se presentan unos cuantos testimonios interesantes para nuestra exploración.

El mayor genio de la matemática, Gauss, escribía así refiriéndose en una carta a cierto teorema de teoría de números que había tratado de probar, sin éxito, durante varios años:

Finalmente, hace dos días, lo logré, no por mis penosos esfuerzos, sino por la gracia de Dios. Como tras un repentino resplandor de relámpago, el enigma apareció resuelto.

Yo mismo no puedo decir cuál fue el hilo conductor que conectó lo que yo sabía previamente con lo que hizo mi éxito posible. (De una carta a Olbers (1805) comentada en *Revue des Questions Scientifiques*, octubre 1886, pág. 575. Citado por Hadamard, *The Psychology of Invention in the Mathematical Field*, cap. 1.)

Por su parte, Hamilton, en 1858, describe con las siguientes palabras su hallazgo de los cuaternios, tras quince años de infructuosos esfuerzos:

Mañana será el quince aniversario de los cuaternios. Vinieron a la vida, o a la luz, completamente maduros, el 16 de octubre de 1843, cuando paseaba con la señora Hamilton hacia Dublín, al llegar al puente de Brougham. Allí, y en aquel momento, sentí que el circuito galvánico del pensamiento se cerraba, y las chispas que saltaron de él fueron las ecuaciones fundamentales que ligan i , j , k [los nuevos números que hacen el papel de i de los complejos], exactamente tal como los he usado siempre desde entonces... Sentí que en aquel momento se había resuelto un problema, que se había satisfecho una necesidad intelectual que me había perseguido por lo menos quince años.

En su conferencia ante la Sociedad de Psicología de París, Poincaré, después de relatar pormenorizadamente unas cuantas experiencias muy significativas de su propio trabajo matemático, analiza su experiencia a fondo:

En este momento me fui de Caen, donde vivía entonces, para formar parte de una excursión geológica organizada por la Escuela de Minas. Las peripecias del viaje me hicieron olvidar mis trabajos matemáticos; al llegar a Coutances nos subimos en un autobús, para no sé qué paseo. En el momento en que ponía el pie en el escalón, me vino la idea, sin que tuviese relación, me pareció, con lo que había

estado pensando, de que las transformaciones que yo había utilizado para definir las funciones fuchsianas son idénticas a las de la geometría no euclídea. No lo comprobé, no tuve tiempo; después, apenas me senté en el autobús reanudé la conversación, pero de pronto tuve una completa seguridad. Al volver a Caen comprobé el resultado con la mente descansada para tranquilidad de mi conciencia.

[...]

Estos son los hechos. Ahora veamos las reflexiones que nos sugieren. El yo inconsciente o yo subliminal, como se dice, juega un papel esencial en la creación matemática. Esto se deduce de todo lo precedente. Pero ordinariamente el yo subliminal se considera como puramente automático. Ahora bien, hemos visto que el trabajo matemático no es un simple trabajo mecánico que se confiaría a una máquina, por muy perfeccionada que se imagine. No se trata solamente de aplicar reglas y de elaborar el mayor número de combinaciones con unas leyes fijas. Las combinaciones obtenidas de este modo serían extremadamente numerosas, inútiles y emborrazosas. El verdadero trabajo del creador consiste en escoger entre estas combinaciones, a fin de eliminar las inútiles o, sobre todo, no tomarse el trabajo de hacerlas. Las reglas que deben conducir a esta elección son extremadamente sutiles y delicadas. Es casi imposible enunciárselas con un lenguaje preciso. Se sienten más bien que se formulan. En tales condiciones, ¿cómo es posible imaginar una criba capaz de aplicarlas mecánicamente?

Entonces se nos presenta una primera hipótesis. El yo subliminal no es en forma alguna inferior al yo consciente. No es puramente automático, es capaz de discernimiento, posee tacto, delicadeza; sabe escoger, sabe adivinar. ¿Cómo diría? Adivina mejor que el yo consciente, puesto que logra llegar allí donde éste fracasó. En una palabra, ¿no es superior al yo consciente?

Hadamard, por su parte, dedica una gran parte de su libro a explorar el tipo de actividad subconsciente que acompaña al trabajo creativo en matemáticas y en otros campos. La efecti-

vidad del papel del subconsciente y su modo de acción es uno de los objetivos principales de su investigación:

Que esas iluminaciones súbitas que pueden ser llamadas inspiraciones no pueden producirse meramente por azar es ya evidente por lo que hemos dicho: no puede haber duda alguna de la necesaria intervención de algún proceso mental previo desconocido para quien inventa; en otros términos, de un proceso inconsciente. Más aún, después de haber visto, como veremos en muchos lugares en lo que sigue, el inconsciente en acción, apenas puede surgir duda alguna en lo que se refiere a su existencia.

El libro de Hadamard apareció en 1945. En 1946 G. H. Hardy, uno de los más grandes analistas del siglo XX, escribía en *Mathematical Gazette* [vol. 30 (1946), págs. 111-115] una interesante recensión sobre él en la que aportaba al tema elementos nuevos procedentes de su propia experiencia. La recensión de Hardy puede verse reproducida recientemente en *The Mathematical Intelligencer* [vol. 5 (1983), págs. 60-63]. He aquí algunos de sus párrafos relativos a la actividad subconsciente:

Los hechos principales enumerados [en los primeros capítulos de Hadamard, sobre el inconsciente] parecen fuera de toda discusión. Que la actividad inconsciente juega a menudo un papel decisivo en el descubrimiento; que períodos de esfuerzo inefectivo son a menudo seguidos, después de intervalos de descanso o distracción, por momentos de súbita iluminación; que estos destellos de inspiración son solamente explicables como resultado de actividades que el individuo no ha advertido; la evidencia acerca de todo esto parece abrumadora.

[...]

El curso típico de los hechos es más o menos como sigue. Hay un estadio de actividad plenamente deliberada, posiblemente con algunos resultados aunque ciertamente

insatisfactorios [...]. Luego viene un descanso, completo o parcial, impuesto o deliberado, el resultado de otra ocupación o dedicación a otros problemas diferentes, seguido por un momento de iluminación repentina. Luego viene un segundo período de esfuerzo consciente, esta vez con éxito, en el cual las líneas maestras de la solución aparecen claras. Luego, muy probablemente tras una larga espera, el estadio final que Hadamard llama de «precisión» en el cual los resultados son «formalmente escritos» y puestos en orden, un proceso cansino y de segundo orden, pero esencial. Estos cuatro períodos parecen constituir el mínimo, pero por supuesto puede haber más; las experiencias de Poincaré fueron bastante más complicadas y tuvo al menos dos momentos de inspiración inesperada.

[...]

«Invención es discernimiento, elección» [son palabras de Poincaré] pero ¿dónde y cómo se hace esta elección? Ésta es la cuestión más enigmática, y yo no puedo dejar de percibir que ni Poincaré ni Hadamard en absoluto apuntan claramente hacia una respuesta satisfactoria. Parece claro que nuestras actividades inconscientes han tenido que incluir algún proceso de selección, puesto que la mayor parte de nuestras combinaciones inconscientes nunca se elevan a nuestra conciencia en absoluto...

Otra aportación muy interesante al mismo tema nos la proporciona otro de los grandes analistas de época reciente, J. E. Littlewood. En *The Mathematical Intelligencer* [vol. 1 (1978), págs. 113-119] se publicó una interesante conferencia titulada *The Mathematician's Work of Art* en la que Littlewood glosaba con su humor característico diferentes aspectos psicológicos y prácticos del trabajo del matemático creador.

La incubación es el trabajo del subconsciente durante el tiempo de espera, que puede durar varios años. La iluminación, que puede ocurrir en una fracción de segundo, es la manifestación de la idea creativa en la ciencia. Esto ocurre

casi siempre cuando la mente está en un estado de relajación y suavemente ocupada con asuntos ordinarios.

[...]

La iluminación implica alguna relación misteriosa entre el subconsciente y el consciente, de otro modo tal manifestación no podría darse. ¿Qué es lo que enciende la bombilla en el momento oportuno?

En la obra de Hadamard antes citada aparece una interesante carta de Einstein sobre su modo de trabajo que, aunque en su mayor parte se dedica a describir los tipos de fenómenos que acompañan su trabajo mental, también indica claramente su opinión de que entre la plena conciencia, un «concepto límite», y la inconsciencia existe amplio espacio para otros estados de la mente en su trabajo creativo:

[...]

A) Las palabras o el lenguaje, escritas o habladas, no parecen jugar ningún papel en mi mecanismo de pensamiento. Las entidades psíquicas que parecen servir como elementos en el pensamiento son ciertos signos e imágenes, más o menos claras, que pueden ser *voluntariamente* reproducidas y combinadas.

Hay, por supuesto, una cierta conexión entre estos elementos y conceptos lógicos relevantes. Es también claro que el deseo de llegar finalmente a conceptos conectados lógicamente es la base emocional de este juego más bien vago con los elementos antes mencionados. Pero desde un punto de vista psicológico, este juego combinatorio parece ser el rasgo esencial en el pensamiento productivo —antes de que haya ninguna conexión con construcción lógica en palabras o en otros clases de signos que pueda ser comunicada a los otros.

B) Los elementos antes mencionados son, en mi caso, de tipo visual y algunos de tipo muscular. Las palabras convencionales u otros signos han de ser buscados con trabajo solamente en una segunda fase, cuando el juego asociativo

mencionado está suficientemente establecido y puede ser reproducido a voluntad.

C) De acuerdo con lo dicho, el juego con los elementos mencionados se dirige a ser análogo a ciertas conexiones lógicas que uno está buscando.

[...]

E) A mí me parece que lo que usted llama plena conciencia es un caso límite que nunca puede ser alcanzado plenamente. Esto me parece estar conectado con el hecho llamado la estrechez de la conciencia (Enge des Bewusstseins).

Apéndice II de J. Hadamard, *An Essay on The Psychology of Invention in the Mathematical Field* (Princeton Univ. Press, 1945).

En una publicación reciente, *The Emperor's New Mind* (Oxford University Press, 1989), Roger Penrose relata una experiencia muy interesante a propósito del descubrimiento y explicación de cierto aspecto de la teoría de los agujeros negros. Aquí aparece un elemento nuevo, el surgimiento desde la actividad subconsciente y posterior olvido de una luz muy peculiar que vino a resolver un importante problema:

[...]

La experiencia de una idea que viene «como un relámpago», bajo tales circunstancias —junto con un fuerte sentimiento de convicción en lo que se refiere a su validez— no me es desconocida.

Tal vez valga la pena referir un ejemplo particular de esta situación, que tiene un punto curioso de interés adicional. En el otoño de 1964 yo había estado pensando sobre el problema de las singularidades relativas a los agujeros negros [...]. Un colega (Ivor Robinson) había venido de EUA de visita y estábamos teniendo una conversación interesante acerca de un tema totalmente diferente cuando íbamos calle abajo hacia mi despacho en el Birbeck College en Londres. La conversación se detuvo momentáneamente

para cruzar una calle lateral, y comenzó de nuevo en la otra acera. Evidentemente, durante estos pocos momentos, una idea se me ocurrió, pero luego, ¡la conversación que siguió la borró de mi mente!

Más tarde, después de que mi colega se había marchado, volví a mi despacho. Recuerdo haber tenido una extraña sensación de alegría, por algo de lo que no podía dar razón. Comencé a recorrer en mi mente todas las cosas variadas que me habían sucedido durante el día, intentando encontrar qué era lo que había causado esta alegría. Después de eliminar numerosas posibilidades inadecuadas, finalmente me vino a la mente el pensamiento que había tenido al cruzar la calle ¡un pensamiento que me había alegrado momentáneamente al proporcionarme la solución al problema que había estado rumiando en el transcurso de mi cabeza! Aparentemente era el criterio que se necesitaba —lo que yo llamé más tarde una «superficie atrapada»— y entonces no me llevó mucho tiempo esbozar el esquema de una demostración del teorema que había estado buscando (Penrose, 1965). Incluso entonces, pasó algún tiempo antes de que la demostración fuera formulada de una forma completamente rigurosa, pero la idea que había tenido mientras cruzaba la calle había sido la clave. (A veces pienso qué habría ocurrido si alguna otra experiencia de alegría sin trascendencia me hubiera sucedido durante aquel día. ¡Tal vez nunca hubiera recordado la idea de la superficie atrapada!)

La anécdota anterior me lleva a otro tema referente a la inspiración y a la intuición (*insight*), a saber, que los criterios estéticos son enormemente valiosos para formarnos nuestros juicios. En las artes, podría uno afirmar que son los criterios estéticos los que dominan sobre todo. La estética en las artes es un tema muy extenso y los filósofos han dedicado vidas enteras a su estudio. Podría argüirse que en la matemática y en las ciencias tales criterios son meramente incidentales, dominándolo todo el criterio de la *verdad*. Sin embargo, parece imposible separar uno del otro al considerar los temas de la inspiración y la intuición. Mi

impresión es que la fuerte convicción de la *validez* de un relámpago de inspiración (no fiable al cien por cien, debería añadir, pero al menos más fiable que sólo el azar) está conectada muy fuertemente con sus cualidades estéticas. Una idea bella tiene una probabilidad mucho mayor de ser una idea correcta que una idea fea. Ésa al menos ha sido mi propia experiencia, y sentimientos semejantes han sido expresados por otros. Por ejemplo, Hadamard (1945, página 31) escribe:

«... es claro que ningún descubrimiento o invento significativo puede tener lugar sin la *voluntad* de encontrar. Pero con Poincaré vemos algo más, la intervención del sentido de belleza que juega su papel como un *medio* indispensable de encontrar. Hemos alcanzado la doble conclusión siguiente: que la invención es elección; que esta elección se halla gobernada de forma imperativa por el sentido de belleza científica».

Más aún, Dirac (1982), por ejemplo, no se recata de decir que fue su *profundo sentido de belleza* lo que le permitió adivinar su ecuación para el electrón mientras otros la habían buscado en vano.

Por mi parte puedo ciertamente atestiguar acerca de la importancia de las cualidades estéticas en mi propio pensar, por una parte en relación con la *convicción* que uno sentiría con ideas que podrían posiblemente pasar por *inspiradoras* y por otra en lo que se refiere a las conjeturas más rutinarias que habrían de hacerse continuamente, a medida que uno percibe que avanza hacia una meta esperada.

[...]

Me parece claro que la importancia de los criterios estéticos se aplica no sólo a los enjuiciamientos instantáneos de la inspiración, sino también a los enjuiciamientos mucho más frecuentes que continuamente hacemos en el trabajo matemático (o científico). ¡Argumentos rigurosos constituyen ordinariamente el *último paso*! Antes de ellos uno tiene que hacer muchas conjeturas y para éstas las convicciones estéticas son enormemente importantes, siempre sujetas a argumentos lógicos y hechos conocidos.

[...]

¿Cuál es entonces mi visión acerca del papel del inconsciente en el pensamiento relativo a la inspiración? Admito que el tema no está tan claro como me gustaría que estuviera. Ésta es un área en la que el inconsciente parece ciertamente jugar un papel vital, y tengo que convenir con la visión de que los procesos inconscientes son importantes. He de estar de acuerdo también en que no puede ocurrir que la mente inconsciente esté simplemente haciendo emerger ideas al azar. Tiene que haber un proceso de selección impresionantemente poderoso que permita que la mente consciente se deje perturbar solamente por ideas que *tienen alguna probabilidad*.

Yo sugeriría que estos criterios de selección, fundamentalmente estéticos, de alguna manera, han sido ya fuertemente influenciados por deseos conscientes (del modo como el sentimiento de fealdad acompañaría los pensamientos matemáticos que son inconsistentes con principios generales ya establecidos).

Las citas podrían multiplicarse. En 1902-1905 la revista *L'Enseignement Mathématique* llevó a cabo y publicó una interesante encuesta sobre los métodos de trabajo de los matemáticos. Entre sus muchas preguntas hay unas cuantas que se refieren directamente a los mecanismos del pensamiento en el descubrimiento matemático y que constituyen una rica fuente de información que aún está por analizar con la profundidad que merecen.

28

Especulando sobre la actividad subconsciente

Las notas que siguen constituyen una descripción breve y osada, pero no infundada, de lo que, en trazos extraordinariamente simplificadores, puede tal vez ocurrir en nuestra mente cuando se enfrasca con un problema de cualquier tipo y llega a tener una de esas vivencias que denominamos *inspiración*. Esta descripción ordenada tiene una finalidad práctica, pues la utilizaremos en la sección siguiente con el objeto de tratar de ver cómo podemos propiciar eficazmente la ayuda de la actividad subconsciente en nuestro enfrentamiento creativo con problemas.

1. El mecanismo mental de nuestro pensamiento tiene muchos elementos con distintas funciones, unos de almacenamiento de información, otros de organización y procesamiento de información, que, más o menos, pueden trabajar independientemente.
2. Existe un mecanismo de supervisión que puede atender a la actividad coordinada de unos cuantos de esos procesadores de modo más o menos enfocado, al tiempo que percibe de modo más difuso la actividad de otros. Hay algunos que de ordinario escapan a la percepción y desde luego al control del mecanismo supervisor.
3. Este supervisor es el portador de la conciencia refleja del individuo y de la facultad de autodirigirse hacia

uno u otro punto de su campo de control a fin de coordinar las informaciones que recibe de los diferentes elementos y someter el resultado de esta coordinación a posteriores procesamientos.

4. Mediante intervención neuroquímica o a través de técnicas de entrenamiento es posible neutralizar la acción del supervisor, de modo que la actividad de los diferentes elementos continúe sin su influencia. Las interconexiones entre estos elementos siguen sin embargo abiertas, de modo que la información que cada uno contiene en sus diversas formas de procesamiento puede actuar sobre la que otros elementos poseen.
5. Mediante un cierto esfuerzo continuado el supervisor puede poner en actividad muchos de los elementos del sistema con una dirección de búsqueda común. Es decir, el mecanismo supervisor trata de que cada unidad aporte lo que en ella pueda haber de pertinente en lo que se refiere a información o estructuras de procesamiento que tenga que ver con una cierta situación-problema. Una gran parte del mecanismo cognoscitivo está entonces en actividad y en tensión interactiva de manera que cada elemento pueda captar y procesar lo que los otros puedan ofrecerle.

6. Esta situación puede dar lugar a un engarzamiento de las distintas informaciones que proporcionan los diferentes elementos del sistema, lo que constituye una aportación hacia la solución del problema propuesto.
7. Puede suceder que, incluso después de mucho tiempo y esfuerzo invertidos por el sistema, esta solución no aparezca. El supervisor cesa en su esfuerzo controlador, pero las diferentes unidades del mecanismo cognoscitivo continúan en tensión con las pautas de búsqueda que se les ha proporcionado.

8. Puesto que las conexiones entre los diferentes elementos de almacenamiento de información y de procesamiento permanecen abiertas y las interacciones entre ellos siguen produciéndose, puede suceder que de esta actividad no controlada directamente por el supervisor, que tiene ahora su enfoque dirigido hacia otras tareas, surjan estructuras que parezcan resolver la situación-problema inicialmente propuesta.
9. El supervisor, mediante su atención difusa sobre las diferentes unidades del sistema, puede percibir la presencia de tal constelación de informaciones y ser atraído por ella. Entonces se percata de su valor, tal vez por su belleza, enfoca la atención de los diversos elementos sobre ella y la evalúa con más precisión.
10. O bien tales estructuras combinadas de información permanecen almacenadas en el sistema, no percibidas de momento por el supervisor. Sólo cuando éste decide, posiblemente tras mucho tiempo, volver a realizar un nuevo esfuerzo hacia la resolución del problema poniendo en actividad los diferentes elementos bajo su control, esta constelación útil aparece como saliendo de la nada, como el destello súbito de un relámpago.

Desde el punto de vista tradicional de las cuatro fases del acto creativo descritas por Wallas, *preparación, incubación, iluminación y verificación*, y que de un modo u otro son reconocidas universalmente, es claro que la *preparación* corresponde a lo que se indica en 5, la *incubación* viene descrita en 7 y 8, y la *iluminación* aparece directamente sin incubación, en 6, o bien, tras una incubación, en 9 y 10. La *verificación* es el esfuerzo controlado posterior señalado también en 9.

Consecuencias prácticas

Si las cosas suceden aproximadamente como se ha descrito en el capítulo anterior, ¿podemos tratar de incidir eficazmente sobre nuestros propios procesos mentales para propiciar la ayuda de la actividad subconsciente en nuestra ocupación con problemas?

Cuando muchos psicólogos del conocimiento afirman que aprovechamos tan sólo una parte muy pequeña de nuestra capacidad total apuntan hacia la eficacia inmensamente mayor que nuestro sistema cognoscitivo tendría si pudiésemos lograr que éste encauzara y coordinara toda su actividad, la consciente y la menos consciente, en la dirección adecuada.

Es muy posible que los logros de los grandes genios se deban en buena parte a su eficacia en dirigir todas las potencialidades de su mecanismo mental hacia un objetivo determinado. Cuando Newton, como cuenta su ayudante, se pasó un gran rato mirando atentamente un huevo en su mano izquierda mientras esperaba que se pusiera duro su reloj de bolsillo que hervía furiosamente en el cazo, su atención no estaba *distráida* en el sentido de *dispersa*, sino que estaba profundamente concentrada en un objetivo bien claro, que por supuesto no tenía nada que ver con el huevo. Con razón él mismo solía decir, cuando le preguntaban cómo había llegado a alguna de las muchas ideas geniales que le debemos: «Pensando constantemente sobre ello».

Una de las claves del éxito en la resolución de un problema radica en la *capacidad de concentración*, es decir, en lograr que, en el estadio de preparación señalado en 5 del capítulo anterior, queden involucrados activamente cuantos elementos o unidades de nuestro sistema mental puedan aportar algo, y que entre todos ellos exista una colaboración tan estrecha como sea posible. Parece difícil lograr este objetivo de modo consciente, controlado por el supervisor. Probablemente se puede incidir de dos maneras:

— En primer lugar *eliminando los impedimentos* que, según nuestra propia experiencia, causan una dispersión de nuestra atención, de nuestra capacidad para estar plenamente en lo que hacemos.

— En segundo lugar, y esto es lo más efectivo, mediante la *motivación*, fomentando en nosotros el interés intenso y profundo por los problemas de los que nos ocupamos, que sea capaz de envolver más y más capas, racional, contemplativa, estética, de nuestra propia personalidad. La etapa de preparación descrita en 5, en que conscientemente tratamos de acumular y procesar toda la información que podamos, combinándola y estructurándola en unidades más potentes, constituye un esfuerzo grande que no se realiza con efectividad si no existe un fuerte entusiasmo inicial, engendrado por la motivación.

Por otra parte, si nuestro dinamismo mental se parece a lo que se sugiere en 1, 2, 3 y 4 de la sección anterior, parece claro que el tipo de trabajo que debemos realizar en nuestra fase de preparación es el que facilite la interacción de la información y de sus diversas formas de procesamiento. Esto refuerza lo que en la cuarta parte ha quedado dicho sobre la importancia de aportar a nuestro proceso de resolución de problemas un *conocimiento bien estructurado*.

El aspecto que más nos interesa ahora para tratar de

propiciar la ayuda de la actividad subconsciente es el de la *incubación*, de la que se espera que surja la *iluminación*.

Aunque, tanto por los testimonios extrínsecos aportados como por nuestra propia experiencia, estemos intelectualmente convencidos de la realidad favorecedora de la actividad subconsciente, en la práctica actuamos muy a menudo como si ésta no existiera. No practicamos una estrategia positiva para estimular esta actividad. Muchas veces ni siquiera le damos oportunidad de que tenga lugar, actuando como si la fase de nuestro trabajo en que nuestro mecanismo supervisor está al mando fuese la única verdaderamente provechosa.

Si la dinámica de nuestro mecanismo mental se parece a grandes rasgos a lo que ha quedado descrito en la sección anterior, es claro que la incubación que favorezca la iluminación puede estimularse del siguiente modo:

- a) La preparación consciente nos debe capacitar:
 - Para reconocer la solución o los elementos que puedan ayudar a la solución.
 - Para activar en nuestra mente las estructuras sencillas a partir de las cuales podamos presentar que pueda surgir una solución.
 - Para actuar con una cierta libertad y flexibilidad que inicie o que al menos deje abierta la mente para vías nuevas, distintas de las que los hábitos propios, los prejuicios, las modas, los paradigmas imperantes, imponen.
 - Para infundir en el espíritu una tensión profunda, un verdadero interés por el problema y su resolución, junto con cierta confianza en nuestras fuerzas.
- b) Un período de relajación y de olvido que permita una mayor libertad autónoma, es decir, de apartamiento de los caminos trillados ya por nuestra actividad consciente, en el que la tensión interna tenga en movimien-

to las configuraciones y constelaciones de información que la fase preparatoria ha dinamizado.

Poincaré señala cómo el estímulo del café le causó un efecto sorprendente en una de sus famosas experiencias creativas. También Littlewood habla del efecto del té y del café. Otros se ayudan del paseo, como Hamilton y Hilbert. Otras drogas más duras tienen efectos devastadores en plazo relativamente corto.

No es fácil sustraer nuestro mecanismo cognoscitivo a cierto control permanente del supervisor. Las culturas orientales han ideado métodos efectivos para conseguirlo. Hasta hace pocos años estos métodos sonaban entre nosotros a esoterismo extravagante. Hoy día ya van encontrando su lugar incluso en los textos más autorizados de psicología cognoscitiva. P. H. Lindsay y D. A. Norman, en su interesante *Introducción a la psicología cognitiva* (Madrid, Tecnos, 1986, pág. 687), presentan una buena descripción de alguno de ellos:

Los métodos para controlar los estados de la mente son muy antiguos y muy bien conocidos en algunas sociedades. Hasta hace poco tiempo, estas técnicas no eran muy conocidas en la civilización occidental, pero ahora han alcanzado amplia publicidad y práctica. Las técnicas de la meditación religiosa y personal están diseñadas para alterar nuestros estados mentales. El uso de drogas y los estados hipnóticos pueden tener funciones afines.

El medio más común y más eficaz de controlar los propios estados mentales es el empleo de un *mantra*. Básicamente, si queremos desconectar S (el mecanismo supervisor), esa voz central interior de la conciencia, encaramos un problema. S es un mecanismo entrometido, que tiende a estar guiado por los datos de cualquier acontecimiento, externo o interno. La mejor manera de hacerse cargo de S es darle algo que le distraiga. Hagamos que S emplee todos sus recursos en hacer algo irrelevante, y entonces la mente

podrá funcionar libre de la influencia de S. El mantra es precisamente una técnica para conseguirlo.

El diccionario define un mantra como «una fórmula mística de invocación o encantamiento del hinduismo y del budismo Mahayana» (Webster's New Collegiate Dictionary). Hoy en día lo más frecuente es que el mantra sea simplemente una palabra que una persona repite continuamente una y otra vez. Nosotros consideramos el mantra como un recurso para la atención... mantiene ocupada la capacidad atencional de la mente, da a S algo que hacer, y efectivamente elude la naturaleza supervisora, directiva, de los mecanismos conscientes internos.

Las técnicas que en nuestra cultura occidental se han creado para escapar al control del supervisor no se han dirigido a inhibir su acción, sino más bien a desviarla hacia porciones del sistema cognoscitivo distintas de las que se ha ocupado en la fase de preparación. En este sentido, los trucos de muchos de nuestros grandes artistas y científicos han sido extraordinariamente originales. Mozart componía al tiempo que observaba atentamente el rodar de las bolas en su gran mesa de billar. El gran poeta Shelley recibía a la musa jugando con barquitos de papel sumergido en su baño. Brahms decía que solía tener sus mejores ideas mientras se limpiaba los zapatos. Littlewood afirmaba que la relajada actividad de afeitarse constituía para él una fuente de ideas. Algunas grandes ideas le llegaron practicando el alpinismo, al que era un gran aficionado.

El sueño y el ensueño, fase intermedia entre el sueño y la plena vigilia, constituyen los estados típicos en que el control del supervisor se suprime o se aminora. Para algunos, estos estados son muy fructíferos desde el punto de vista de su creatividad intelectual. John von Neumann, uno de los grandes matemáticos del siglo XX, se iba a menudo a la cama por la noche con un problema en su mente sin resolver y se despertaba a la mañana siguiente capaz de garrapatear la

solución en un cuaderno que tenía en su mesilla de noche. Descartes, en el Colegio de La Flèche, por su mala salud, tenía permiso para pasar una buena parte de la mañana en la cama, dedicado a sus ensoñaciones filosóficas particulares. Es muy probable que muchas de las grandes intuiciones de las *Reglas para dirección del ingenio* y del *Discurso del Método* tuvieran su origen en ellas. La idea de Kekulé sobre la estructura anular de la molécula del benceno le vino en un sueño, según él mismo cuenta. Pero, como dice Littlewood, es posible que los actos creativos de gran altura alcanzados en sueños sean muy escasos. «William James parece haber tenido lo que parecían ser ideas vitalmente importantes en sueños, pero siempre se olvidaba de ellas al despertar. Decidió escribir tales sueños, y en la próxima ocasión consiguió hacerlo. A la mañana siguiente pudo leer:

Higamus hogamus, woman is monogamous,
Hogamus higamus, man is polygamous.

No está mal del todo. Tiene a la vez forma y contenido».

La posibilidad de incubación se da cuando no nos dejamos llevar por las presiones que muy ordinariamente tienden a atosigarnos. Es necesario tener ocasión para incubar nuestras ideas *comenzando con tiempo de sobra* nuestro trabajo. Así se evita la fijación funcional, la necesidad de ir por los caminos trillados y seguros. Nos podemos permitir caminar por caminos inciertos a lo largo de los cuales podemos encontrar ideas nuevas y valiosas.

Para algunos el tener pendientes al tiempo varios temas de trabajo ayuda. La dedicación a uno permite la incubación en los otros. Edison habitualmente tenía varios proyectos inacabados en su cabeza, trabajaba concienzudamente en todos ellos, aun estando todos pendientes de resolución. Para otros este modo de proceder representaría una fatal dispersión.

APÉNDICE

El retrato heurístico

Las ventajas de conocerse a sí mismo

Conocerse a fondo a sí mismo es uno de los ideales consistentemente inculcados por los filósofos de todos los tiempos. Y no sin razón. Desde el punto de vista que aquí nos ocupa, el conocerme a mí mismo con rigor me proporciona ante todo la posibilidad de utilizar mis propios recursos de la forma más eficaz posible, con la consiguiente satisfacción por el sano ejercicio de mi propia capacidad y porque con ello alcanzaré con seguridad un rendimiento más pleno.

Conocerse a sí mismo con sobriedad es un ejercicio difícil, pero no tiene por qué ser penoso ni acomplejante si no nos dejamos llevar por un pesimismo que nos conduzca a clavar nuestra mirada en nuestros propios defectos y en las proezas que nos parece observar en otros a nuestro alrededor, con una visión totalmente deformadora. Todos los hombres, por el solo hecho de saber que conocemos y por nuestra capacidad de expresarnos en palabras, estamos ya colocados en una meseta a tal altura que las diferencias que existen entre nosotros resultan de muy poca significación. Cada uno de nosotros podemos pensar que somos débiles como un junco, pero «un junco que piensa» y ya por ello portador de una inmensa grandeza.

Si me conozco a fondo a mí mismo en lo que se refiere a

mi capacidad para resolver problemas, sabré cuáles son mis puntos fuertes, aquellas destrezas en las que manifiesto un cierto gusto especial y una señalada capacidad. Esto me proporcionará una pista sobre el tipo de problemas y de actividad heurística en que puedo ocuparme con más confianza y probablemente con más éxito. Y al mismo tiempo sabré en qué puedo ayudar a otros con más eficacia.

Conociéndome con objetividad sabré también de mis defectos, seré capaz de disolver posibles engaños sobre mí mismo y estaré atento a cualquier posibilidad de fallo importante a que mis puntos débiles puedan conducirme. Por otra parte, de este modo, si sé cuáles son mis carencias, podré poner mis manos a la obra con afán para subsanarlas, estando atento a ellas y observando con interés la actividad de quienes pueden enseñarme a proceder más adecuadamente.

Después de los capítulos dedicados a estudiar los posibles bloqueos mentales, las estrategias de pensamiento, el tipo de conocimiento útil en la resolución de problemas, la actividad subconsciente... ya sabemos algo sobre cómo puede ser la mente humana en su actividad heurística. El camino está bastante allanado para que tratemos de averiguar explícitamente cuáles son los rasgos más característicos de nuestra propia capacidad heurística. Por otra parte la realización de nuestro autorretrato heurístico nos capacitará también para ayudar a otras personas a realizar el suyo propio, con las consiguientes ventajas que ello pueda aportar de cara al autoconocimiento.

Elementos para un retrato heurístico

El mejor método para conseguir un autorretrato heurístico suficientemente fiel en lo que se refiere al funcionamiento concreto de nuestras capacidades de resolución de problemas consiste, a mi parecer, en el examen detenido de un buen

número de protocolos de resolución de problemas suficientemente variados, comparándolos, si es posible, con los realizados por otras personas. De esta forma pueden quedar patentes los rasgos característicos de cada uno.

Los trazos globales de la propia estructura heurística se pueden detectar mediante un autoexamen pormenorizado sobre los diversos aspectos que influyen en nuestros procesos mentales en la resolución de problemas. Este examen constituye una tarea muy personal y nada sencilla, pero tal vez pueda resultar facilitada mediante la lista de aspectos a considerar que presento a continuación de forma orientativa.

Aspectos externos

¿Cuál es el tiempo para mí más propicio para cada uno de los diversos tipos de actividad mental? Yo, por mi parte, prefiero la mañana para pensar por mi cuenta, la tarde me resulta buena para estudiar y documentarme, la noche me resulta inútil para cualquiera de estas dos cosas. Es claro que las preferencias de otros son justamente las opuestas.

¿Qué es lo que favorece en mí la concentración? El silencio, la paz, la tranquilidad, la música (¿qué música?), estar lejos, viajar, contemplar el paisaje, pasear..., ¿o tal vez todo lo contrario? Uno de mis grandes profesores, Germán Ancochea, se iba al café a hacer matemáticas entre el humo y el jaleo.

¿Qué es lo que más me dispersa? Teléfono, chismes, interrupciones...

¿Qué postura física me resulta más estimulante? Sentado, de pie, echado, paseando, corriendo, dentro del baño...

¿Necesito dormir mucho, poco? Mi sueño, mi ensueño, ¿me resultan de alguna ayuda para la resolución de problemas?

¿Hay alguna actividad específica que favorezca en mí la incubación fructuosa de los problemas de que me ocupo?

¿Tienen algo en común las circunstancias en que me parece recibir la inspiración?

Aspectos afectivos

Ante la tarea de resolución de problemas, ¿cuál es mi actitud afectiva inicial? ¿Gusto, disgusto, miedo, angustia, repugnancia, tranquilidad, diversión, indiferencia, prisa, confianza, desaliento...?

¿Qué busco en mi tarea de resolución de problemas? ¿Entretenimiento, ejercicio, cumplimiento de un deber, satisfacción de mi curiosidad, autosuperación, preparación más eficaz...?

¿Me cuesta ponerme en marcha? ¿Ante qué tareas?

¿Soy de esfuerzos prolongados? ¿Mantengo vivo el interés por un problema por largo tiempo?

¿Me canso y me aburro fácilmente o soy capaz de sacrificios y esfuerzos costosos?

¿Soy de intensos altibajos? ¿Fases cíclicas de entusiasmo y repugnancia por el trabajo? ¿Conozco la causa?

Mi estado de ánimo respecto del trabajo ¿es fácilmente influenciable? ¿Tiempo, presión atmosférica, estómago vacío, lleno, mañana, tarde, noche...? ¿Cuáles son mis ritmos?

¿Inclinado al desaliento o más bien constante y pertinaz?

En el trabajo, ¿qué me produce más placer: pensar autónomo, observar, mirar lo que hacen los otros, explorar, contemplar, repetir, repasar, asegurarme, contemplar, no trabajar? ¿Qué es lo que más me cuesta?

¿Siento gusto en iniciar caminos, hastío en proseguirlos, o al revés?

¿Tengo gusto en juzgar y hacer de crítico, disgusto en la propia acción, o al revés?

¿Cómo me debo catalogar en cuanto a mis tendencias: impulsivo, apresurado, sereno, pausado, optimista, pesimista...?

El fracaso, ¿me hunde o trato de aprender con él?

¿Qué miedos, ansiedades, repugnancias, suelo experimentar en el transcurso del proceso? Por ejemplo, ¿miedo a examinar a fondo mis conjeturas?, ¿repugnancia ante la tarea de «poner en limpio»?

¿Llego hasta el fin o fácilmente dejo las cosas a medias, un poco chapucadamente? ¿Soy perfeccionista?

¿Tolero bien la crítica? ¿La busco? ¿Me cae gordo fácilmente quien la formula?

¿Me gusta el trabajo en equipo? ¿Me adapto bien? ¿O me gusta más bien trabajar por mi cuenta?

¿Me apetece discutir sobre mis temas de trabajo?

Aspectos cognoscitivos

¿Qué tipos de materias, trabajos, formas de pensar, me resultan más conaturales?

¿Curiosidad? ¿Me intereso por temas ajenos a mi campo?

¿Leo a gusto? ¿En abundancia?

¿Siento atracción por lo que desconozco?

La fase de documentación y almacenamiento de información, ¿me resulta costosa, antipática, o es lo que hago más a gusto?

¿Tiendo a la profundidad o a la amplitud?

¿Tengo gusto por la reflexión?

¿Me gusta concentrarme en una sola cosa o trabajar en varias simultáneamente?

¿Tengo facilidad para la concentración y me defiendo fácilmente de distracciones?

¿Qué tal memoria tengo? ¿Qué tipo de memoria es la mía, visual, analítica, simbólica, relacional?

¿Tengo facilidad para percibir, imaginar, visualizar? ¿Pienso en figuras o prefiero manejar símbolos? ¿Sentido geométrico o analítico?

¿Tengo flexibilidad en el uso de diferentes formas de pensamiento?

¿Tengo sentido estético ante la obra intelectual?

¿Me gusta analizar a fondo y en detalle o prefiero esbozar y construir estructuras globalmente?

¿Prepondera en mí el sentido lógico o avanzo a saltos, intuitivamente, dejando aparte la lógica?

¿Qué tipo de representaciones auxiliares suelo utilizar, imágenes concretas, símbolos abstractos, fórmulas, palabras escritas...?

¿Tengo rutinas de acción para los momentos difíciles, de desgana, de abulia, a fin de que me ayuden a salir de ellos?

¿Tengo facilidad para la introspección?

Mi pensamiento ¿anda casi siempre bajo control o a ratos anda vagando y divagando?

¿Favorezco positivamente la actividad del subconsciente?

¿Me procuro activamente su ayuda? ¿Estoy atento a los elementos que me pueda aportar?

¿Tengo tolerancia frente a otras formas de pensamiento incongruentes respecto de los míos o más bien soy rígido frente a ellos?

¿Qué es lo que más me sorprende de la forma de abordar los problemas por otros?

¿Cuáles son mis personajes favoritos, los odiosos? ¿Qué características tienen por las que me resultan así? ¿Quiénes me parece que han conseguido mejor lo que yo busco?

III. ACTIVIDADES SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y JUEGOS MATEMÁTICOS

En el trabajo [AB] se realiza un análisis muy pormenorizado de las etapas de Polya para la resolución de problemas. Entre ellas, caben destacarse los siguientes ítems:

- Sobre resolución de problemas y juegos
 - ¿Quién es un buen resolutor de problemas?
 - ¿Cuál es la mejor forma de resolver problemas?
 - Regla de oro: Lo que importa es el camino
 - Bloqueos y desbloques
- Modelos y protocolos en resolución de problemas
- Fases de la resolución de problemas y juegos
 - Fase de familiarización con el problema
 - Pautas o sugerencias a tener en cuenta en la fase de familiarización con el enunciado (Aspectos físicos y actitudinales, Aspectos afectivos y cognoscitivos y Aspectos heurísticos)
 - Fase de búsqueda de estrategias
 - Pautas o sugerencias a tener en cuenta en la fase de búsqueda de estrategias (Aspectos físicos y actitudinales, Aspectos afectivos y cognoscitivos, Aspectos heurísticos)
 - Fase de llevar adelante la estrategia
 - Pautas o sugerencias a tener en cuenta en la fase de llevar adelante la estrategia (Aspectos físicos y actitudinales, Aspectos afectivos y cognoscitivos, Aspectos heurísticos)
 - Fase de revisar el proceso y sacar consecuencias
 - Pautas o sugerencias a tener en cuenta en la fase de revisar el proceso y sacar conclusiones (Aspectos físicos y actitudinales, Aspectos afectivos y cognoscitivos, Aspectos heurísticos)
- Estrategias en la resolución de problemas y juegos
 - Simplificar. Particularizar
 - Experimentar (ensayo y error). Buscar regularidades
 - Organización y codificación
 - Modificar el problema
 - Analogía. Semejanza
 - Exploración: simetría y casos límites
 - Trabajar marcha atrás (método regresivo según [So])
- Técnicas generales matemáticas
 - Contradicción
 - Inducción matemática
 - Principio del palomar de Dirichlet

ACTIVIDAD 1: LECTURA SOBRE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y JUEGOS.

Para desarrollar esta actividad no tienes que construir ni manipular ningún material, solo debes leer con atención lo que sigue y reflexionar sobre la lectura ya que en las próximas actividades deberás recordar lo que aquí se dice.

¿QUÉ ES UN PROBLEMA O UN JUEGO MATEMÁTICO?

Es una situación que implica un propósito u objetivo que hay que conseguir, y que es aceptada como problema por alguien. Sin esa aceptación no hay problema. Hay obstáculos para alcanzar ese propósito, y requiere deliberación, ya que el que lo afronta no conoce ningún algoritmo o procedimiento para resolverlo.

Un problema debe representar un reto adecuado a las capacidades de quien intenta resolverlo. Además debe tener interés en sí mismo, estimular el deseo de proponerlo a otras personas; no debe ser un problema con trampa o un acertijo, ni dejar bloqueado inicialmente a quien lo ha de resolver.

No confundas problema con ejercicio; estos son cuestiones que de un golpe de vista se ve en qué consisten y cuál es el medio para resolverlas. A la hora de resolver un ejercicio se suele tener a mano una receta que facilita su solución y en general la resolución de un ejercicio exige poco tiempo, situaciones que no suelen darse ante un problema o juego.

¿QUÉ ES RESOLVER UN PROBLEMA O JUEGO?

La resolución de un problema o juego es un proceso de acontecimientos que nos lleva a recorrer diferentes etapas en un viaje: aceptar el desafío, formular las preguntas adecuadas a cada caso, clarificar el objetivo, definir y ejecutar el plan de acción y evaluar la solución. Llevará consigo el uso de la heurística (el arte del descubrimiento), pero no de una manera predecible, porque si el método, (que no existe), pudiera ser predicho de antemano, se convertiría en un algoritmo pasando de problema a mero ejercicio.

Todo esto comporta, para cada uno de los problemas a resolver, una inmersión en el mundo particular del problema, poniendo de manifiesto las técnicas, habilidades, estrategias y actitudes personales de cada individuo que aborda el problema.

La resolución de problemas es un proceso, no un procedimiento paso a paso; es fundamentalmente un viaje, no un destino ("... *no hay camino, se hace camino al andar.*"). Este viaje queda plasmado en ir cubriendo las siguientes etapas: deseo de acercarse al problema, aceptar el desafío, correr un riesgo, hallar la respuesta, comprender una pregunta, descubrir nuevos conocimientos o crear una nueva solución:

¿QUIÉN ES UN BUEN RESOLUTOR DE PROBLEMAS?

El que tiene deseo de afrontarlo (**yo quiero**), acepta el desafío con entusiasmo (**yo puedo**), está en posesión del equipamiento de técnicas y estrategias (heurística) matemáticas oportunas (**estoy dispuesto a aprenderlas**), y tiene talento para ello (aunque el talento es fundamental para llegar lejos en el viaje, no lo es para disfrutar de él). Y por fin, el que practica las virtudes de la paciencia y la perseverancia.

¿QUÉ SE APRENDE RESOLVIENDO PROBLEMAS?

Se aprende fundamentalmente, a entender el funcionamiento de nuestro propio razonamiento, a dominar nuestros estados de ánimo y a aumentar la confianza en nosotros mismos, nuestra autoestima.

¿CUÁL ES LA MEJOR FORMA DE RESOLVER PROBLEMAS?

La única forma es resolviendo problemas. Cada problema afrontado, con o sin éxito, nos enseña a resolver el siguiente. De alguna manera se aprende a aprender, por eso es interesante esta actividad. Pero recuerda que ésta, como todo arte, es una actividad que requiere fe (en que **puedes**), coraje (en que **quieres**), humildad (porque **no lo sabes todo**) y disciplina (**estás dispuesto a esforzarte por seguir aprendiendo**).

REGLA DE ORO: *LO QUE IMPORTA ES EL CAMINO*

Siempre debes tener en cuenta que lo que importa es el camino. No pongas la mira en el éxito, sino en el proceso. Es el proceso el que te enseña. Un problema resuelto es un problema muerto, pero si aún se te resiste, vive en ti como problema.

BLOQUEOS Y DESBLOQUEOS

Dijimos anteriormente que un problema constituye un auténtico reto. Sabemos, más o menos, a dónde queremos llegar, pero ignoramos el camino. Ante esta situación caben actitudes positivas como confianza, tranquilidad, disposición de aprender, curiosidad, gusto por el reto, etc. y otras negativas o bloqueos que pueden obstaculizar nuestro avance como, miedo a lo desconocido, nerviosismo, prisa por acabar o cierta desazón ante la prueba.

En la tabla siguiente puedes ver los tipos de bloqueos que nos pueden afectar y algunas pautas para reflexionar sobre ellos e intentar superarlos.

BLOQUEOS DE ORIGEN	PAUTAS PARA SUPERAR LOS BLOQUEOS
---------------------------	-----------------------------------------

<p style="text-align: center;">AFECTIVO</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ Apatía, abulia, pereza por el comienzo. ▶ Miedos al fracaso, a la equivocación, al ridículo. ▶ Ansiedades. ▶ Repugnancias. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Piensa en las distintas formas de comenzar tu tarea. Escoge una y comienza. ◆ El inicio puede tener carácter provisional. ◆ Los fallos y equivocaciones nos enseñan sobre las formas adecuadas de proceder. ◆ Aminorar la hiperactividad cuando nos percatamos de estar empujados a ella. ◆ Actúa ocasionalmente contra la tendencia que te arrastra.
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p style="text-align: center;">COGNOSCITIVO</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ Dificultades en la percepción del problema. ▶ Incapacidad de desglosar el problema. ▶ Visión estereotipada. 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Examinar cómo otros se enfrentan con actividades parecidas y comparar procedimientos. ◆ Tratar de descomponer en partes más sencillas. Establecer prioridades. ◆ Permanecer abierto a lo extraño.
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p style="text-align: center;">CULTURALES Y AMBIENTALES</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ La sabiduría popular dice: "Busca la respuesta correcta". "Esto no es lógico". "Hay que ser práctico". 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ No te contentes con la primera respuesta, busca varias respuestas. ◆ Déjate llevar por ideas imaginativas y por tu fantasía. ◆ Cultiva, en lo posible, la actitud lógica. ◆ Juega con tus problemas.
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

AUTOEXAMEN SOBRE TU MANERA DE PENSAR.

La resolución de problemas nos debe llevar a entender el funcionamiento de nuestro propio razonamiento, a dominar nuestros estados de ánimo y a aumentar la confianza en nosotros mismos. En definitiva, nos ayuda a conocernos mejor a nosotros mismos. El conocerte a ti mismo, en este ámbito, te proporcionará la posibilidad de utilizar tus recursos de la forma más eficaz posible y alcanzar con seguridad un conocimiento más pleno.

Lee con atención, reflexiona detenidamente y escribe con cuidado y orden las respuestas a las siguientes cuestiones:

1. Cuando te enfrentas a un problema, ¿con qué papel de los siguientes te identificas más?:
- | | | | |
|--------------|------------|-------------|--------------------------|
| investigador | detective | profesor | conductor de coches |
| explorador | actor | juez | científico |
| negociante | matemático | constructor | el más listo de la clase |
- Explica brevemente tu elección.

2. Cuando te enfrentas a un problema, ¿con qué estado de ánimo te identificas más?:
- | | | | |
|------------|-----------|------------|-------------|
| optimista | pesimista | desanimado | indiferente |
| vigilante | derrotado | crítico | disgustado |
| angustiado | aburrido | divertido | tranquilo |
- Explica brevemente por qué.

3. ¿Qué es lo que más te ayuda a concentrarte? El silencio, la paz, la tranquilidad, la música, viajar, pasear, contemplar el paisaje, etc. Explica por qué.

4. Si no te sale un problema, ¿qué prefieres hacer: continuar a pesar de todo, olvidarte de él por un rato, abandonarlo definitivamente, seguir pensando en él en casa. Explica por qué.

5. A la vista de la tabla de bloqueos, ¿de qué tipo son los bloqueos que encuentras al resolver un problema? Explica por qué.

6. ¿Qué buscas en la resolución de problemas? Entretenimiento, ejercicio, cumplimiento de un deber, satisfacer mi curiosidad, autosuperación, preparación más eficaz, etc. Explica por qué.

7. ¿Cómo eres respecto al trabajo? Me cuesta ponerme en marcha, soy de esfuerzos prolongados, me canso y me aburro fácilmente, soy de intensos altibajos. ¿Conoces la causa?

8. En el trabajo, ¿qué te produce más satisfacción: pensar autónomo, observar, mirar como lo hacen los otros, explorar, repetir, repasar, asegurarse, no trabajar?
¿Qué es lo que más te cuesta?

9. ¿Qué tipos de problemas son los que más te gustan?

10. Tu pensamiento, ¿anda casi siempre bajo control o a ratos anda vagando y divagando?

ACTIVIDAD 2: MODELOS Y PROTOCOLOS EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Recuerda que en la actividad anterior la respuesta a la cuestión ¿cuál es la mejor forma de resolver problemas?, era que el único camino posible es resolviendo problemas. Esto puede parecer un contrasentido, pero la realidad nos muestra que es así.

Esta situación puede resultar descorazonadora para alguien que comienza a introducirse en este ámbito. Para salir de este círculo vicioso te diremos que en la resolución de problemas podemos servirnos de guías o **modelos** que nos faciliten el camino que debemos recorrer a lo largo de todo el proceso de resolución de un problema.

Recuerda que para que mejores el hábito de pensar sería conveniente que nunca olvidases estos tres principios básicos:

- ▶ Tener un modelo que nos sirva de guía en el pensamiento y la acción.
- ▶ Practicar el pensar, tratando de ajustarlo a dicho modelo.
- ▶ Poner en práctica una forma de examinar, en cualquier momento, nuestro proceso de pensamiento y resolución, ya que siempre resulta más interesante el camino recorrido que el final del viaje o resultado del problema.

Antes de explicarte el modelo que puedes seguir y la forma de expresión escrita de lo que vayas pensando y sintiendo, puedes observar cómo hemos resuelto, trabajando en grupo, los problemas que siguen.

Queremos poner de manifiesto que estos protocolos no deben leerse como un solucionario de problemas o ejercicios al uso; en ellos debe contemplarse la realidad que normalmente aparece cuando, individual o colectivamente, intentamos la resolución de un problema.

En los protocolos, ligeramente retocados para hacer más fácil su lectura, se encontrarán entre otros aspectos: los bloqueos, los caminos erróneos, las opiniones individuales de agrado o desagrado respecto al tipo de problema, las reflexiones individuales o colectivas referidas a aspectos particulares del problema, a las fases del modelo de resolución utilizado, etc.

FICHAS DE DOMINÓ

	5	1	4	6	0	3	3	5
Se han colocado, al azar, las fichas de un dominó sobre una mesa y se han fotografiado.	6	5	4	6	2	2	4	0
La exposición no fue correcta; aunque se podían distinguir los números de las fichas, no se podía distinguir la posición de cada ficha individual.	4	5	4	5	0	0	2	5
	6	2	1	3	3	6	3	0
	4	2	3	5	0	1	6	6
¿Puedes reconstruir las fichas?	0	1	4	1	4	1	5	6

FASES DE FAMILIARIZACIÓN Y BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS:

El grupo no tiene dificultades respecto al enunciado del problema, y pasa a la búsqueda de estrategias que pueden resolverlo.

Aparecen las siguientes ideas:

- 1) De forma ordenada marcamos un número (por ejemplo, el 5) y fijamos todas las fichas donde aparece.
- 2) Buscar, en primer lugar, las fichas dobles y continuar con la opción i).
- 3) Analizar las posibilidades que se pueden ofrecer en las esquinas.
- 4) Se construye una tabla con todas las fichas del dominó y se van tachando las fichas encontradas que tengan posibilidad única de aparición en el cuadro dado.

FASE DE DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA:

Pequeña discusión sobre el enunciado que se concluye con:

- Las fichas sólo se pueden colocar en horizontal y en vertical.
- Se cae en la cuenta de que, dado que el dominó tiene 28 fichas, el número de dígitos del cuadro debe ser 56. Así ocurre.

Se inicia la resolución a partir de la estrategia ii) (fichas dobles).

Aparecen las fichas

5
5

 y

0	0
---	---

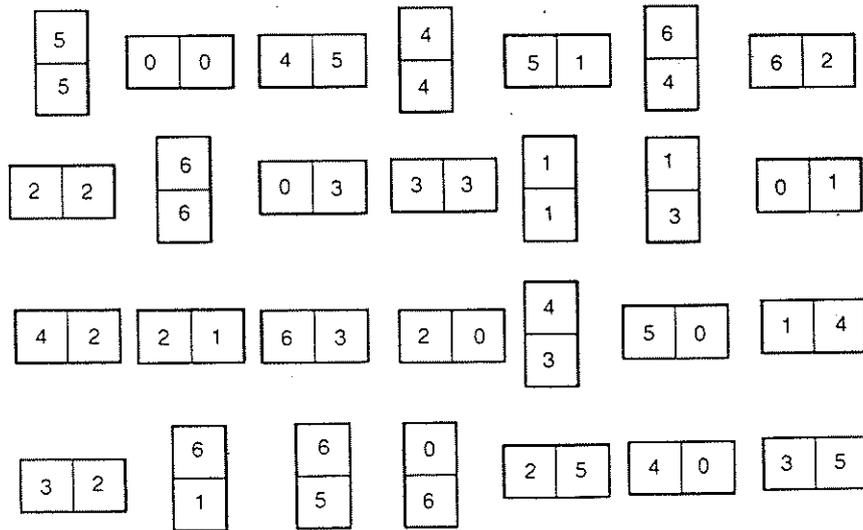
 como posibilidades únicas y no hay continuación.

Se va a desarrollar la idea 3 (esquinas), la cual no produce resultados después de un análisis en cada una de ellas.

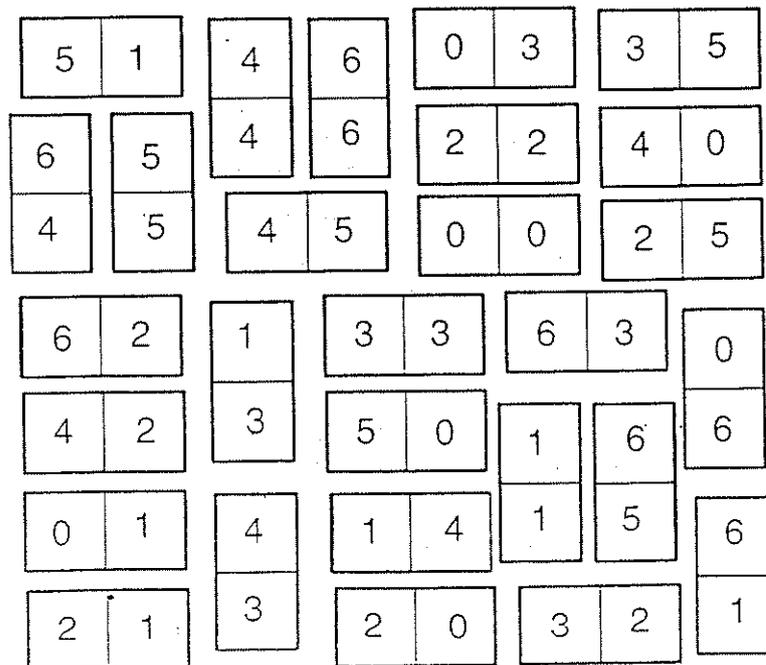
La opción 1 también se abandona.

Llegados aquí y ante el fracaso de todo lo anterior, se pone en marcha la estrategia 4.

Se pone en práctica esta idea y el orden de aparición de las fichas es el de la figura siguiente (a la vez, se van tachando las fichas de la tabla que contiene todas las fichas del dominó):



quedando el cuadro:



FASE DE REVISIÓN Y AMPLIACIÓN:

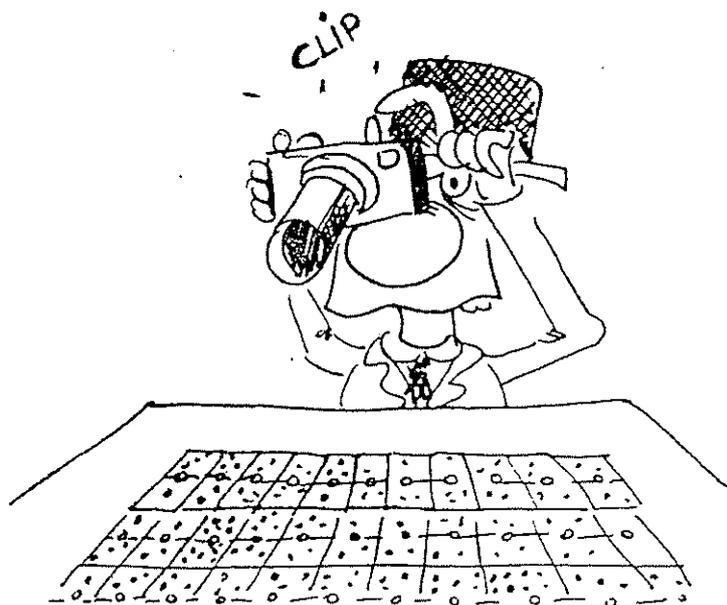
El grupo reflexiona sobre la resolución y concluye que la idea de sistematizar construyendo la tabla con todas las fichas del dominó es la idea clave que permite seguir adelante y solucionar el problema.

Entre las posibles ampliaciones podemos encontrar:

A) Un problema análogo puede plantearse para el siguiente cuadro de fichas del dominó:

3	6	2	0	0	4	4
6	5	5	1	5	2	3
6	1	1	5	0	6	3
2	2	2	0	0	1	0
2	1	1	4	3	5	5
4	3	6	4	4	2	2
4	5	0	5	3	3	4
1	6	3	0	1	6	6

B) ¿Podrías colocar las fichas del dominó de tal manera que se dé una única solución para un diagrama similar con todas las fichas? ¿Y para un conjunto más reducido de fichas?



UN MODELO PARA TRABAJAR CON PROBLEMAS: EL MODELO DE GUZMÁN

Habrás observado, en la lectura de los protocolos de los problemas anteriores, que en todos ellos hemos seguido un mismo esquema de trabajo. Este esquema corresponde al modelo propuesto por **Miguel de Guzmán** en sus libros *Para pensar mejor* y *Aventuras Matemáticas*, Labor-MEC.

Un modelo es una guía que nos facilita el camino que debemos recorrer a lo largo de todo el proceso de resolución de un problema. La finalidad de todo modelo es la de adquirir una colección de hábitos mentales que nos ayuden eficazmente en el manejo de los problemas.

Este modelo consta de cuatro fases, que revisaremos con más detenimiento en la actividad posterior, a saber:

- I. Fase 1: **Familiarización con el problema.**
- II. Fase 2: **Búsqueda de estrategias.**
- III. Fase 3: **Llevar adelante la estrategia.**
- IV. Fase 4: **Revisar el proceso y sacar consecuencias de él.**

En cada una de las fases las pautas a seguir son:

Al comienzo, en la **familiarización con el problema**, debemos actuar sin prisas, pausadamente y con tranquilidad. Hay que conseguir tener una idea clara de los elementos que intervienen: datos, relaciones, incógnitas, etc. En resumen, **antes de hacer, trata de entender**.

Una vez que hemos entendido el problema pasamos a **buscar las estrategias** que nos permiten resolverlo. En esta fase no iniciamos el ataque del problema sino que vamos apuntando todas las ideas que nos surjan relacionadas con el problema. Es conveniente pensar y disponer de más de una estrategia o camino a desarrollar en la fase posterior.

Tras acumular varias opciones de resolución, es el momento de **llevar adelante la estrategia** elegida. La llevamos adelante trabajando con confianza y sin apresuramientos. Conviene no echarse atrás ante la primera dificultad que surja, ni continuar con la estrategia si las cosas se complican demasiado. En el caso de no acertar con el camino correcto, es el momento de volver a la fase anterior y reiniciar el proceso. Seguimos de esta forma hasta cerciorarnos de haber llegado a la solución.

Por último, queda la fase más importante del problema, la de **revisión del proceso y sacar consecuencias de él**. En esta fase, que no puede faltar hayamos resuelto el problema o no, debemos reflexionar sobre todos los incidentes del camino seguido, sobre si es posible extender las ideas que hemos tenido a otras situaciones, sobre el problema en sí y sobre nuestros estados de ánimo a lo largo de todo el proceso recorrido.

En la resolución de un problema o juego puedes seguir estos pasos:

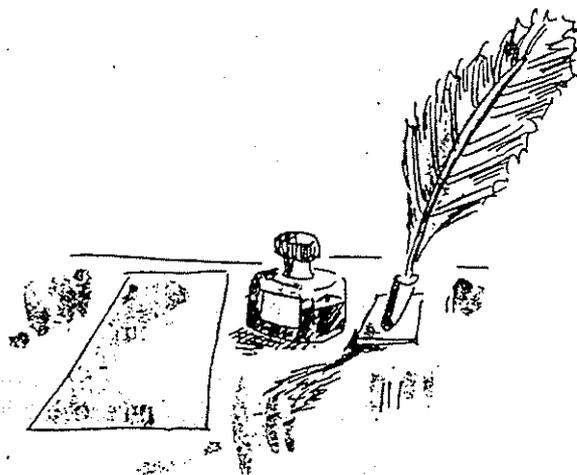
<p>I</p> <p>FAMILIARIZACIÓN CON EL PROBLEMA</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Antes de hacer, trata de entender. * Tómate el tiempo necesario. * Actúa sin prisas y con tranquilidad. * Imagínate los elementos. * Juega con los elementos del problema. * Pon en claro la situación de partida, la de llegada y lo que debes lograr. * Busca información que te pueda ayudar. * Encara la situación con gusto e interés.
<p>II</p> <p>BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Busca y anota las ideas que se te ocurran. * No desarrolles las ideas hasta que no poseas varias. * Estas estrategias te pueden ayudar: <ul style="list-style-type: none"> - Empezar por lo fácil. - Experimentar y buscar regularidades, pautas. - Hacer esquemas, figuras, diagramas. - Modificar el problema. - Escoger un lenguaje, una notación apropiada. - Buscar semejanzas con otros juegos y problemas. - Explorar la simetría de la situación. - Suponer el problema resuelto. - Suponer que no ¿dónde nos lleva?. - Piensa en técnicas generales: inducción, principio del palomar, proceso diagonal, etc.
<p>III</p> <p>LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Lleva adelante las ideas de la etapa anterior. * Procura no mezclarlas, de una en una. * Trabaja con tenacidad y decisión en cada idea. * Trabaja con flexibilidad en las situaciones que se compliquen demasiado. * Cuando consideres que has llegado al final, observa a fondo la solución que obtienes.
<p>IV</p> <p>REVISAR EL PROCESO Y SACAR CONSECUENCIAS</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Examina con detenimiento y profundidad el camino que has seguido. * ¿Cómo has llegado a la solución? Si no lo has resuelto ¿por qué no has llegado a la solución? * Trata de entender que las cosas han marchado y por qué han marchado. * Busca un modo más sencillo u otro modo de resolverlo. * Intenta trasladar el método seguido a otras situaciones. * Reflexiona sobre tus estados de ánimo y tu proceso de pensamiento y saca consecuencias para el futuro.

EL PROTOCOLO DE UN PROBLEMA

Cuando leemos y estudiamos la resolución de un problema efectuado por otro, en general nos encontramos con una secuencia de pasos ordenados, clasificados y lógicos que nos llevan desde el enunciado hasta la solución o soluciones. Esta solución nada nos dice de los procesos de pensamiento ni de los estados de ánimo por los que ha pasado el resolutor del problema.

Cuando intentamos resolver un problema individualmente o en grupo ocurren muchas cosas interesantes. Habitualmente escribimos nuestros cálculos, esquemas y diagramas que nos ayudan en la resolución, pero hay otros fenómenos interesantes que suelen pasar desapercibidos.

El borrador de nuestros intentos sucesivos de resolución no es el protocolo de un problema. Tampoco lo es la solución en limpio que podamos elaborar de nuestro trabajo.



El protocolo del proceso de resolución de un problema debería ser capaz de reproducir cuanto ha pasado por nuestra mente a lo largo de todo el proceso, en lo que se refiere a lo que realizamos, pensamos y a los sentimientos por los que hemos ido pasando.

El hecho de sentarnos con calma, papel y un bolígrafo ante todo un problema, para registrar por escrito todo el proceso de resolución del problema nos debe ayudar en las situaciones siguientes:

- ▶ A superar el peligro de que empieces y luego abandones un problema.
- ▶ Para que no olvides las buenas ideas que te surjan de repente.
- ▶ Para que cuando desees o necesites repasar de nuevo el problema te resulte más sencillo hacerlo.
- ▶ Para que no te quedes parado o atascado, sin saber qué hacer. Al escribir, te obligas a estar activo y concentrado, y el cerebro aprovecha este cauce para deslizar intuiciones y nuevas ideas.
- ▶ Para conseguir que no abandones. La huida debe ser hacia adelante. El simple hecho de emborronar una hoja con esquemas, dibujos, gráficos, etc., puede dar lugar a alguna idea útil.
- ▶ Para que puedas controlar en todo momento, al tenerlo delante, el proceso de resolución de un problema.

ACTIVIDAD 3:

FASES DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y JUEGOS

En las actividades anteriores habrás podido observar cómo en la resolución de un problema o juego hemos seguido un plan de acción que llamamos modelo de resolución. Éste puede decirse y efectuarse en etapas o fases que hemos denominado:

- Fase 1: Familiarización con el problema.
- Fase 2: Búsqueda de estrategias.
- Fase 3: Llevar adelante la estrategia.
- Fase 4: Revisar el proceso y sacar consecuencias.

En esta actividad vamos a revisar con detenimiento cada una de estas fases.

FASE DE FAMILIARIZACIÓN CON EL PROBLEMA

Antes de ofrecerte unas sugerencias que puedes tener en cuenta para desarrollar esta fase de la resolución de un problema, observa lo que hemos hecho con el siguiente problema.

LAS PESAS. Calcula el juego de cuatro pesas que es necesario tener para poder pesar en una balanza con dos platos cualquier cantidad entera de uno hasta cuarenta kilos.

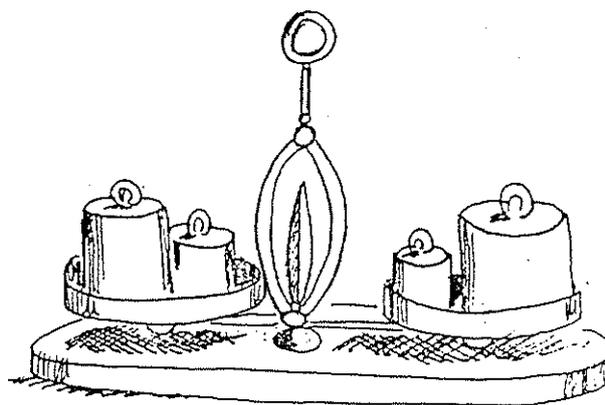
Leyendo el problema con detenimiento, varias veces, hasta comprenderlo con precisión, lo primero que nos llama la atención es, si cuatro no serán pocas pesas para tantas pesadas. Si es así debo aprovecharlas muy bien.

Otra cuestión importante es, ¿cómo puedo pesar? Los objetos a pesar los colocamos en un plato y las pesas en el otro. Quizás tenga que hacerlo por "diferencia": colocando objeto y pesas en un plato y solo pesas en el otro plato de la balanza.

Al tener sólo cuatro pesas parece que debemos utilizar el segundo procedimiento para pesar.

Hasta este punto ya sabemos del problema: lo que nos piden (pesar de 1 a 40), los datos que ofrece (4 pesas), cómo podemos pesar (pesadas por diferencias). A partir de aquí debemos pensar en el procedimiento que vamos a utilizar para resolverlo.

Antes te ofrecemos algunas pautas o sugerencias que puedes poner en práctica en la fase de familiarización con el enunciado cuando te enfrentes a cualquier problema.



PAUTAS O SUGERENCIAS A TENER EN CUENTA EN LA FASE DE FAMILIARIZACIÓN CON EL ENUNCIADO

ASPECTOS FÍSICOS Y ACTITUDINALES

- Adopta una disposición cómoda que te permita trabajar largo tiempo si es necesario.
- Usa siempre lápiz y papel para anotar todo lo que vayas pensando y haciendo.
- Dispón del tiempo que necesites.
- Actúa con confianza, tranquilidad y curiosidad ante lo desconocido.
- Ten en cuenta que: "*lo importante es seguir preguntando siempre*".
- Aunque actúes por pasos o fases procura no perder nunca la visión unitaria de todo el proceso.
- Los expertos permanecen abiertos a la utilización de todos los recursos del entendimiento, de la imaginación, de los sentidos y de la memoria.

ASPECTOS AFECTIVOS Y COGNOSCITIVOS

- Al leer el problema, ¿qué es lo primero que te ha llamado la atención?
- Manipula elementos si es necesario.
- Actúa con disposición de aprender y gusto por el reto a lo desconocido.
- Intenta superar la pereza ante todo inicio de cualquier actividad.
- Evita el miedo a la equivocación y al ridículo.
- Escribe con tus palabras este problema, de forma que sea más fácil de entender.
- No te asustes ante la aparente magnitud del problema. Trata de descomponerlo en partes más sencillas.
- Busca las situaciones de partida, de llegada y lo que hay que lograr.
- No pases a la siguiente fase hasta que no te hayas familiarizado a fondo con el problema.
- No olvides que lo que importa es el camino.

ASPECTOS HEURÍSTICOS

- ¿De qué trata el problema? ¿Te ha recordado la lectura algún hecho, problema o situación anterior?
- ¿Comprendes el significado de todas las palabras del enunciado?, ¿cuáles no?
- ¿Has analizado, palabra por palabra, cada una de las fases del enunciado, para ver la relación que hay entre ellas?
- ¿Qué es lo que pide hallar el problema? ¿Pide una cosa o pide varias?
- ¿Qué datos te dan para encontrar la solución? ¿Hay datos relacionados?
- ¿Has separado las distintas relaciones que ligan los datos?
- ¿Qué necesitas saber de Matemáticas para resolver este problema?
- ¿Por dónde empiezo?
- ¿Qué debo hacer?. ¿qué gano haciendo esto?

FASE DE BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS

Continuando con el problema de las pesas, es la hora de buscar procedimientos que permitan solucionar el problema.

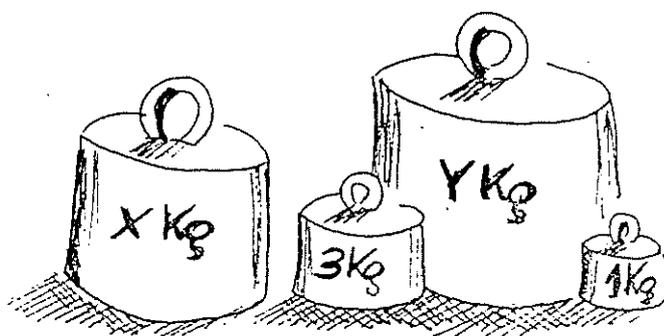
Comenzamos realizando un listado de posibles caminos a seguir.

1. Hacer el problema más sencillo, particularizando para situaciones como: ¿Cuántas pesas necesitas para pesar un Kg? ¿Y para 1 y 2 Kg? ¿Y para 1, 2 y 3 Kg?, y así sucesivamente.
2. Experimentar con los casos fáciles y si las cosas funcionan seguir adelante. No debo olvidar escribir los resultados de manera ordenada para tener a la vista los resultados parciales conseguidos.

Antes de llevar adelante alguna de estas ideas vamos a ver qué ocurre en los casos sencillos. Organizamos los resultados en una tabla:

Para pesar (Kg)	Necesitamos pesas de (Kg)
1	1
1 y 2	1 y 2 ó 1 y 3 (-1)
1, 2 y 3	1 y 2 (+1) ó 1 y 3 (-1)
1, 2, 3 y 4	1 y 3 (+1)
1, 2, 3, 4 y 5	1, 3 y X
1, 2, 3, 4, 5 y 6	1, 3 y X
1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7	1, 3 y X

En las experiencias de las pesadas con 1, 2, 3 y 4 observamos que la mejor opción es disponer de pesas de 1 Kg y 3 Kg ya que ofrecen más posibilidades que las pesas de 1 Kg y 2 Kg. No debemos olvidar que "tenemos que aprovechar las pesas al máximo".



Llegados aquí podemos dar por finalizada esta fase y disponer-nos a pasar a la fase siguiente. En la página que sigue hemos resumido y juntado unas cuantas sugerencias que puedes aprovechar para desarrollar esta etapa en la resolución de cualquier problema.

PAUTAS O SUGERENCIAS A TENER EN CUENTA EN LA FASE DE BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS

ASPECTOS FÍSICOS Y ACTITUDINALES

- Evita las prisas y el nerviosismo por seguir adelante.
- Pon en juego todos tus recursos.
- Apunta con claridad todas las ideas que tengas.
- Actúa con confianza y curiosidad.
- Lo importante es perseverar en las situaciones, sin olvidar la flexibilidad.
- Toma el tiempo que creas conveniente.

ASPECTOS AFECTIVOS Y COGNOSCITIVOS

- Practica la "tormenta de ideas" (brainstorming) a través de las reglas siguientes:
 - * Aplazamiento del juicio: no evalúes aún las ideas que se te ocurran.
 - * Espontaneidad de ideas: apunta todas las ideas, aún las que parezcan ridículas.
 - * Cantidad conduce a calidad: no te quedes con la primera idea, busca varias.
 - * Perfeccionamiento de ideas: revisa y perfila las ideas que tienes apuntadas.
- Evita el miedo a la equivocación y al ridículo.
- No pases a la siguiente fase si no posees varias ideas que te permitan seguir adelante.

ASPECTOS HEURÍSTICOS

- Observa la lista siguiente, puede proporcionarte ideas para tu problema:
 - * Empieza por lo fácil: simplifica o busca casos particulares.
 - * Experimenta e intenta buscar regularidades y pautas. Actúa a través de ensayo y error.
 - * Organiza la información ayudándote de dibujos, figuras, esquemas y diagramas.
 - * Modifica el problema: reformula y busca metas parciales.
 - * Busca un lenguaje o notación adecuada que te facilite el desarrollo del problema.
 - * Busca semejanzas o parecidos con otros juegos o problemas similares.
 - * Analiza posibles simetrías y casos extremos.
 - * Suponer el problema resuelto y trabajar marcha atrás puede resultar, a veces, más fácil.
 - * Suponer que no se cumplen las condiciones del problema, ¿dónde nos lleva?
 - * Utiliza técnicas generales matemáticas: método de inducción, principio del palomar, etc.
- Procura tener siempre en cuenta las siguientes cuestiones: ¿Qué me dice este problema?, ¿qué me pregunta?, ¿por dónde empiezo?, ¿qué sé de lo que trata este problema?, ¿qué debo hacer?, ¿qué gano haciendo esto?, ¿podría enunciar el problema de otra forma?, ¿he considerado todas las nociones esenciales de este problema?
- Antes de pasar a la siguiente fase, procura disponer de una respuesta clara a las preguntas: ¿Qué camino has elegido?, ¿por qué?

FASE DE LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA

Volviendo de nuevo al problema de LAS PESAS, vamos a llevar adelante el procedimiento que habíamos apuntado y comenzado en la fase anterior.

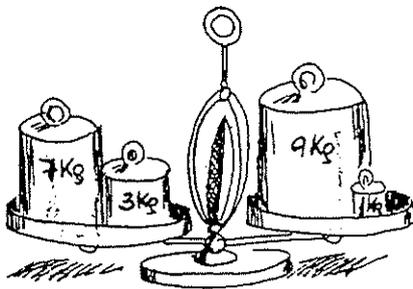
Ya teníamos realizadas las pesadas para 1, 2, 3 y 4 Kg procediendo con las pesas de 1 y 3 Kg, así: $1=1$, $2=3-1$, $3=3$, $4=3+1$

Estamos en la situación de pesar entre 1 y 5 Kg, 1 y 6 Kg, 1 y 7 Kg y 1 y 8 Kg con las pesas de 1, 3 y X Kg. Teniendo que aprovechar las pesas al máximo, ¿cómo debe ser X? Conviene que X sea lo más grande posible para poder aprovecharla a tope por diferencias.

¿Cómo de grande podrá ser X? ¡Ya está!: $5=X-3-1$. De donde $X=9$.

¿Será $X=9$? Para ello continuamos realizando pesadas y obtenemos:

$5=9-3-1$	$6=9-3$	$7=9+1-3$	$8=9-1$
$9=9$	$10=9+1$	$11=9+3-1$	$12=9+3$
$13=9+1+3$	$14=?$	$15=?$	$16=?$



Necesitamos otra pesa para pesar a partir de 14 Kg. Tenemos las pesas 1, 3 y 9.

¿Cuál será la siguiente? ¿Qué sucesión es 1, 3, 9, ...?.

Son las potencias de tres: 3^0 , 3^1 , 3^2 , ... La próxima pesa, ¿será $3^3=27$?

Para comprobarlo debemos intentar hacer las pesadas a partir de 14 Kg. Obtenemos:

$14=27-9-3-1$	$15=27-9-3$	$16=27-9-3+1$	$17=27-9-1$
$18=27-9$	$19=27-9+1$	$20=27-9-1+3$	$21=27-9+3$
$22=27-9+3+1$	$23=27-3-1$	$24=27-3$	$25=27-3+1$
$26=27-1$	$27=27$	$28=27+1$	$29=27+3-1$
$30=27+3$	$31=27+3+1$	$32=27+9-3-1$	$33=27+9-1$
$34=27+9-3+1$	$35=27+9-1$	$36=27+9$	$37=27+9+1$
$38=27+9+3-1$	$39=27+9+3$	$40=27+9+3+1$	

¡Lo hemos conseguido! Hemos pesado desde 1 Kg hasta 40 Kg utilizando una balanza de dos platos y las pesas de 1, 3, 9 y 27 Kg.

En la página siguiente se describen sugerencias que puedes utilizar en otros problemas para llevar adelante la estrategia.

PAUTAS O SUGERENCIAS A TENER EN CUENTA EN LA FASE DE LLEVAR ADELANTE LA ESTRATEGIA

ASPECTOS FÍSICOS Y ACTITUDINALES

- Procura tener siempre a la vista una lista con las estrategias que has ideado poner en práctica en la fase anterior.
- No te desanimes ante la primera dificultad que te surja, tienes otros caminos.
- Trabaja ordenadamente y sin apresuramientos.
- Las ideas que se te ocurran relacionadas con las estrategias, llévalas a la lista que tienes de la fase anterior.
- Estas ideas que te pueden surgir en esta fase, no deben desviar tu atención sobre el desarrollo de la estrategia que estás efectuando.

ASPECTOS AFECTIVOS Y COGNOSCITIVOS

- Procura trabajar con decisión y confianza sobre la estrategia que hayas elegido.
- Si ninguna de las estrategias conduce al éxito, vuelve a buscar nuevas estrategias o modifica las que hayas puesto en práctica.
- No debes contentarte con soluciones a medias.
- Indica con símbolos propios las situaciones resbaladizas, delicadas, de ideas brillantes, cuando estás atascado, etc.

ASPECTOS HEURÍSTICOS

- Si en la ejecución de tu plan aparecen dificultades, no vuelvas atrás hasta que no veas tu idea invalidada o destruida. Trata de resolver pequeñas dificultades que siempre pueden surgir.
- No te lées, cuando tropieces con una dificultad vuelve al principio de la situación, reordena las ideas, corrige los errores y prueba de nuevo.
- Si llegas a una situación muy complicada prueba otra cosa; piensa que resolver el problema puede ser cuestión de buscar otro camino más adecuado.
- No olvides en toda esta fase preguntarte si lo que haces es correcto y si puedes justificarlo.
- Debes estar seguro que has llegado a la solución, en caso contrario vuelve a la fase anterior en busca de mejores ideas.
- Comprueba uno a uno todos los pasos que te han llevado a la solución.

FASE DE REVISAR EL PROCESO Y SACAR CONSECUENCIAS

Ya hemos resuelto el problema y es ahora el momento mas adecuado de sacar el jugo al trabajo que hemos ido realizando en las fases anteriores.

Para ello podemos preguntarnos sobre algunos de los aspectos que han ido surgiendo, a saber:

- ¿Es correcta la respuesta?

Parece ser que no ofrece dudas ya que hemos conseguido, una a una, realizar las pesadas que nos pedía el problema.

- ¿Puedo pesar más cantidades con estas cuatro pesas?

Por lo observado en la ejecución del problema y debido al aprovechamiento máximo que hemos hecho de ellas, se necesitan más pesas de la sucesión $1=3^0$, $3=3^1$, $9=3^2$, $27=3^3$, ... para poder pesar otras cantidades mayores de 40 Kg.

- ¡Qué curioso lo obtenido!, con las potencias de tres y con las operaciones de sumar y restar puedo generar todas las de los números naturales:

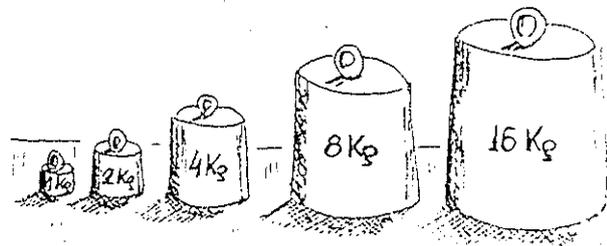
$$1=3^0, 2=3^1-3^0, 3=3^1, 4=3^1+3^0, 5=3^2-3^1-3^0, \dots$$

- ¿Será consecuencia de algún resultado más profundo?

Podemos encontrar una explicación en el sistema de numeración ternario (o de base 3), donde todo número natural puede expresarse utilizando las cifras 0, 1 y 2. En nuestro problema se han sustituido las cifras 0, 1 y 2 por 0, 1 y -1.

- ¿Funcionará con las potencias de algún otro número?

Dejamos al lector que investigue estas nuevas situaciones.



Ahora hemos llegado a un punto donde:

- el problema nos parece precioso.
- el problema se convierte en una investigación.
- el problema no termina nunca. ¡Qué maravilla!

En la página siguiente encontrarás sugerencias que pueden servirte para desarrollar la fase de revisión del proceso y de ampliación de resultados.

**PAUTAS O SUGERENCIAS A TENER EN CUENTA
EN LA FASE DE REVISAR EL PROCESO
Y SACAR CONSECUENCIAS**

ASPECTOS FÍSICOS Y ACTITUDINALES

- Has dado por concluido el trabajo sobre el problema, no debe importarte si no lo has resuelto.
- Revisa y aprende de todos los pasos dados, los erróneos y los válidos.
- Esta fase puede ser muy importante y provechosa, ten en cuenta todas las sugerencias y lleva adelante las que estén de acuerdo con tu problema.
- Invierte el tiempo que necesites en analizar el proceso seguido y en ampliar las situaciones del problema.
- Reconsidera, comprueba y discute tu solución.

ASPECTOS AFECTIVOS Y COGNOSCITIVOS

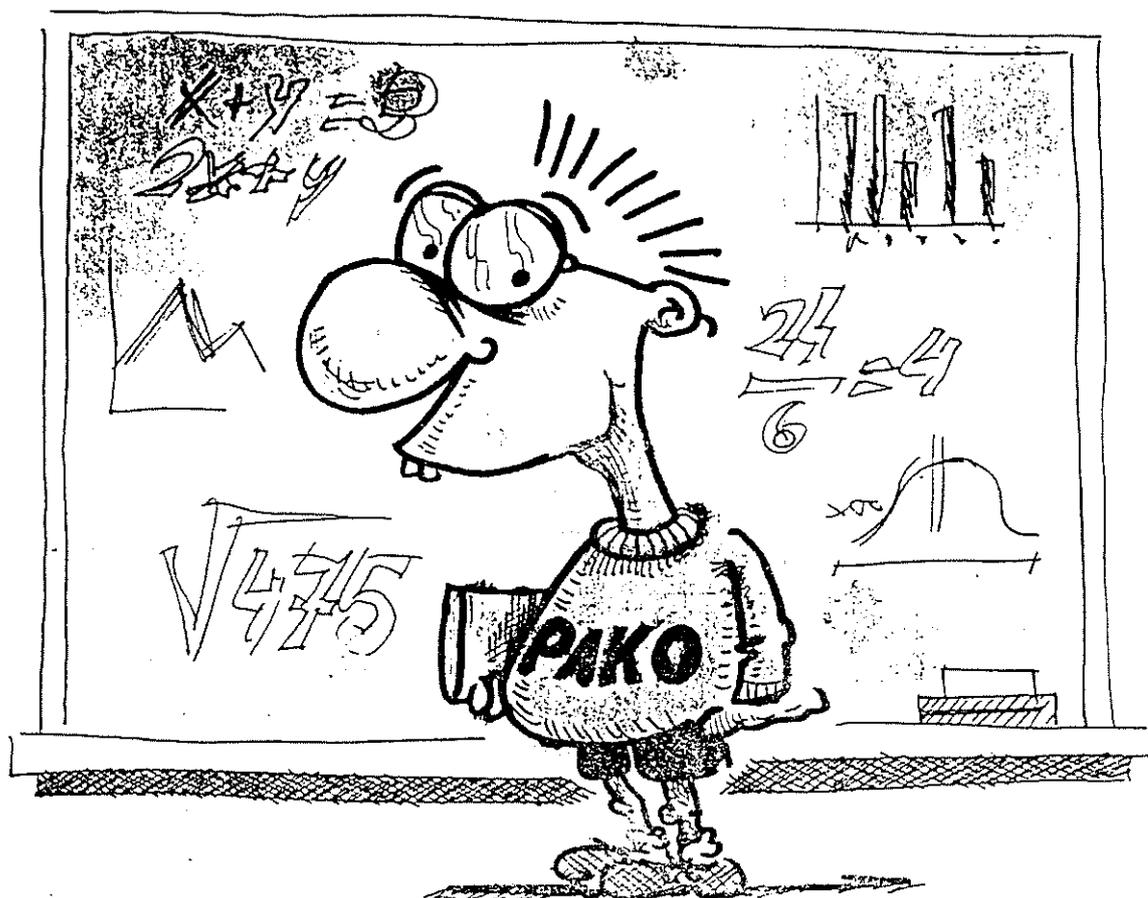
- Lee de nuevo el enunciado y comprueba que lo que te pedían es lo que has calculado.
- Escribe otro enunciado que te conduzca a la misma solución.
- Sacar jugo de todo lo que te haya ocurrido a lo largo de la resolución.

ASPECTOS HEURÍSTICOS

- El resultado que has obtenido, ¿tiene sentido?, ¿puede haber otro resultado o solución?
- ¿Acompañas a la solución una explicación literal que indica lo que has hallado?
- ¿Serías capaz de explicar el problema a otra persona? Inténtalo.
- ¿Puedes obtener el resultado de forma diferente?
- ¿Puedes utilizar el resultado o el procedimiento que te ha llevado a la solución en algún otro problema o situación?
- Si variás los datos, ¿dónde te conduce?
- Si variás parte o todo el enunciado, ¿dónde te conduce?
- Es el momento de escribir un protocolo con todas las incidencias que te hayan ocurrido a lo largo de todo el proceso de resolución del problema.

ACTIVIDAD 4: ESTRATEGIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y JUEGOS

En esta actividad vamos a revisar, de forma detenida, aquellas estrategias que enunciamos en la actividad anterior, correspondientes a la fase de búsqueda de estrategias. Seguiremos el procedimiento utilizado en las otras actividades; para cada estrategia resolveremos un problema y posteriormente te damos algunas sugerencias sobre la mejor manera de llevar adelante dicha estrategia. En los problemas resueltos no desarrollamos todo el protocolo, sino que nos centramos en la ejemplificación de la estrategia.



Debes tener en cuenta que muy pocos problemas se resuelven utilizando una única estrategia, ya que, en general, necesitarás en la resolución de un problema tener en cuenta las pautas y sugerencias combinadas de más de una estrategia.

ESTRATEGIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y JUEGOS

Siguiendo [AB] se mencionan estrategias a tener en cuenta en la resolución de problemas. Merecen destacarse las siguientes:

- Empiece por lo fácil, simplifique o particularice;
- Experimente (ensayo y error) y busque regularidades;
- Organización y codificación;
- Modificación del problema;
- Analogía y semejanza;
- Exploración: casos límites, simetría (esta estrategia suele ir asociada a otras como es la experimentación).

SIMPLIFICAR. PARTICULARIZAR

Consiste en pasar de la consideración de un conjunto de objetos dado a considerar un conjunto más pequeño (o incluso un sólo objeto) contenido en el conjunto dado.

Puede afectar a los datos, las incógnitas, los objetivos, etc. y su aplicación a unos u otros dependerá del tipo de problema a resolver.

Puede utilizarse en múltiples situaciones y ayuda a adquirir confianza y en los atascos, además de permitirnos, manipulando, entrar en harina.

La particularización puede hacerse al azar para entender el significado del problema o de forma sistemática para preparar el terreno hacia objetivos más ambiciosos.

Se utiliza en la técnica de demostración lógica denominada "contraejemplo": basta encontrar una sola excepción para refutar de forma irrevocable lo que pretende ser una regla o una afirmación de carácter general.

Acude a esta estrategia cuando no poseas ninguna idea que te haga progresar, ya que en múltiples ocasiones te permitirá lograr algún avance.

EXPERIMENTAR (ENSAYO Y ERROR). BUSCAR REGULARIDADES

Las propiedades o situaciones generales de un conjunto de números, figuras, objetos en general se pueden intuir cuando observamos la presencia de ellas en casos particulares. Por tanto, la forma de averiguar si una propiedad es común a varios elementos consiste en experimentar con alguno de ellos.

La experimentación y la observación han sido las bases fundamentales de los descubrimientos en todas las ciencias naturales, también en Matemáticas.

La experimentación conduce a patrones o reglas generales cuyas conclusiones nunca podemos asegurar que sean ciertas. Estas conclusiones pueden ser aplicadas a todos o a la mayoría de los objetos parecidos a los que hemos observado.

La experimentación suele ir asociada a la técnica que se denomina "ensayo y error", que consiste en realizar los siguiente pasos:

- ▶ Elegir un valor (resultado, operación o propiedad) posible.
- ▶ Llevar a cabo con este valor las condiciones indicadas por el problema.
- ▶ Probar si hemos alcanzado el objetivo buscado.

Si la respuesta del último paso no es positiva, se repite todo el proceso hasta alcanzar el objetivo buscado.

En la utilización del ensayo y error es conveniente contrastar cada respuesta para ver si estamos más cerca o más lejos del objetivo pretendido.

ORGANIZACIÓN Y CODIFICACIÓN

La organización, en general, consiste en adoptar un enfoque sistemático del problema. Suele ser de gran ayuda enfocar el problema en términos de tres componentes fundamentales: antecedentes (origen y datos), el objetivo y las operaciones que pueden realizarse en el ámbito del problema.

Las técnicas asociadas a la organización pasan por realizar símbolos apropiados, croquis, gráficos, figuras, diagramas o esquemas. Estos símbolos o dibujos pueden servir de ayuda en cualquier ámbito y no solo en geometría.

Una buena organización suele ir asociada con la elección de una notación o código que organice la búsqueda de posibles caminos hacia la solución.

Las diferentes notaciones y códigos nos conducen a utilizar un determinado lenguaje. Los lenguajes que resultan útiles en la resolución de problemas son: el lenguaje de la lógica, el de las matemáticas (geométrico, algebraico, analítico, probabilístico, etc.), el analógico (modelos, manipulaciones, etc.) y el lenguaje pictórico (figuras, esquemas, diagramas, etc.)

MODIFICAR EL PROBLEMA

Si pretendemos romper un manojo de lápices por la mitad es probable que encontremos serias dificultades de hacerlo, sin embargo si rompemos cada lápiz por separado, el objetivo resultará fácil de alcanzar.

La analogía anterior sirve para describir esta estrategia que consiste en dividir el problema de forma consciente y sistemática en partes más pequeñas y resolver, por separado, cada una de las partes.

Esta estrategia puede llevarse a cabo siguiendo los pasos siguientes:

1. Descomponer el problema en subproblemas, teniendo en cuenta las relaciones entre estas partes como parte del problema total.
2. Resolver los subproblemas.
3. Combinar los resultados hasta completar la solución del problema global.

Hay que tener en cuenta que la definición de subobjetivos válidos no es suficiente para resolver el problema. En numerosas ocasiones hay que utilizar otras estrategias para solucionar los subobjetivos.

ANALOGÍA. SEMEJANZA

La analogía ocupa todo nuestro modo de pensar, tanto en nuestras conversaciones cotidianas y nuestras conclusiones más sencillas como en los medios de expresión artísticos y en las más profundas relaciones científicas.

En la práctica debemos buscar semejanzas (parecidos, relaciones, similitudes) en el "archivo" de nuestras experiencias con situaciones, problemas y juegos que hayamos resuelto.

Ante cualquier situación nueva debemos preguntarnos: ¿A qué nos recuerda? ¿Es como aquella otra? ¿Se parece al problema o juego aquél?

La búsqueda de situaciones análogas o semejantes y su posterior puesta en práctica será más fácil cuanto mayor sea nuestra experiencia en la resolución de problemas y juegos.

EXPLORACIÓN: SIMETRÍA Y CASOS LÍMITES

Son muchos los problemas y juegos que se resuelven o facilitan su resolución teniendo en cuenta la simetría y los casos límites que presentan de forma explícita o velada.

La simetría comprende dos acepciones, la geométrica, más reconocible y usual y otra lógica más general y menos difundida que la anterior.

En general, decimos que un todo es simétrico si se compone de partes intercambiables. Así en un cuadro son fácilmente reconocibles las simetrías axiales y central, lo mismo ocurre en un cubo de seis caras, del mismo modo que la expresión $ab + bc + ac$ es simétrica ya que podemos intercambiar dos letras cualesquiera sin modificar toda la expresión.

TRABAJAR MARCHA ATRÁS

Existen situaciones donde el camino es más sencillo de recorrer si lo hacemos desde el final al comienzo. Esta idea es la que puede describir esta estrategia que también podríamos denominar *cómo considerar el problema resuelto*.

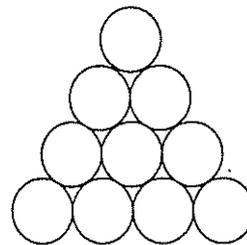
La utilizaremos en los casos en los que conocemos el objetivo o resultado final y el problema o juego consiste en determinar la secuencia correcta de operaciones que nos llevará desde el estado inicial hasta el objetivo.

Al imaginar el problema resuelto, ya que este es el punto de partida para poder aplicar esta estrategia, aparecen los datos y las relaciones más próximos a los que buscamos y más fácilmente encontramos el camino desde donde nos encontramos a donde queremos llegar.

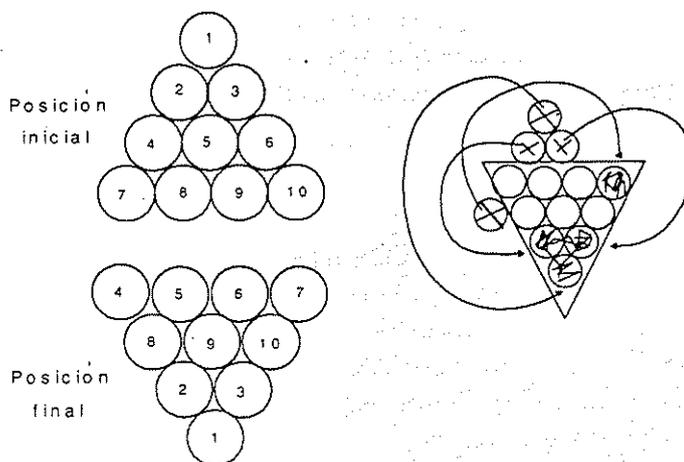
TRABAJAR MARCHA ATRÁS

Observa la resolución del siguiente problema.

UN TRIÁNGULO CON MONEDAS. Se tiene un triángulo formado por diez monedas iguales. ¿Cuál es el mínimo número de monedas que hay que cambiar de sitio para que el triángulo quede en posición invertida?

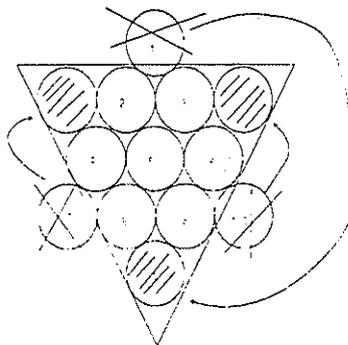


Manipulando o dibujando las monedas, nos movemos entre las posiciones que llamamos "posición inicial" o posición de partida y "posición final" o resultado del problema:



Tras la manipulación se ve claramente que cambiando 4 monedas se puede invertir la figura.

Consideramos si sería posible invertirla moviendo solamente 3 monedas. Manipulando monedas entre la posición final y la inicial llegamos a la solución que puede verse en la siguiente figura.



Efectivamente, cambiando de lugar tres monedas, se puede invertir la figura.

TÉCNICAS GENERALES MATEMÁTICAS

Te presentamos, de manera abreviada, algunas de las técnicas generales que se utilizan en la resolución de problemas y juegos. La aparente sencillez de alguna de ellas puede servir para demostrar resultados matemáticos profundos, que de otra forma sería muy dificultosa su demostración. En alguno de los problemas y juegos propuestos podrás utilizarlos.

SUPÓN QUE NO ... (REDUCCIÓN AL ABSURDO O CONTRADICCIÓN)

Es una manera de razonar para demostrar que una situación, P , determinada es verdadera. Suponemos que no lo es, es decir que se verifica $\text{no-}P$. Deducimos consecuencias correctas de $\text{no-}P$ y nos encontramos con una que supone un absurdo, que no se tiene de pie. Por tanto, nuestro punto de partida $\text{no-}P$ es falso, es decir P es verdadero.

INDUCCIÓN MATEMÁTICA

Es uno de los métodos más habituales de demostración matemática, donde aparecen situaciones asociadas a los números naturales. La idea de este procedimiento está asociada con ascender por la escalera de infinitos peldaños. Si puedes asegurarte el ascender a uno de los primeros peldaños y una vez situado en uno cualquiera de los peldaños, subir al siguiente, entonces puedes recorrer todos los peldaños de la escalera.

Si deseas demostrar una propiedad $P(n)$ que esté asociada a los números naturales, entonces debes probar:

- 1º El número 1 (tal vez el 4 o el 14) tiene la propiedad $P(n)$.
- 2º Si el número k tiene la propiedad $P(n)$, entonces el número $k+1$ tiene la propiedad $P(n)$.

PRINCIPIO DEL PALOMAR DE DIRICHLET

Es una estrategia poco conocida que se utiliza sobre todo en problemas de conteo o enumeración y se basa en la siguiente idea: "Si 11 palomas se meten en 10 palomares, necesariamente en algún hueco debe de haber más de una paloma".

El principio del palomar dice: "Si m objetos ocupan n cajones y $m > n$, entonces hay al menos un cajón que tiene dos o más objetos". Esta idea tan sencilla tiene aplicaciones interesantes, sorprendentes y profundas.

IV. PENSAR PARA LA EXCELENCIA

En el trabajo de [Al] se analiza la utilización del todo el cerebro humano, tanto del hemisferio izquierdo como del hemisferio derecho, para pensar con excelencia. Se destacan los siguientes items:

- ¿Dónde encaja usted en una escala de derecho-izquierdo?
- Sentido y sensibilidad
 - De regreso al futuro
 - Usted puede decidir que pensar
 - Aprender a usar sus habilidades de pensamiento
 - Crear imágenes en la mente
 - El cuadro de la liga sensorial
 - Los efectos físicos del pensamiento
- El poder de los hábitos mentales

En el primer item el autor indica un test empleado en seminarios empresariales que proporciona una aproximación de la utilización del hemisferio dominante a los efectos de que se tenga en cuenta en la resolución de problemas. Se recomienda que el lector realice el test como una manera de conocerse a sí mismo.

¿Dónde encaja usted en una escala de derecho-izquierdo?

Antes de que empecemos a ejercitar con ahínco nuestro cerebro derecho, quizá le resulte útil evaluar su actual modo de pensamiento. Lo siguiente se basa en un cuestionario que a menudo se emplea en seminarios empresariales. Debería proporcionarle una idea aproximada de si tiende más hacia el lado izquierdo o derecho de su cerebro. Conteste las preguntas rápida e instintivamente. No piense en puntuar hasta que haya terminado, y no se preocupe de que una respuesta parezca buena o mala. No hay buenas o malas, o correctas e incorrectas.

Marque sólo una letra... la que más encaje con usted, a menos que la pregunta le pida lo contrario.

- (1) En una situación en la que hay que solucionar un problema, usted:
- a) ¿Da un paseo y medita en las soluciones, y luego las discute?
 - b) ¿Piensa y escribe todas las alternativas, las discute y tribuye de acuerdo con las prioridades y después escoge la mejor?
 - c) ¿Recuerda experiencias pasadas que tuvieron éxito y las pone en práctica?
 - d) ¿Aguarda a ver si la situación se arregla sola?
- (2) Soñar despierto es:
- a) Una pérdida de tiempo.
 - b) Divertido y relajante.
 - c) Una ayuda real para solucionar problemas y para el pensamiento creativo
 - d) Una herramienta viable para planificar mi futuro.

(3) Mire rápidamente este dibujo:



¿Estaba sonriendo la cara?

- a) Sí
- b) No

(4) Sobre las corazonadas:

- a) Las tengo con frecuencia y las sigo.
- b) Tengo fuertes corazonadas pero no les doy mucha fe.
- c) En ocasiones las tengo pero no les doy mucha fe.
- d) No dependería de corazonadas para que me ayudaran a tomar decisiones importantes.

(5) Al pensar en las actividades diarias, ¿qué es más típico de su «estilo»?

- a) Redacto una lista de todas las cosas que necesito hacer, de gente que he de ver.
- b) Imagino los lugares a los que iré, la gente a la que veré.
- c) Dejo que acontezcan.
- d) Planifico la agenda del día, estableciendo horas apropiadas para cada cosa o actividad.

(6) ¿Por lo general tiene un lugar para todo, un sistema para hacer las cosas y habilidad para organizar la información y los materiales?

- a) Sí
- b) No

(7) ¿Le gusta cambiar la distribución de sus muebles o modificar la decoración de su hogar o despacho con frecuencia?

- a) Sí b) No

(8) Por favor, marque las actividades con las que disfruta:

- | | |
|-----------------------------------------------|----------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Natación | <input type="checkbox"/> Viajes |
| <input type="checkbox"/> Tenis | <input type="checkbox"/> Ciclismo |
| <input type="checkbox"/> Golf | <input type="checkbox"/> Coleccionismo |
| <input type="checkbox"/> Acampada | <input type="checkbox"/> Escritura |
| <input type="checkbox"/> Esquí | <input type="checkbox"/> Ajedrez |
| <input type="checkbox"/> Pesca | <input type="checkbox"/> Bridge |
| <input type="checkbox"/> Canto | <input type="checkbox"/> Ruleta |
| <input type="checkbox"/> Jardinería | <input type="checkbox"/> Charadas |
| <input type="checkbox"/> Tocar un instrumento | <input type="checkbox"/> Baile |
| <input type="checkbox"/> Mejoras del hogar | <input type="checkbox"/> Paseos |
| <input type="checkbox"/> Costura | <input type="checkbox"/> Correr |
| <input type="checkbox"/> Lectura | <input type="checkbox"/> Abrazos |
| <input type="checkbox"/> Artes/Oficios | <input type="checkbox"/> Besos |
| <input type="checkbox"/> Cocina | <input type="checkbox"/> Tocar |
| <input type="checkbox"/> Fotografía | <input type="checkbox"/> Conversación |
| <input type="checkbox"/> Hacer nada | <input type="checkbox"/> Debates |

(9) ¿Aprende mejor el atletismo y el baile:

- a) ¿limitando o acostumbrándose a la música?
b) Aprendiendo la secuencia y repitiendo los pasos mentalmente?

(10) ¿Cuando practica un deporte o actúa en público lo hace a menudo mejor que lo que su formación y habilidades naturales garantizan?

- a) Sí b) No

(11) ¿Se expresa bien verbalmente?

- a) Sí b) No

(12) ¿Está orientado hacia sus metas?

- a) Sí b) No

(13) Cuando quiere recordar direcciones, un nombre o una noticia:

- a) ¿Visualiza la información?
b) ¿Escribe notas?
c) ¿Lo verbaliza (se lo repite a sí mismo o en voz alta)?
d) ¿Lo asocia con información previa?

(14) ¿Recuerda las caras con facilidad?

- a) Sí b) No

(15) Cuando usa el lenguaje:

- a) ¿Inventa palabras?
b) ¿Crea rimas e incorpora metáforas?
c) ¿Elige términos exactos y precisos?

(16) En una conversación, se siente más cómodo como:

- a) ¿Oyente? b) ¿Hablante?

(17) Cuando en una reunión se le pide que improvise, usted:

- a) ¿Prepara un rápido esbozo?
b) ¿Directamente empieza a hablar?
c) ¿Traslada la atención a otra persona o habla lo menos que sea posible?
d) ¿Habla despacio y con cuidado?

(18) En una discusión, tiende a:

- a) ¿Hablar hasta establecer su punto?
- b) ¿Encuentra a una autoridad que apoye su punto de vista?
- c) ¿Simplemente se retrae?
- d) ¿Empuja la silla o la mesa, aporrea la mesa, habla más alto... grita?

(19) ¿Puede precisar con bastante exactitud cuánto tiempo ha pasado sin mirar su reloj?

- a) Sí
- b) No

(20) Prefiere acontecimientos sociales que:

- a) ¿Están planeados con antelación?
- b) ¿Son espontáneos?

(21) Al prepararse para una tarea nueva o difícil:

- a) ¿Se visualiza consiguiéndola de manera efectiva?
- b) ¿Recuerda éxitos pasados en situaciones similares?
- c) ¿Prepara datos exhaustivos sobre dicha tarea?

(22) Prefiere trabajar:

- a) ¿Solo?
- b) ¿O en grupo?

(23) Cuando se trata de «saltarse las reglas» o de alterar la política de la compañía, ¿siente que:

- a) Las reglas y la política de la empresa están para seguirlas?
- b) El progreso surge del desafío a la estructura rígida?
- c) Las reglas están para que se las rompa?

(24) En la escuela usted prefería:

- a) ¿Álgebra?
- b) ¿Geometría?

(25) ¿Cuál de estas posiciones de escritura se parece más a la suya:

- a) La posición diestra normal?
- b) La posición diestra en gancho (los dedos apuntando hacia su pecho)?
- c) La posición zurda normal?
- d) La posición zurda en gancho (los dedos apuntando hacia su pecho)?

(26) Cuando toma notas, saca copias:

- a) ¿Nunca?
- b) ¿Con frecuencia?

(27) Gesticula para:

- a) Enfatizar su punto de vista?
- b) Expresar sus sentimientos?

(28) ¿Instintivamente siente que un tema es bueno o correcto, o decide sobre la base de la información?

- a) Siento
- b) Decido

(29) ¿Disfruta corriendo riesgos?

- a) Sí
- b) No

(30) Después de asistir a un musical, puede:

- a) Tararear muchas partes de la partitura?
- b) Recordar muchas partes de las letras?

(31) Por favor, sostenga un lápiz perpendicularmente al suelo con el brazo extendido, centrado en su línea de visión y alineado con un marco o puerta. Mantienen-

do esa posición, cierre el ojo izquierdo. ¿Dio la impresión de que el lápiz se movía?

- a) Sí b) No

(32) Siéntese en una postura relajada y entrelace las manos cómodamente sobre el regazo. ¿Qué pulgar está encima del otro?

- a) Izquierdo b) Derecho c) Paralelos

(33) Marque las afirmaciones que considera correctas acerca de usted:

- Puedo entender los contratos, los manuales de instrucción y los documentos legales.
 Prefiero trabajar siguiendo diagramas y planos.
 Visualizo con intensidad los personajes, el entorno y la trama de las novelas.
 Prefiero que los amigos llamen por teléfono con antelación.
 No me gusta charlar por teléfono.
 Me resulta satisfactorio planificar y arreglar los detalles de un viaje.
 Postergo realizar llamadas telefónicas.
 Me es fácil encontrar palabras en un diccionario y nombres en una guía telefónica.
 Me encantan los juegos de palabras.
 Tomo muchas notas en las reuniones y conferencias.
 Me paralizó cuando he de manejar cosas mecánicas si estoy sometido al estrés.
 Con frecuencia las ideas me surgen de la nada.

(34) Tengo:

- a) Frecuentes cambios de estado de ánimo.
 b) Casi ningún cambio en los estados de ánimo.

(35) Soy:

- a) No muy consciente del lenguaje corporal; prefiero escuchar lo que dice la gente.
 b) Bueno en interpretar el lenguaje corporal.
 c) Bueno en entender lo que dice la gente y también el lenguaje corporal que emplea.

PUNTUACIÓN

Aquí está la clave del ejercicio de autoevaluación. Marque con un círculo los puntos para cada una de sus respuestas.

- (1) a) 7 (2) a) 1 (3) a) 3
 b) 1 b) 5 b) 7
 c) 3 c) 7
 d) 9 d) 9

- (4) a) 9 (5) a) 1 (6) a) 1
 b) 7 b) 7 b) 9
 c) 3 c) 9
 d) 1 d) 3

- (7) a) 9
 b) 1

(8) Natación	9	Viajes	5
Tenis	4	Ciclismo	8
Golf	4	Coleccionismo	1
Acampada	7	Escritura	2
Esquí	7	Ajedrez	2
Pesca	8	Bridge	2
Canto	3	Ruleta	7
Jardinería	5	Charadas	5
Tocar un instrumento	4	Baile	7
Mejoras del hogar	3	Paseos	8
Costura	3	Correr	8
Lectura	3	Abrazos	9

Artes/Oficios	5	Besos	9
Cocina	5	Tocar	9
Fotografía	3	Conversación	4
Hacer Nada	9	Debates	2
(9) a) 9	(10) a) 9	(11) a) 1	
b) 1	b) 1	b) 7	
(12) a) 1	(13) a) 9	(14) a) 7	
b) 9	b) 1	b) 1	
	c) 3		
	d) 5		
(15) a) 9	(16) a) 6	(17) a) 1	
b) 5	b) 3	b) 6	
c) 1		c) 9	
		d) 4	
(18) a) 3	(19) a) 1	(20) a) 1	
b) 1	b) 9	b) 9	
c) 7			
d) 9			
(21) a) 9	(22) a) 3	(23) a) 1	
b) 5	b) 7	b) 5	
c) 1		c) 9	
(24) a) 1	(25) a) 1	(26) a) 1	
b) 9	b) 7	b) 9	
	c) 9		
	d) 3		
(27) a) 2	(28) a) 9	(29) a) 7	
b) 8	b) 1	b) 3	
(30) a) 9	(31) a) 8	(32) a) 1	
b) 1	b) 2	b) 9	
		c) 3	

(33) Contratos	1	Postergar	7
Diagramas	7	Encontrar palabras	1
Visualizar	9	Juegos de palabras	3
Antelación	2	Notas	1
Charlar	3	Paralizar	3
Planificar los viajes	4	De la nada	9
(34) a) 9	(35) a) 1		
b) 1	b) 7		
	c) 5		

Ahora sume la cantidad de puntos que ha obtenido y divida el total por el número de preguntas que ha contestado. (Este último número variará, ya que las preguntas 8 y 33 tienen muchos componentes.) Por ejemplo, si sus puntos totalizan 300 en 40 respuestas, su puntuación final será de 7,5, lo que revela una definitiva tendencia hacia el pensamiento del cerebro derecho.

1	3	5	7	9
Izquierdo				Derecho

Sentido y sensibilidad

A Sí como nos resulta muy fácil desarrollar malos hábitos (quizá al conducir un coche o al manejar los archivos en la oficina), del mismo modo es fácil caer en maneras ineficaces de pensar. Por lo tanto, necesitamos averiguar más sobre *cómo pensamos* para que podamos empezar a tomar el control de nuestro estilo de pensamientos y producir el cambio que nos mejora.

Un buen sitio por el que comenzar son los cinco sentidos, que conforman la base no sólo de lo que experimentamos, sino de lo que pensamos y cómo sentimos. A través de estos sentidos hemos aprendido a sobrevivir en este mundo. No tenemos nada más con qué contar. Dependemos de estos sentidos; *creemos* lo que nos cuentan.

Pero cualquier directivo que se haya enfrentado a problemas de comunicación sabe bien que las percepciones individuales pueden diferir mucho. A veces la gente ve y oye lo que *cre* que ve y oye, y ningún tipo de argumento es capaz de cambiar lo que piensa. Está claro que lo importante no es lo que vemos a través de nuestros ojos ni lo que oímos por nuestros oídos, sino lo que se registra en nuestro cerebro. Lo que *consideramos* que vemos es, sencillamente, nuestra realidad.

De las reacciones cerebrales electroquímicas, basadas en información procedente de nuestros cinco receptores especializados —los sentidos—, surge la «comprensión», la «experiencia» y la «conciencia». Y éstas se relacionan con los pensamientos sobre el pasado, el presente y el futuro. Pensar es la manipulación de estas grabaciones interiores de los cinco sentidos. Así es como la luz y las ondas sonoras, que por lo demás no tendrían ningún sentido, se transforman en cosas reales y tangibles que para nosotros sí lo tie-

nen. Y de este modo es como incontables miles de millones de fragmentos incoloros, sin vida y fortuitos, llenos de energía se pueden experimentar como gloriosas puestas de sol, caras conocidas o pasteles favoritos.

De regreso al futuro

¿Qué pasa cuando recuerda algo? Lo que usted hace es recordar las mismas percepciones sensoriales como la experiencia original grabada. Accede a esa parte del cerebro que registró, electroquímica y permanentemente, su interpretación de las ondas de energía procesadas en aquel momento.

¿Y qué pasa con el futuro cuando usted se imagina qué es lo que puede llegar a suceder, en ocasiones de manera muy vívida? Utiliza los mismos sentidos interiores para ver, oír o sentir lo que usted considera que acontecerá. En cada caso está empleando sus sentidos interiores con el fin de crear su propia realidad. Su cerebro no puede diferenciar entre lo que usted habitualmente piensa de la realidad objetiva —el mundo externo, material— y las imágenes claramente imaginadas. A través de diminutos registros electroquímicos en la corteza cerebral, ambas producen aquello a lo que aludimos como *conciencia*.

Este es el modo en que usted puede empezar a usar sus poderes de pensamiento para modificar primero su realidad interior y luego (debido a que ello es lo que siempre pasa) su comportamiento y logros exteriores. Puede crear su futuro aprendiendo a crear *su propia realidad*.

Ponga sus habilidades de pensamiento a prueba. Intente recordar la cara de un maestro de escuela, remontándose en el pasado todo lo que le sea posible. Visualice claramente a la persona. Después, recuerde el sonido de su voz, el sonido de la tiza en la pizarra, el eco de las voces en el gimnasio, y cualquier otro sonido que le venga a la mente al revivir esas situaciones de la escuela. Seguidamente trate de capturar de nuevo los sentimientos, las sensaciones: la superficie de madera de un pupitre, la sensación de una ducha fría. Déjese absorber en el recuerdo y sus pensamientos revolotearán de un sentido interior a otro, reexperimentando la realidad pasada. Al hacer esto, está localizando con

éxito unos registros de memoria específicos archivados junto a otros miles de millones más, y reviviendo mentalmente aquella experiencia pasada.

Pero la mente no se halla limitada por la realidad pasada o presente. Más o menos, usted es capaz de imaginar cualquier cosa. ¿Qué aspecto tendrá su jefe con unas gigantescas botas Wellington? Imagine un autobús volcado delante de su casa. Imagine qué sentiría subiéndolo los últimos escalones de un rascacielos. En cada caso usted emplea fácilmente procesos de pensamiento que reflejan todos los sentidos en una situación de vida real. Estos sentidos interiores son el verdadero material de la mente a medida que recuerda, medita e imagina.

Usted puede decidir qué pensar

Aprender a controlar sus pensamientos de este modo puede aportarle unos enormes beneficios prácticos. Para empezar, usted puede decidir qué pensar: qué recordar, qué imaginar, en qué hacer hincapié y en qué no pensar. Los pensamientos subjetivos, a diferencia de gran parte del mundo exterior objetivo, se hallan bajo nuestro control. Si una experiencia pasada le brindó placer, entonces recordar dicha experiencia traerá consigo aquella misma sensación de placer. Cuanto más vívida la memoria, combinando todos los sentidos que sea posible, más se recapturará la sensación de placer. Puede comprobar esto fácilmente si observa a un amigo, que tenga los ojos cerrados, recordando una experiencia placentera. Verá cómo sus hombros comienzan a descender, al adoptar una postura más relajada, y percibirá una ligera sonrisa: toda la fisiología responde a lo que está sucediendo en la mente. Las pruebas médicas también mostrarán un cambio en su circulación sanguínea, en el ritmo de respiración y en la totalidad del metabolismo. Y ello se consigue en unos momentos, *sólo gracias a pensar*, sin estimulantes ni depresores artificiales, y sin importar cuáles sean las circunstancias.

A la vez que volver a capturar recuerdos positivos, usted puede obtener beneficios de imaginar eventos futuros. Si ha de emprender una tarea que le hace sentirse incómodo o ansioso —quizá algo que le resulta muy desagradable—, puede elegir ima-

ginar lo mejor en vez de lo peor. Aparte del efecto positivo que tiene la imaginación positiva, en contraposición con las preocupaciones que repercuten en la salud, su comportamiento en la situación real se verá mejorado. Ya se habrá controlado el elemento de lo «desconocido» (las imágenes repetidas tienen el efecto de hacer que la experiencia sea familiar), y usted habrá asociado mentalmente el acontecimiento con el placer en lugar de con el dolor, superando de esa manera la asociación negativa.

Como ya hemos visto, el cerebro no es capaz de distinguir la diferencia entre los sentidos presentes (lo que sucede objetivamente, en la realidad) y los pensamientos imaginados o recordados. Por este motivo, cuando despierta de repente de un sueño muy vívido, a veces se encuentra momentáneamente inseguro de si está despierto o soñando. Ambos mundos le parecen reales por igual. No existe diferencia en el modo en que usted siente y en la intensidad de la experiencia que su cerebro registra. De modo similar, cuando sueña despierto hay un abismo temporal en su mundo consciente, objetivo —sencillamente, usted no es consciente de lo que sucede a su alrededor—, y ese abismo lo llena el mundo interior subjetivo de su mente, que es igual de real. De forma que el mundo material objetivo y el mundo subjetivo interior se convierten en *un mundo* de conciencia, entendimiento y realidad personal, que se alimenta del mismo material en bruto: los cinco sentidos.

Su mundo es distinto del mío. Nuestros «mapas» personales de la realidad no son el «territorio» del mundo material, sino nuestras únicas y a veces distorsionadas representaciones de él. Y ahí radica la clave de una miríada de los así llamados problemas de comunicación que acosan a los directivos en todos los niveles y en todas las culturas.

De modo que utilizar nuestros sentidos significa mucho más que estar atentos y vigilantes a lo que acontece en el mundo material. Significa el aprovechamiento de su vida mental con el fin de provocar cambios reales en el modo en que usted siente, actúa y logra.

Aprender a usar sus habilidades de pensamiento

Las habilidades automáticas, como conducir un coche, primero han de ser aprendidas, y ello requiere abundancia de pensamiento y persistencia conscientes antes de que ésta se convierta en algo habitual y sin esfuerzo. Las habilidades de pensamiento se pueden aprender de la misma manera. Y hemos de empezar por ser conscientes de nuestros procesos de pensamiento.

Si le pido que piense en la ciudad o pueblo en el que creció, ¿qué sucede en su mente? Quizá vea diferentes escenas familiares, imagine sonidos o incluso olores. Es decir, extraerá material de todos sus sentidos interiores, de algunos más que de otros, bien porque posea recuerdos más fuertes y nítidos o porque se sienta más a gusto con un sentido que con otro. Tal vez se sienta más contento con imágenes que con sonidos, por ejemplo. Inténtelo, y compruebe por sí mismo qué sucede cuando piensa.

Crear imágenes en la mente

A la vez que recordar algo de su propio pasado, usted también puede crear un cuadro mental, quizá al leer una descripción gráfica de algún país lejano en el que nunca ha estado, o una ficción bien escrita. Para hacer esto, necesita invocar su almacén de incontables millones de recuerdos al igual que experiencias de segunda mano recibidas de la televisión, el cine, los libros y otras descripciones. Todo ello se reconstruye y se entremezcla para que encaje en un instantáneo mosaico de sentidos interiores como los de la vida misma. Tal vez haya experimentado verse transportado en su imaginación al leer un buen libro. Los dramas radiados pueden tener un efecto similar, ya que, a diferencia de la televisión, está invocando más de sus poderes de imaginación. Una imaginación vívida es tan real como la vida real. Después de todo, utiliza los mismos senderos neurológicos para representar la experiencia interna que para representar la externa. Tómese un momento para imaginar que come su fruta favorita. No sólo las descargas electroquímicas del cerebro serán las mismas que cuando la come en la

realidad, sino que también lo serán sus reacciones corporales: llegará a sentir de verdad que está salivando.

Exploremos un poco más estos procesos de pensamiento. Si le pido que piense en un abeto, ¿ve un cuadro en su mente? Si se imagina caminando por un bosque de pinos, ¿qué está más claro: los sonidos de la floresta, de los pájaros, tal vez del viento entre los árboles, o la luz que brilla a través de las ramas, o quizá la sensación de las piñas caídas y de la quebradiza madera en el suelo? ¿Cuál de estos sentidos le surge de manera más natural? ¿Le resultaría más fácil imaginar la voz de un pariente lejano o ver su cara?

Al realizar estos sencillos ejercicios de memoria usted ha estado empleando sus sentidos de la visión, oído y tacto de forma subjetiva, recordando y creando escenas mentales de acuerdo con su deseo. Lo que es más importante, ha estado pensando en lo que sucede en el interior de su mente. Éste es el primer paso para ser capaz de controlar y usar estos procesos para propósitos específicos.

En la sociedad occidental los tres sentidos principales son la vista, el oído y el tacto. Aunque los del olfato y del gusto pueden estar muy desarrollados, y a menudo de modo inesperado nos traen a la mente recuerdos vívidos, constituyen una parte muy pequeña de nuestro pensamiento normal cotidiano. Por lo tanto, a veces se los agrupa con el tacto cuando se habla de los sentidos interiores. Todo el tiempo usamos la totalidad de estos tres sistemas de sentidos principales aunque quizá no seamos conscientes de ellos por igual.

El cuadro de la liga sensorial

Aunque los sentidos de la imaginación reflejan la totalidad de los cinco sentidos externos, el término «vi-sualización» se emplea por lo general para abarcarlos a todos. Se ha investigado mucho acerca de cómo visualizar. Un estudio típico demostró que el modo más común de imaginación mental era visual, seguido del auditivo. Las sensaciones del tacto resultaron menos dominantes, y las del gusto y el olfato aparecieron aún menos. A los sujetos se les preguntó sobre sus impresiones sensoriales interiores al imaginar algo. Sus respuestas comparadas produjeron los siguientes porcentajes:

Visual	97
Auditiva	93
Movimiento	74
Tacto	70
Gusto	67
Olfato	66
Dolor	54
Temperatura	43

Esta información nos revela mucho. Primero, está claro que se pueden «imaginar» todos los sentidos, aunque para algunos es menos corriente que para otros. Por ende, si tiene alguna dificultad para crear este tipo de pensamientos —o sentidos interiores—, mantenga la confianza de que con un poco de práctica será capaz de crearlos con presteza. Segundo, notará que las sensaciones visuales y auditivas —ver y oír interiormente— acaparan casi toda la imaginación. Así que la mejor manera de potenciar su empleo de la imaginación es primero concentrarse en ver y oír. Con el tiempo y la práctica, los otros sentidos como el olor y el sabor, serán tan fáciles de emplear como los más «populares».

Los efectos físicos del pensamiento

Nuestros cuerpos se ven directamente afectados por los procesos de pensamiento. Pídale a un niño que imagine que es fuerte y valiente, y observe cómo se yergue y saca pecho. A los niños les resulta fácil verse a sí mismos de otra manera, y el cuerpo sencillamente adopta su nueva identidad. Lo mismo sucede con los adultos; si se visualiza con claridad una escena sosegada y agradable, o si se imagina una situación traumática, el cuerpo responde de modo acorde. Se experimentan respuestas corporales reales, para bien o para mal, y éstas afectan nuestra salud. No podemos separar el pensamiento del comportamiento. El uno afecta al otro, pero es en la mente donde nace el comportamiento.

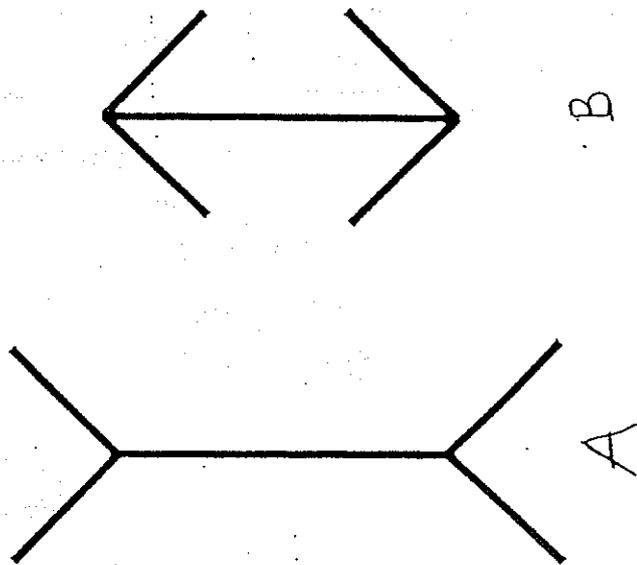
El poder de los hábitos mentales

Casi todo el así llamado pensamiento creativo o lateral se ocupa de la ruptura de este modo habitual de pensar, que acepta mensajes a través de los sentidos como si se tratara de un paisaje prístino, inmaculado por la experiencia pasada y libre de cualquier tipo de clasificación. Tal punto de vista holístico es el rasgo principal del pensamiento del cerebro derecho. Es la racionalización, la tendencia a crear patrones lo que corresponde al cerebro izquierdo, y éste frecuentemente domina el pensamiento de los directivos y de las personas profesionalmente entrenadas.

Un ejercicio sencillo ayudará a ilustrar esto. Mire los dos dibujos simples que hay más abajo y decida qué línea vertical es más larga: A o B.

Aunque haya visto antes este tipo de ejercicio óptico, sin duda dirá que A da la impresión de ser más larga que B. De hecho, si toma una medición exacta verá que B es un poco más larga que A.

¿Por qué la línea vertical de la izquierda parece más larga que la de la derecha cuando lo verdadero es lo contrario? Quizá usted



imagina la de la izquierda como la esquina más alejada de una habitación o de una caja, y asume que con el efecto de la distancia y la perspectiva parecerá más pequeña, y su paisaje mental de conocidos patrones de pensamiento (muy equivocadamente) así lo considera. A la inversa, la línea de la derecha quizá es vista como el rincón delantero de un edificio o un cubo, de modo que no se le tiene en cuenta la distancia. De cualquiera de las dos maneras, lo que ve en realidad no es lo que ve (un simple trazo de una línea), sino una percepción existente en su mente que con rapidez se superpone sobre la imagen.

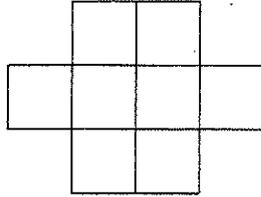
Con el fin de funcionar normalmente, usted ha de asumir mucho sobre el mundo que percibe. Si yo le digo que Bob se encuentra en una habitación, usted asume en el acto que dicho cuarto tiene cuatro paredes, un suelo, un techo y con mucha probabilidad muebles. Al entrar en la habitación no espera tener que comprobar si las paredes son perpendiculares y están en ángulos rectos entre sí. Si constantemente tuviera que inspeccionarlo todo en su entorno, no dispondría de tiempo para hacer nada.

De modo que realizamos todo tipo de asunciones, y ello da como resultado algunos errores. Por ejemplo, si se creara un cuarto especial y distorsionado que fuera más estrecho y poseyera un techo mucho más bajo en el extremo más alejado, al ver a una persona caminar hacia ese extremo usted creería que se está haciendo más grande. Sin importar lo ridículo que sea esto, la suposición de una habitación rectilínea es tan poderosa que su mente se queda del todo confusa, y puede llegar a creer en algo imposible (que una persona se vuelva más grande), mientras que no creará en algo posible (que el cuarto sea más pequeño en un extremo). Ello se debe a la tendencia del cerebro a crear patrones eficientes con el fin de proporcionar lo que él cree que es una interpretación significativa.

V. PROBLEMAS SOBRE LOGICA Y CONJUNTOS

V.1. PROBLEMAS SOBRE LOGICA

1) Consecutivos lejos. En las 8 casillas de la siguiente figura



se trata de colocar los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 de modo que no resulten dos números consecutivos cerca ni en diagonal, ni en horizontal, ni en vertical. ¿ La solución es única ?

2) Las mujeres de Napoleón. Dicen que el primer marido de la segunda mujer de Napoleón y el segundo marido de la primera mujer de Napoleón eran la misma persona. Suena extraño. ¿ Podrá ser verdad ?

3) Se aprueba estudiando. Si alguien que estudia mucho aprueba siempre el examen, y si Juan estudió mucho, entonces ¿ cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas ?:

- (a) solamente Juan aprobó el examen;
- (b) Juan aprueba el examen;
- (c) Juan estudió mucho más que cualquier otro;
- (d) Todos aprobaron el examen.

4) Lógica de pertenencia. Todo argentino es americano. Todo salteño es argentino. Ningún americano es asiático. Entonces ¿ cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas ?:

- (a) Ningún salteño es americano;
- (b) Todo americano es salteño;
- (c) Todos los americanos son argentinos;
- (D) Ningún salteño es asiático.

5) Los trillizos Pérez: Los trillizos Pérez tienen la molesta costumbre siguiente: Cada vez que se les hace una pregunta, dos de ellos dicen la verdad y el otro la mentira acerca de la respuesta.

Se les preguntó cuál de los tres había nacido primero y contestaron lo siguiente:

Perico: "Pepe nació primero";

Pepe: "Yo no soy el mayor";

Pablo: "Perico nació primero".

Entonces, ¿ cuál de los tres nació primero ?

6) Demuestre por contradicción que en una fiesta de n personas ($n \geq 2$) existen por lo menos dos personas que tienen el mismo número de amigos en la fiesta;

V.2. PROBLEMAS PARA PENSAR SOBRE LOGICA

1) Oráculo. El oráculo era legendario por la veracidad de sus vaticinios, pero en realidad predecía correctamente durante dos años, y al año siguiente fallaba siempre, y luego el ciclo comenzaba. Un

mago visitó el lugar, y el oráculo le dijo: "Lo que digas ahora será mentira". El mago respondió: "El año que viene dirás una verdad". Al año siguiente el mago volvió a consultar el oráculo, y se reprodujo el mismo diálogo. ¿Puede usted decirnos si el mago mintió alguna vez?

2) Convención de Espías. En la última convención nacional de espías y afines se encontraban 001, 002, 003, 004, bajo los nombres de Alvarez, Benítez, Chavez y Diéguez (no necesariamente en ese orden). Cada uno, obviamente, conocía su propio número, pero no el de los demás, hasta que la chica del stand de la KGB le informó a Chavez que Benítez tenía un número menor que el de Alvarez. Entonces Chavez dijo: "Si alguien me dijera que Estévez tiene un número más alto que el mío, sabría todos los números". Si Estévez tiene un número más alto que Chavez, ¿Cuál es la identidad de cada espía?

3) Travesía del río. Veinte hombres y dos chicos desean cruzar un río, utilizando una pequeña canoa que sólo puede transportar a un hombre o a los dos chicos. ¿Cuántas veces debe este bote cruzar el río para llevar a cabo el objetivo?

4) Una fiesta reúne a 40 personas. Uno de los presentes comenta que seguramente hay allí dos personas que tienen la misma cantidad de parientes entre los invitados. Otro le responde que eso sería una gran casualidad y que no lo cree muy probable. Sin embargo, tiene razón el primero. ¿Por qué?

Ayuda: Utilice el método por contradicción.

Principio de los Casilleros o Principio del Palomar: Si $n + 1$ ó más objetos se distribuyen o se clasifican en n categorías, entonces alguna categoría deberá contener por lo menos dos objetos.

Si bien es un hecho matemático sencillo (simplemente expresa que una función de un conjunto de $n+1$ ó más elementos en otro de n elementos no puede ser inyectiva), permite a veces sacar conclusiones bastante interesantes. Por ejemplo, ¿es obvio para Ud. que si durante una noche un teatro o un cine tiene colmada su capacidad de 370 localidades, entonces se encuentran presentes al menos dos personas que cumplen años el mismo día? El principio anterior puede refinarse para obtener resultados más útiles y precisos.

5) Una cierta cantidad de equipos de fútbol han disputado un torneo, por el sistema de todos contra todos. Pruebe que al menos dos de ellos han empatado la misma cantidad de partidos.

6) Si elegimos seis personas al azar en una reunión, entonces debe haber 3 de ellas que se conocen todas entre sí o bien tres de ellas todas extrañas entre sí.

7) Para organizar diversas actividades culturales y deportivas, los 10 integrantes de la comisión directiva de un club deben agruparse en 10 subcomisiones. Si el presidente no puede formar parte de ninguna de ellas, concluya que debe haber dos subcomisiones con el mismo número de miembros.

8) TRABAJO PRACTICO 1: Un grupo de rock. Juan Ciruelo, Jorge Cerezo y Javi Manzano decidieron formar un grupo de rock: "Las Tres Frutas". Tenían unas voces estupendas, pero además cada uno de ellos sabía tocar la guitarra o la bandurria, o tal vez, las dos cosas.

Se sabe que si es verdad que Ciruelo y Manzano saben tocar la guitarra, entonces también lo sabe hacer Cerezo. Si Cerezo no sabe tocar la guitarra, entonces Manzano sí que sabe. Pero si Manzano sabe tocar la bandurria entonces Ciruelo no sabe. También se sabe que uno de los dos, Ciruelo o Cerezo, pero no los dos simultáneamente, sabe tocar la guitarra.

Se sabe también que sólo uno de los tres sabe tocar la bandurria y la guitarra. ¿Quién es?

9) TRABAJO PRACTICO 2: Lógica con preguntas con respuestas SI – NO.

Una isla se encuentra habitada por dos tipos de personas: las personas sinceras y las personas mentirosas. Cuando se les realiza una pregunta que se responde con SI ó NO, la persona sincera dice siempre la verdad, mientras que la persona mentirosa siempre miente. Por otro lado, ambas personas no pueden distinguirse por ningún método visual.

¿Qué pregunta podría realizarse a cualquier persona que se encuentra en la isla para determinar si es una persona sincera o bien una persona mentirosa?

Analice las siguientes preguntas:

- (i) ¿Es usted una persona sincera?
- (ii) ¿Es usted una persona mentirosa?
- (iii) Si usted fuese una persona sincera entonces cómo respondería a la pregunta ¿Es usted una persona mentirosa?
- (iv) Si usted fuese una persona mentirosa entonces cómo respondería a la pregunta ¿Es usted una persona sincera?

10) TRABAJO PRACTICO 3: Lógica en el cruce de un río.

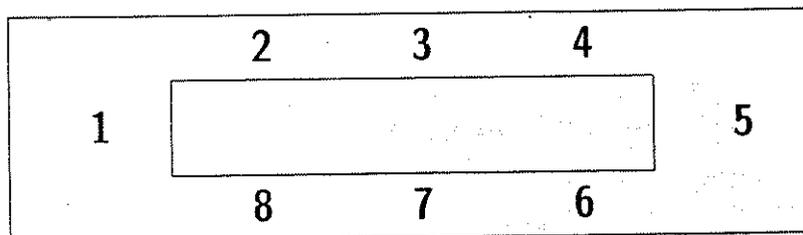
Hay dos matrimonios que necesitan cruzar un río. Poseen un pequeño boté que permite llevar solamente a dos personas por vez. Los esposos son bastante celosos. Una mujer no puede permanecer (sea en la tierra o en el bote) con un hombre excepto que su esposo esté también presente.

- (i) ¿Cómo pueden estas cuatro personas cruzar el río?
- (ii) ¿Cuál es el número mínimo de viajes posible para que las cuatro personas crucen el río?
- (iii) ¿Suponga ahora que hay tres matrimonios sujetos a las mismas reglas anteriores. ¿En cuántos viajes pueden las seis personas cruzar el río?

11) CASO 1: Reunión de Directorio. Es una simple reunión de directorio. Bah, no tan simple, ya va a ver... Deben votar por mayoría simple (más del 50% de las acciones) la venta de la empresa. Una decisión, sin dudas importantísima. Se tienen las siguientes informaciones:

- Entre todos los presentes suman el 100% de las acciones. Nadie tiene idéntico porcentaje que otro, ninguno tiene centésimos (todos números enteros) y entre el que menos tiene y el que más, la diferencia es del 7%.
- En las cabeceras están sentados Martínez y Sánchez.
- Vázquez no está del mismo lado que Giménez. Entre ambos suman el 23%.
- Estando del mismo lado de la mesa, Alvarez y Domínguez, no están uno al lado del otro.
- Henríquez tiene un porcentaje menor que Domínguez.
- Martínez y Sánchez suman el 21%, y Martínez tiene un 6% menos que aquel que se sienta a su izquierda.
- Henríquez está sentado al lado Giménez, del mismo lado de la mesa.
- El que está a la izquierda de Sánchez tiene el 15% y el que está enfrente a este último tiene el 9%.
- Domínguez está sentado justo frente a Fernández pero Vázquez no está sentado justo enfrente a Giménez.
- Martínez tiene a su derecha a Domínguez.
- Suponiendo que Martínez está sentado en la posición 1 del cuadro, los votos finales se repartieron de la siguiente manera:
 - los ubicados en las posiciones 1, 3, 5 y 8 votaron por la afirmativa;
 - los sentados en las posiciones 2, 4, 6 y 7 votaron por la negativa.

La pregunta es, finalmente, ¿Qué se hizo?



V.3. PROBLEMAS SOBRE CONJUNTOS

1) En un club de 2200 socios, $\frac{2}{5}$ de los socios practican natación, $\frac{1}{4}$ practica tenis y $\frac{3}{10}$ practica rugby.

- (i) ¿Qué parte del total de socios no practica deportes?
- (ii) ¿Qué porcentaje del total de socios practica algún deporte?
- (iii) ¿Cuál es el deporte que agrupa más socios?
- (iv) ¿Cuántos socios practican natación y tenis?

2) Encuesta azúcar – edulcorante. El equipo de Javier realizó una encuesta para determinar cuántas personas utilizan azúcar y cuántas utilizan edulcorante. El informe dice:

• Número de personas encuestadas	600
• Número de personas que utilizan azúcar	352
• Número de personas que utilizan edulcorante	318
• Número de personas que utilizan ambos (azúcar y edulcorante)	168
• Número de personas que no utilizan ni azúcar ni edulcorante	100

- (i) Después de analizarlo Javier detectó que era inexacto. ¿Puede explicar por qué?
- (ii) Cómo se podría cambiar el número de personas que no utilizan ni azúcar ni edulcorante para que el informe sea exacto. Calcule en dicho caso, el correspondiente porcentaje de cada ítem.

3) Simultaneidad. 25 personas están cursando economía, matemática o ambas. Si 20 están anotadas en economía y 18 están anotadas en matemática, ¿cuántas personas están anotadas tanto en economía como en matemática?

4) Televisión por cable y videocaseteras. En el pueblo $\frac{1}{5}$ de los hogares están equipados con televisión por cable. Si $\frac{1}{10}$ de los hogares, incluyendo $\frac{1}{3}$ de aquellos que tienen televisión por cable, tienen videocaseteras, ¿Qué fracción de hogares no tienen ni televisión por cable ni videocaseteras?

- (a) $\frac{23}{30}$;
- (b) $\frac{11}{15}$;
- (c) $\frac{7}{10}$;
- (d) $\frac{1}{6}$;
- (e) $\frac{2}{15}$.

5) Mitines Electorales: Se está próximo a las elecciones municipales y los anteriores líderes municipales han organizado cada uno un mitín electoral. Las estimaciones sobre las participaciones dan los resultados siguientes:

- 130 personas participaron en la reunión organizada por Pablo, 165 en la de Fernando y 165 en la de Carlos.
- En total, se han desplazado 300 personas de las cuales 30 participaron en los 3 mitines.

Se necesita conocer:

- (i) ¿Cuántos participaron en un solo mitin? ;
- (ii) ¿Cuántos participaron en dos mitines? ;
- (iii) Si hubo 50 personas que fueron a la reuniones organizadas por Pablo y por Fernando, y hubo 45 personas en la reuniones organizadas por Pablo y por Carlos, entonces determine la cantidad de personas que fueron solamente a la reunión organizada por Carlos.

VI. PROBLEMAS CON NUMEROS REALES, PROPORCIONES (PORCENTAJES), ECUACIONES Y FUNCIONES REALES

VI.1. PROBLEMAS CON NUMEROS REALES

1) Ahorro por estacionamiento. Un estacionamiento alquila sus espacios a \$ 30 por semana ó a \$ 90 por mes. ¿Cuánto ahorrará una persona en un año si alquila por mes en lugar de hacerlo por semana?

- (a) \$ 420 ; (b) \$ 480 ; (c) \$ 660 ;
(d) \$ 720 ; (e) \$ 780 .

2) La edad de la familia. Hace exactamente dos años, las edades sumadas de los integrantes de la familia Pérez daba como resultado 62. Ahora, las edades suman 67. ¿Puede indicar cuántas personas componen la familia Pérez?

3) En la heladería. Juan le comentó a Roberto: Ayer fui con mi novia a la heladería, y decidimos pedir un helado de un solo gusto para cada uno. Contamos todas las combinaciones de gustos que podíamos hacer entre los dos, pero ahora no recuerdo si eran 78, 81 u 86.

Su amigo Roberto le contestó: Con lo que dijiste ya puedo saber cuántas posibles combinaciones había, y también cuántos gustos distintos hay en esa heladería.

¿Podría explicar el razonamiento de Roberto?

4) El mendigo y el avaro. Un mendigo pide hospitalidad a un avaro haciéndole la siguiente proposición: "Yo pagaré \$ 10 por el primer día, \$ 20 por el segundo día, \$ 30 por el tercer día, y así sucesivamente; en cambio, usted me dará \$ 0,01 por el primer día, \$ 0,02 por el segundo día, \$ 0,04 por el tercer día, y así sucesivamente". El avaro consideró esta proposición y consistió en este arreglo por 30 días, pensando que era un buen negocio. ¿Sabrías decir quién salió perjudicado en este contrato?

5) Tamaño de los televisores. El tamaño de los televisores se mide en pulgadas e indica la medida de la diagonal de la pantalla, que tiene forma rectangular. Las dimensiones de la pantalla están en la relación 3 a 4. Calcule en cm las dimensiones de los televisores de 26 y 20 pulgadas (1 pulgada = 2,54 cm).

6) Carreras de batracios. Los verdaderos apostadores juegan su dinero en cualquier competencia: galgos, caballos, una riña de gallos o, en este caso, una carrera entre un sapo y una rana. El sapo avanzaba 15 cm en cada salto; la rana sólo 9 cm, pero era más rápida. Los dos salieron del mismo lugar y terminaron su último salto exactamente en la meta. No sabemos quién ganó, pero sí que la rana dió 4 saltos más que su contrincante.

- (i) ¿Cuánto medía la pista?
(ii) ¿Cuántos saltos dieron cada uno?

7) Naipes. Alberto, Beatriz, Carlos y Diana jugaban a las cartas. El juego consistía en repartir un mazo completo de 48 cartas españolas (cada palo tiene todos los números del 1 al 12) entre los jugadores. Luego se sumaban los puntos de las cartas que tenía cada uno; el ganador era el de mayor puntaje.

Resultó que Beatriz tenía el doble que Alberto, que Carlos tenía el doble que Beatriz, y que Diana tenía el triple que Beatriz. Sin discutir lo divertido del juego, ¿Puede calcular qué cartas tenía Alberto?

8) La isla Lejana. El primero sobre el barco en avistar la isla fue el vigía. "Está a 54 kilómetros!", dijo. Su compañero lo corrigió: "No, está más lejos, como a ...", pero el viento se llevó sus últimas palabras. Otro del grupo, opinó que estaba a 57 km, y el Capitán que estaba a 59 km. Si uno de ellos calculó mal la distancia por 1 km, otro por 2, otro por 3 y otro por 4, ¿a qué distancia estaba la isla?

9) Números capicúas. ¿ Los números capicúas de cuatro cifras son divisibles por 11 ?

10) Adivinando la edad. El profesor pide a los alumnos que escriban la edad de una persona en la calculadora, la multipliquen por 10, sumen 20, multipliquen por 10 y sumen 165. Luego toma la calculadora y resta 365. El resultado, quitando los dos ceros de la derecha es la edad tecleada.

11) Los números fieles.

- El 10: Tome un número, multiplíquelo por 6, sume 48, multiplique por 5, sume 60, divida entre 30 y reste el número inicial.

- El 23: Tome un número, súmele 25, multiplique por 2, reste 4, divida entre 2 y reste el número inicial.

- El 60: Tome un número, súmele 10, multiplique por 2, sume 100, divida entre 2 y reste el número inicial.

- El anillo: Tome un número, multiplíquelo por 2, sume 4, multiplique por 5, sume 12, multiplique por 10, reste 320 y divida por 100.

- Otro anillo: Tome un número, multiplíquelo por 3, sume 30, multiplique por 5, sume 600, divida entre 15 y reste 50.

¿Puede justificar los resultados?

12) ¿Recuerda el número?. Piense un número de dos cifras. Tecléelo en su calculadora. Multiplíquelo por 3 y luego por 3367, ó bien multiplíquelo por 7 y luego por 1443. ¿Recuerda qué número había pensado? ¿Puede justificar lo que sucede?

13) Jugando con los números. Piense un número de dos cifras. Multiplique la cifra de las decenas por 5, sume 3, multiplique por 2, súmele ahora la cifra de las unidades, reste 6. ¿Qué obtiene? ¿Puede justificarlo?

14) Adivinando la edad. Le voy a adivinar la edad de sus padres. Teclee en su calculadora la mayor de las dos edades. Multiplíquela por 5, sume 36, multiplique por 20, sume la edad del más joven. El profesor toma la calculadora y le resta 720. En la pantalla queda un número de cuatro cifras, las dos de

la izquierda son la edad mayor y las dos de la derecha son la edad menor.

15) La fecha de nacimiento. Escriba en la calculadora el día, seguido del mes de su nacimiento, formando un número de 4 cifras. Multiplíquelo por dos, súmele 5, multiplíquelo por 50 y finalmente súmele las dos últimas cifras de su año de nacimiento. Se le pide la calculadora y se resta 250. En la pantalla aparece su fecha de nacimiento en la forma dd-mm-aa.

16) Las cuatro cifras. Elija dos números de dos cifras. Teclee uno de ellos en su calculadora. Súmele ese número incrementado en una unidad, multiplíquelo por 50, súmele 72 y súmele el otro número. Se le pide la calculadora y se resta 122. En la pantalla aparece un número de cuatro cifras, las dos primeras de uno de los números y las dos últimas del otro.

17) Las siete cifras. Teclee en su calculadora un número de 7 cifras. Súmele 25, multiplíquelo por 2, réstele 4, divídalo entre 2. Se toma la calculadora y se resta 23 quedando el número inicial.

18) Número natural. Si n es un número natural y $n = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13}{77k}$ ¿Cuál de los siguientes números podría ser el valor de k ?

(a) 22 ;

(b) 26 ;

(c) 35 ;

(d) 54 ;

(e) 60.

19) Cantidad de folletos sobrantes. Un editor imprimió en total 5000 folletos, repartió algunos pero aún le queda más de 2000. Puede embalarlos en cajas de 45 folletos sin que le sobre ninguno, también puede usar cajas de 40 ó de 50 folletos sin que le sobre. ¿Cuál es el número de folletos que todavía tiene?

20) Números. Tome un número de tres cifras, con todas sus cifras desiguales, por ejemplo 523. Dele vuelta, 325. Reste el menor del mayor $523 - 325 = 198$. Ahora invierta el número 198 y sume los dos últimos números obtenidos $198 + 891 = 1089$. Haga lo mismo con otros números de tres cifras. ¿Qué observa? ¿Puede justificar el resultado?

21) Pesadas. Una jarra pesa igual que una botella y un vaso. Una botella pesa lo mismo que un vaso y un plato. Dos jarras pesan lo mismo que tres platos. ¿Cuántos vasos pesarán lo mismo que una botella?

VI.2. PROBLEMAS SOBRE PROPORCIONES

1) Empresa constructora. (i) En una empresa constructora de caminos se informa que 20 obreros pavimentaron 30 Km de un camino en 12 días. Considerando ese dato, complete la siguiente tabla:

No. de Km del camino a pavimentar	No. de días utilizados	No. de obreros empleados
30	12	20
18	8
40	32
....	16	15

(ii) Si se representan con c , d y x el número de Km del camino a pavimentar, el número de días utilizados y el número de obreros empleados respectivamente, halle la relación que existe entre dichas tres variables.

2) Días en un hotel. (i) En un hotel se informa que 20 pasajeros en 3 días pagaron \$1800. Considerando ese dato, complete la siguiente tabla:

No. de pasajeros	No. de días	Pago (en \$)
20	3	1800
15	2
40	6000
....	4	1200

(ii) Si se representan con p , d y x el número de pasajeros, el número de días y el pago (en \$) respectivamente, halle la relación que existe entre dichas tres variables.

3) Costo de una mezcla. Si 6 kg de nueces que cuestan \$ 3,60 por kg se mezclan con 2 kg de nueces que cuestan \$ 4,80 por kg, ¿cuál es el costo por kg de la mezcla?

4) Litros a agregar. ¿Cuántos litros de una solución que es 15% salada deben ser agregados a 5 litros de una solución que es 8% salada para que la solución resultante sea 10% salada?

5) Dos máquinas en producción. Si la máquina X puede producir 1.000 unidades de un producto en 4 hs. y la máquina Y puede producir 1.000 unidades del mismo producto en 5 hs. ¿Cuánto tiempo tardarán las máquinas X e Y para producir 1.000 unidades si trabajan juntas a dichos niveles de producción?

VI.3. PROBLEMAS CON PORCENTAJES

1) Precio original. Un cierto comprador pagó \$ 24 por un vestido. Si ese precio representa un 25% de descuento sobre el precio original del vestido, ¿Cuál es el precio original del vestido?

2) Descuento aplicado. El precio de un ítem es descontado en un 20% y luego a este precio reducido se le aplica otro descuento adicional del 30%. ¿Cuál es el descuento global aplicado?

3) Obtención de un beneficio. Una cierta mercadería le cuesta a un comerciante \$ 30. ¿A qué precio debería el comerciante vender la mercadería para obtener un beneficio del 50% sobre el costo de la mercadería?

4) Porcentaje en compra-venta. (i) Un comerciante compra mercaderías que luego vende aplicándoles un porcentaje de ganancia. Complete la siguiente tabla:

Precio de compra (\$)	Precio de venta (\$)	Ganancia (en %)
30	36
....	88	10
45	15
....	39,60	20

(ii) Si se representan con C , V y g el precio de compra de una mercadería, el precio de venta de una mercadería y el tanto por uno (porcentaje dividido 100) de ganancia respectivamente, halle la relación que existe entre dichas tres variables.

5) Descuentos en un supermercado. (i) En un supermercado se realizan descuentos sobre los precios de los diferentes artículos. Complete la siguiente tabla:

Precio de los artículos (\$)	Suma a pagar luego del descuento (\$)	Descuento (en %)
....	40	20
50	15
60	48

(ii) Si se representan con C , P y d el precio del artículo antes del descuento, el precio del artículo a pagar luego del descuento y el tanto por uno (porcentaje dividido 100) de descuento respectivamente, halle la relación que existe entre dichas tres variables.

6) Porcentaje de aumento. Complete las siguientes tablas e indique si existe una sola forma para realizarla:

(i) (La tabla indica el precio de un artículo luego de un aumento, en función del precio del artículo y del porcentaje de aumento).

12) Los intermediarios y los precios. Siempre se comenta la incidencia que sobre los precios finales tienen los intermediarios. Es muy fácil matematizar estos comentarios.

- (i) ¿Qué ocurre con el precio de un artículo que pasa por las manos de tres intermediarios, cada uno de los cuales vende el producto un 50% más caro de lo que le costó?
- (ii) Si un artículo pasa por las manos de dos intermediarios, ¿Qué porcentaje de aumento debe aplicarse para que el precio final se duplique?

13) Los empleados de una empresa. Este año hay 252 empleados en una empresa, lo que representa un aumento del 12 % respecto del año pasado. ¿Cuántos empleados había el año pasado?

14) Chicos y chicas en el colegio. El año pasado un 40% de los alumnos eran chicos. El número total de alumnos ha aumentado en un 15%, pero los chicos sólo han aumentado un 10%. ¿Qué parte del alumnado es masculino este año?

VI.4. PROBLEMAS CON ECUACIONES E INECUACIONES

1) Problemas con ecuaciones de primer grado. Resuelva los siguientes problemas que se conducen a ecuaciones de primer grado :

- (i) Halle tres números de manera que la suma de los tres sea 54, que el segundo sea el doble del primero y el tercero sea el triplo del segundo ;
- (ii) Una persona compra una mercadería pagando \$30 por adelantado y 12 cuotas fijas por un valor igual a $1/15$ del precio total. Cuánto cuesta la mercadería ?
- (iii) Si hoy el precio de una mercadería es de \$ 1.210,= , cuál fue el precio exactamente 2 años antes si se considera un incremento en los precios del 10% anual durante ambos años ?
- (iv) Un vendedor de frutas compró una cierta cantidad de manzanas a razón de 3 kilos por \$ 0,50 y vendió todo el lote a razón de 4 kilos por \$ 1,= . Cuántos kilos compró el comerciante si la ganancia obtenida fue de \$ 10,= .

2) Papas fritas. En un bar, una hamburguesa y ensalada cuestan \$ 3,95 , y una hamburguesa y papas fritas cuestan \$ 4,40. Si las papas fritas cuestan el doble que la ensalada, ¿ cuánto cuestan las papas fritas?

- (a) \$ 0,30 ;
- (b) \$ 0,45 ;
- (c) \$ 0,60 ;
- (d) \$ 0,75 ;
- (e) \$ 0,90 .

3) Problemas con sistemas de ecuaciones de primer grado. Resuelva los siguientes problemas que se conducen a un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas :

- (i) En un edificio, las puertas tienen 4 cristales y las ventanas tienen 6 cristales. Si se cuentan 30 aberturas y 172 cristales, cuántas puertas y ventanas hay ? ;
- (ii) Halle el número de pesos que tienen Luis y José, sabiendo que :

- (a) si Luis da \$20 a José, éste tendrá el doble de lo que le queda a Luis ,
- (b) si José da \$20 a Luis, éste tendrá el triple de lo que le queda a José.

(iii) El empresario de un teatro decide contribuir a una obra benéfica con 60 centavos por cada entrada de mayores y con 40 por las de niños. Asisten 400 personas y el importe que dona es de \$ 234. ¿A cuántas entradas de mayores y cuántas de niños corresponden?.

VI.5. PROBLEMAS PARA PENSAR CON NUMEROS REALES Y ECUACIONES

1) Ratones de laboratorio. Fue un día agitado el que pasaron los 35 ratones (19 blancos y 16 negros) de la jaula de un laboratorio. Un científico extrajo nueve ratones y les inyectó un líquido experimental. El líquido (un futuro producto contra las canas) actuó sobre los ratones inyectados: volvió blancos a los negros y negros a los blancos. Cuando el científico volvió para comprobar los resultados, en la jaula había 16 ratones blancos y 19 ratones negros. Sabiendo esto, ¿puede indicar cuántos ratones blancos fueron inyectados?

2) Descifrar un número con mínimas preguntas. Averigüe un número telefónico de a lo más 5 cifras, con la mínima cantidad de preguntas que sólo admiten las respuestas "sí" o "no".

3) Un juego para dos. Dos jugadores dicen alternativamente un número del 1 al 5. El primer jugador que alcance 31, sumando todos los números que dice cada uno, gana. ¿Qué número conviene decir, si se juega primero?

4) El monje en la montaña. Un monje decide subir desde su casa a la montaña para pasar allí la noche orando. Sale a las 9 hs. de la mañana y después de caminar todo el día llega a la cumbre. Allí pasa la noche y a la mañana siguiente, a las 9 hs. de la mañana, emprende el camino de regreso a su casa por el mismo sendero. Al ir bajando se pregunta: ¿ Habrá algún punto en el camino en el que hoy esté a la misma hora que ayer?

5) Las pesas. Calcula el juego de cuatro pesas que es necesario tener para poder pesar en una balanza con dos platos cualquier cantidad entera de uno hasta cuarenta kilos.

6) Mercado Negro. En la República de Bangaminga, el intercambio monetario es más bien caótico. Y no por su política económica, sino porque los únicos billetes que poseen son de 11, 13, 31, 33, 42, 44 y 46 bangamangos (moneda local). Con esas salvajes cifras, ¿podría pagar exactamente 100 bangamangos? (Puede usar más de un billete de una determinada clase). Analice si lo puede hacer con sólo dos billetes, con tres billetes, etc.

7) ¿Quién no sabe contar? Sobre un tablero de ajedrez alguien contó una vez, 204 cuadrados diferentes. ¿Estará en lo cierto? ¿Cuántos rectángulos se pueden contar?

8) Equipo de basket. Un equipo de basquet, que ha jugado las $\frac{2}{3}$ partes de sus partidos, tiene un record de 17 victorias y 3 derrotas. ¿Cuál es el mayor número de partidos, entre los que le queda por jugar, que el equipo puede perder y aún así ganar como mínimo los $\frac{3}{4}$ de todos los partidos?

(a) 7 ;

(b) 6 ;

(c) 5 ;

(d) 4 ;

(e) 3 .

9) Sobre el número 2. Cierta número termina en 2. Cambiando de lugar esta cifra y poniéndola al principio, resulta un número que es el doble del número inicial. ¿Qué número es el inicial?

10) Un criado sabio. Un señor tenía sus mejores botellas de vino dispuestas en la bodega de la manera indicada en la figura. Desconfiaba de su criado y todas las noches, antes de acostarse, bajaba al sótano y las contaba sumando el número de botellas que había en los tres compartimentos de cada uno de los cuatro lados. Si la suma era de 21 botellas en cada uno de los cuatro lados, descansaba feliz.

El criado, por su parte, sabedor de la estratagema y del bajo concepto que de él tenía el señor, decidió robarle botellas. Y lo consiguió !!. Le robaba unas cuantas y redistribuía las restantes de modo que no perturbase los sueños del amo.

¿Cuántas botellas, como máximo, pudo robar? ¿Cómo quedó dispuesta la bodega?

6	9	6
9	0	9
6	9	6

(Posición inicial de las botellas en la bodega)

11) ¿Cuál es la menor de las siguientes fracciones

$$\frac{5}{x},$$

$$\frac{x+1}{5},$$

$$\frac{5}{x-1},$$

$$\frac{x}{5},$$

$$\frac{5}{x+1},$$

si $x > 5$?

12) (i) Para numerar las páginas de un libro se usaron 495 cifras. ¿Cuántas páginas tiene el libro ?

(ii) ¿Idem a la parte (i), si se hubiesen utilizado 6725 cifras ?

(iii) ¿Idem a la (i), si se hubiesen utilizado 2.989 cifras ?

13) (i) Julián lleva un canasto con manzanas. Encuentra a tres amigos y les da: al primero la mitad de las manzanas más dos; al segundo la mitad de las que le dió al primero más dos; y al tercero la mitad de lo que le dió al segundo más dos. ¿Cuántas manzanas llevaba al principio, si aún le sobra una manzana?

(ii) Al día siguiente lleva otro canasto con manzanas. Encuentra a sus tres amigos y les da: al primero la mitad de las manzanas más dos; al segundo la mitad de las que le quedan más dos; y al tercero la mitad de las sobrantes más dos. ¿Cuántas manzanas llevaba al principio, si aún le sobra una manzana?

14) a) La mamá de Juan le lee 5 páginas de un libro por noche. Antes de comenzar a leerle, desde la segunda noche, la madre relee la última página para recordar en qué habían quedado. Si el libro tiene 97 páginas, ¿en cuántos días terminará el libro?.

b) Si la mamá le leyó otro libro durante todo el mes de enero de 1998, ¿cuántas páginas tenía el libro?

15) Jaimito generoso. Jaimito sale de casa con un montón de caramelos y yuelve sin ninguno. Su madre le pregunta qué ha hecho con los caramelos.

- A cada amigo que encontré le di la mitad de caramelos que llevaba más uno.
- ¿Con cuántos amigos te encontraste?
- Con seis.

¿Con cuántos caramelos salió Jaimito?

16) Vacas lecheras. Cuatro vacas negras y tres vacas marrones dan tanta leche en cinco días como tres vacas negras y cinco marrones en cuatro días. ¿Qué clase de vaca es la mejor lechera, la negra o la marrón?

17) Una sogá larga. Imagine una sogá larga que ciñe ajustadamente a la Tierra por la circunferencia del ecuador. Ahora imagine que a esa sogá se le agrega un metro de largo, y se eleva de la superficie terrestre a igual altura en todo el contorno. Dicha altura, ¿alcanza para que pase una mano entre la sogá y el suelo?

18) El faro. El farero sube todos los días la larga escalera hasta la luz que está en lo alto. El lunes sube de a un peldaño por vez, el martes de a dos y así hasta el sábado cuando sube de a seis peldaños por vez. Todos estos llega justo hasta la linterna. Pero el día domingo, al subir los escalones de a siete, le falta uno para llegar ahí. ¿Cuántos escalones tiene el faro?

19) La liebre y el galgo. Una liebre perseguida por un galgo lleva a éste 60 saltos de ventaja; la liebre da 9 saltos, mientras el galgo da 6, pero 3 saltos del galgo equivalen a 7 de la liebre. ¿Cuántos saltos dará el galgo para alcanzar a la liebre?

20) ¿Qué hora es? Preguntada una persona por la hora, contestó: "Lo que queda del día es igual a siete veces la quinta parte de las horas que han transcurrido". ¿Qué hora es?

21) TRABAJO PRACTICO 1: Sistemas monetarios. (i) Se tienen numerosas monedas de 5 y de 8 centavos.

(a) ¿Cuáles de las siguientes cantidades (en centavos)

11, 14, 17, 23, 26, 27, 28, 42, 76, 951, 13632

pueden ser obtenidas utilizando dichas monedas?

(b) Haga una lista completa de las cantidades entre 1 y 99 centavos que no pueden ser obtenidas utilizando dichas monedas.

(ii) Repita el problema anterior (parte (i)) si se tienen dos monedas de:

(a) 5 y 2 centavos ;

(b) 5 y 3 centavos ;

(c) 5 y 4 centavos.

22) TRABAJO PRACTICO 2: Cuadrangular de fútbol. Determine los resultados de cada partido si la posición final de un cuadrangular de fútbol es la dada por la siguiente tabla en la cual se tienen en cuenta que:

(a) J, G, E y P representan la cantidad de partidos jugados, ganados, empatados y perdidos respectivamente;

(b) GF y GC representan la cantidad de goles a favor y en contra respectivamente;

(c) El puntaje es la suma de los puntos obtenidos en el torneo a razón de 2, 1 y 0 puntos por partido ganado, empatado y perdido respectivamente.

Resultados Equipos	J	G	E	P	GF	GC	PUNTAJE
A	3	3	0	0	7	2	6
B	3	2	0	1	3	3	4
C	3	0	1	2	3	6	1
D	3	0	1	2	0	2	1

VI.6. PROBLEMAS PARA PENSAR CON PROPORCIONES Y PORCENTAJES

1) Verde y rojo. Había tres latas: una con un litro de pintura verde, otra con un litro de pintura roja y otra más pequeña, vacía. El pintor llenó la lata pequeña con pintura verde, y luego pasó el contenido de la lata pequeña hacia la lata roja y mezcló los colores. Con esta mezcla llenó otra vez la lata pequeña, y volcó el contenido ésta en la lata de pintura verde. ¿Quedó más pintura verde en la lata roja que pintura roja en la lata verde? ¿Es al revés? ¿O quedó la misma cantidad?

2) TRABAJO PRACTICO 1: Respuesta correcta – Método incorrecto.

Usted probablemente esté familiarizado con este tipo de problemas: El costo de un libro aumentó de \$ 13.50 a \$ 14.58. Encuentre el porcentaje de aumento del costo.

Un método equivocado es restar $14.58 - 13.50 = 1.08$ y entonces considerar a 1.08 como el factor correspondiente a un 8% de aumento.

El método correcto es, por supuesto, el dado por:

$$\frac{\text{nuevo costo}}{\text{viejo costo}} = \frac{14.58}{13.50} = 1.08, \text{ que corresponde a un } 8\% \text{ de incremento.}$$

¿ Puede encontrar otros ejemplos en los cuales el método incorrecto y el método correcto den la misma respuesta?

Bien, se supone que el costo aumenta de \$x a \$y (donde x e y son números reales con dos decimales). Los métodos coincidirán si se tiene $\frac{y}{x} = y - x$, es decir $y = xy - y^2$, con lo cual se obtiene que $y = \frac{x^2}{x-1}$. Ahora sean $X = 100x$, $Y = 100y$, por lo cual X e Y serán ambos números enteros. Entonces se deduce:

$$\frac{Y}{100} = \frac{\left(\frac{X}{100}\right)^2}{\frac{X}{100} - 1}$$

con lo cual se tiene que:

$$Y = \frac{X^2}{X-100} = X + 100 + \frac{10000}{X-100}$$

Se sigue que, como Y debe ser entero, entonces necesariamente $X - 100$ debe ser uno de los divisores de 10000. Por lo tanto, eligiendo uno de esos divisores, X e Y quedan determinados.

¿ Puede hallar todos los x, y posibles ?

3) TRABAJO PRACTICO 2: Concesionaria de autos. Una concesionaria de autos vendió en el año 1991 cuatro veces más autos grandes que pequeños y en el año 1992 vendió tres veces más autos pequeños que grandes. Se supone que el precio promedio de venta de los autos pequeños es de \$ 5.000 y el de los autos grandes es de \$ 8.000. Se solicita que responda a los siguientes casos :

(i) Cuál es la razón de la venta (en pesos) del año 1992 respecto del año 1991 si, en ambos años, se vendieron el mismo número de autos ;

(ii) Cuál es la razón de la venta (en pesos) del año 1992 respecto del año 1991 si el número de autos que se vendieron en el año 1992 es ocho quintos de los que se vendieron en el año 1991 ;

(iii) Cuál es la razón de la venta (en pesos) del año 1992 respecto del año 1991 si se vendieron 1000 autos en el año 1992 y 800 autos en el año 1991 .

(Ayuda : Plantee un sistema de ecuaciones que incluya todos los casos contemplados, suponiendo que :

G_2 (G_1) es el número de autos grandes vendidos en el año 1992 (1991) ;

P_2 (P_1) es el número de autos pequeños vendidos en el año 1992 (1991) ;

N_2 (N_1) es el número de autos vendidos en el año 1992 (1991) ;

V_2 (V_1) es la venta (en pesos) de autos vendidos en el año 1992 (1991) .

Deduzca que se tiene la relación

$$\frac{V_2}{V_1} = a \frac{N_2}{N_1} ,$$

con a un número real a determinar, y luego obtenga la solución para todos los casos planteados).

5) Ecuaciones de segundo grado con parámetros II.

Determine el o los valores del parámetro m real de manera que:

- (i) la ecuación $m x^2 + 4 x + (m + 2) = 0$ tenga una única solución;
- (ii) la suma de las raíces de la ecuación $m^5 x^2 + (m - 1) x + 2 m = 0$ sea cero.

6) Ecuaciones de segundo grado con parámetros III.

Considere la ecuación $(m + 5) x^2 - (2 m + 3) x + m - 1 = 0$, con parámetro $m \in \mathbb{R}$.

- (i) ¿ Para qué valores de m la ecuación tiene una raíz doble ? Calcule, además, dicha raíz ;
- (ii) Para qué valores de m la ecuación de segundo grado tiene dos raíces distintas ;
- (iii) Para qué valores de m la ecuación de segundo grado no tiene raíces reales .

7) Ecuaciones de segundo grado con parámetros IV.

- (i) ¿ Para qué valores del parámetro $m \in \mathbb{R}$ la siguiente ecuación de segundo grado tiene raíces de distintos signos : $(m - 1) x^2 - 2 m x + m + 3 = 0$?;
- (ii) ¿ Para qué valores del parámetro $m \in \mathbb{R}$ las siguientes ecuaciones de segundo grado tienen raíces positivas o raíces negativas? :
 - (a) $(m - 1) x^2 - 2 m x + m + 3 = 0$;
 - (b) $3 x^2 - 5 x + m + 7 = 0$;
- (iii) Determine el valor del parámetro real m para que una de las raíces de la ecuación de segundo grado $x^2 - m x + m - 1 = 0$ sea el doble de la otra. Halle, además, las dos raíces.

8) Inecuaciones de primer grado con parámetros.

(i) Resuelva las siguientes inecuaciones de primer grado:

- (a) $4 x + m \leq (m + 1) x - 2$;
- (b) $m x - m + 1 > 4 - x$;

(ii) Verifique que la inecuación

$$\frac{3 x - 2}{m} - m < x ,$$

con parámetro real $m \in \mathbb{R}$, tiene como conjunto de solución S al conjunto dado por:

- (i) $S = \left(\frac{m^2 + 2}{3 - m}, +\infty \right)$ cuando $m < 0$;
- (ii) La inecuación no está definida cuando $m = 0$;
- (iii) $S = \left(-\infty, \frac{m^2 + 2}{3 - m} \right)$ cuando $0 < m < 3$;
- (iv) $S = \mathbb{R}$ cuando $m = 3$;
- (v) $S = \left(\frac{m^2 + 2}{3 - m}, +\infty \right)$ cuando $m > 3$.

9) Inecuaciones de segundo grado con parámetros I.

Resuelva y discuta en \mathbb{R} (en función del parámetro $m \in \mathbb{R}$) las siguientes inecuaciones de

segundo grado con una incógnita :

(i) $x^2 - (m - 2)x + 3(m - 5) \leq 0$;

(ii) $m x^2 - 2(m + 2)x + m + 7 > 0$;

(iii) $m x^2 - (2m + 1)x + m > 0$.

Respuestas 9):

(i) $m = 8 : S = \{3\}$

$m < 8 : S = [m - 5, 3]$ $m > 8 : S = [3, m - 5]$

(ii) $m = 0 : S = (-\infty, \frac{7}{4})$

$m < 0 : S = \left(\frac{m + 2 - \sqrt{4 - 3m}}{m}, \frac{m + 2 + \sqrt{4 - 3m}}{m} \right)$

$0 < m < \frac{4}{3} : S = \left(-\infty, \frac{m + 2 - \sqrt{4 - 3m}}{m} \right) \cup \left(\frac{m + 2 - \sqrt{4 - 3m}}{m}, +\infty \right)$

$m > \frac{4}{3} : S = \mathbb{R}$

$m = \frac{4}{3} : S = \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{3} \right\}$

(iii) $m = 0 : S = (-\infty, 0)$

$-\frac{1}{4} < m < 0 : S = \left(\frac{2m + 1 - \sqrt{4m + 1}}{2m}, \frac{2m + 1 + \sqrt{4m + 1}}{2m} \right)$

$0 < m : S = \left(-\infty, \frac{2m + 1 - \sqrt{4m + 1}}{2m} \right) \cup \left(\frac{2m + 1 + \sqrt{4m + 1}}{2m}, +\infty \right)$

$m \leq -\frac{1}{4} : S = \emptyset$.

10) Inecuaciones de segundo grado con parámetros II.

Resuelva en \mathbb{R} (en función del parámetro m) las siguientes inecuaciones:

(i) $x^2 + 4x - m < 0$;

(ii) $(m - 1)x^2 - 2mx + (m + 4) \geq 0$;

(iii) $x^2 + mx + m - 1 \leq 0$;

(iv) $x^2 + (m + 1)x - m^2 > 0$;

(v) $x^2 + 4x - m < 0$;

(vi) $m x^2 + 2mx + (m + 2) \geq 0$.

VI.9. PROBLEMAS CON FUNCIONES REALES

1) Interpolación.

Dados n puntos del plano determine la interpolación lineal correspondiente, es decir, la poligonal (con sus respectivas leyes por sub-intervalos) que une dichos puntos en forma continua:

(i) $n = 5$: $P_1 = (0,1)$, $P_2 = (1,2)$, $P_3 = (2,-1)$, $P_4 = (3,2)$ $P_5 = (4,3)$

(ii) $n = 4$: $P_1 = (0,2)$, $P_2 = (2,4)$, $P_3 = (4,4)$, $P_4 = (6,5)$

(iii) Según la siguiente tabla de valores:

x	y
-1	2
0	1
1	3
2	4

2) Gráfica de valores absolutos I.

Grafique las siguientes funciones reales :

(i) $f_1(x) = 2x - 1$;

(ii) $f_2(x) = -\frac{x}{2} + 3$;

(iii) $f_3(x) = 4 - 2|x|$;

(iv) $f_4(x) = x + |x|$;

(v) $f_5(x) = 2|x - 3| + |x - 2|$;

(vi) $f_6(x) = |x + 3|$;

3) Gráfica e inequaciones con valores absolutos I.

Sea la función real definida por la siguiente ley :

$$f(x) = |x + 3| - \left| \frac{x - 2}{2} \right|.$$

(i) Halle una expresión equivalente (distinguiendo varios casos, si fuese necesario) a la dada ley que no contenga las barras de valor absoluto ;

(ii) Realice la gráfica de la función real f ;

(iii) Resuelva analítica y gráficamente la inequación $f(x) \leq 8$;

(iv) Resuelva analítica y gráficamente la inequación $f(x) \leq 1 + 2x$.

4) Gráfica e inequaciones con valores absolutos II.

Resuelva analítica y gráficamente, en \mathbb{R} , las siguientes inequaciones (represente gráficamente el conjunto de soluciones en la recta real):

(i) $|x - 4| < |x + 1|$;

(ii) $x \leq |x + 2|$;

(iii) $|x + 2| \leq 3|x|$;

(iv) $|x + 2| \leq 2$,

(defina, si lo considera conveniente, alguna función real auxiliar).

VI.10. TRABAJO PRÁCTICO ESPECIAL "APLICACIONES DE LOS NÚMEROS Y DE LAS FUNCIONES REALES A PROBLEMAS DE LA ECONOMÍA Y DE LA ADMINISTRACIÓN"

1) Etiqueta. Un fabricante mayorista vende a un comerciante minorista un determinado producto al valor de \$30 la unidad. El fabricante le ofrece colocar una etiqueta de precio a cada producto (para conveniencia del minorista en períodos de estabilidad económica). Se necesita conocer el precio que se debe imprimir en la etiqueta para que el comerciante pueda reducir su precio de venta al público en 20%, en una oferta promocional, y obtener una utilidad del 12% sobre el costo del producto. Calcule además el porcentaje de la ganancia que obtiene el comerciante minorista en los días que no efectúa la promoción.

(Ayuda: plantee una ecuación de primer grado para el precio p marcado en la etiqueta).

(ii) Idem para el caso en que el comerciante minorista compre el producto al valor de \$ C (C es un valor positivo cualquiera y representa el caso de estudio que debe realizar el minorista para efectuar la promoción de sus numerosos productos que tiene en venta) (Es un problema real que se plantea como un problema paramétrico).

(iii) Puede usted generalizar el problema anterior obteniendo una fórmula si el costo es \$ C , la reducción es del $i > 0$ (porcentaje) y la utilidad es del $j > 0$ (porcentaje).

(Ayuda. se tiene en cuenta, por ejemplo, que $i = 0,20$ para un 20%).

2) Inversión en dos empresas. Una persona invirtió un total de \$ 10.000 en dos empresas A y B. Al final del primer año las empresas A y B produjeron rendimientos del 6% y del 5% respectivamente sobre las inversiones originales.

(i) ¿Cómo se distribuyó la cantidad original, si el total que se ganó fue de \$ 570? (Ayuda: plantee una ecuación de primer grado para la cantidad (en pesos) que se invirtió al 6%).

(ii) Qué explicación daría usted si lo que se ganó es de 470 \$ o de 610 \$?

(iii) ¿ Puede usted generalizar el ítem (i) para porcentajes de rendimientos i y j para las empresas A y B respectivamente, y ganancia G al final del primer año ? ¿ Qué condición necesaria debe verificar G para que exista solución al problema planteado ?

3) Alquiler de departamentos. Una empresa de bienes raíces es propietaria de un conjunto de 70 departamentos. Se puede alquilar cada departamento a \$ 250 por mes, obteniendo, de este modo, una renta total mensual de $70 \times 250 = \$ 17.500$.

Por otro lado, por cada 10 \$ que se aumente al valor del alquiler mensual se tendrán 2 departamentos desocupados sin posibilidad de alquilarlos.

(i) ¿ Cuánto se debe cobrar por el alquiler de cada departamento si la empresa desea obtener una renta mensual de \$ 17.980 ?

(Ayuda .- Método 1 : Sea $x > 250$ el valor (en \$) del alquiler que se cobrará por cada departamento, entonces:

(a) el número total de departamentos alquilados será de $m = 70 - 2 \left(\frac{x - 250}{10} \right)$;

(b) x satisface la ecuación $17980 = mx$, es decir la ecuación de segundo grado

$$x^2 - 600x + 89900 = 0.$$

Método 2 : Sea n el número de aumentos de \$ 10 por el alquiler de los departamentos. Entonces n satisface la ecuación de segundo grado siguiente

$$17980 = (250 + 10n)(70 - 2n),$$

cuyas soluciones son $n = 4$ y $n = 6$.

Interprete los dos métodos y saque conclusiones).

4) Productos a vender. El costo de mano de obra y materiales de un producto es de \$ 5 por unidad para el fabricante. Además, los costos fijos (los que se tienen en un determinado período independiente de la cantidad que se fabrique) son de \$ 20.000. Si el precio de venta del producto es \$ 7, se necesita saber cuántos deben venderse para que la Compañía obtenga utilidades.

(Ayuda: deduzca y resuelva una inecuación de primer grado en q (número de productos a venderse) utilizando el hecho que: utilidades = ingresos totales - costos totales > 0).

¿Puede Ud. generalizar este problema?

5) Ecuación de demanda. Si la demanda semanal de un producto es de 100 unidades cuando el precio es de \$58 por unidad, y de 200 unidades cuando el precio es de \$51 por unidad, halle la ecuación de demanda (precio p en función de la cantidad q), suponiendo que es lineal.

6) Maximizar ingresos. (i) La ecuación de demanda para el producto de un fabricante es $p = 1000 - 2q$, donde p es el precio (en pesos) por unidad cuando existe una demanda semanal q por parte de los consumidores. Se solicita que obtenga el nivel de producción que maximiza los ingresos totales del fabricante y que determine, además, dichos ingresos.

(Ayuda : ingresos totales = precio unitario por la cantidad).

(ii) Un fabricante tiene una demanda semanal de 50 unidades de un producto cuando el precio es de \$ 80 por unidad, y de 40 unidades cuando el precio es de \$ 100 por unidad. Suponiendo que la ecuación de demanda ($p = p(q)$) es una recta, halle el nivel de producción que maximiza los ingresos totales y determine, además, dichos ingresos.

7) Punto de equilibrio con ecuaciones lineales. Sea $p = 0,08q + 50$ la ecuación de oferta para cierto fabricante y se supone que la ecuación de demanda para su producto es $p = -0,07q + 65$.

(i) Determine los ingresos totales que obtiene el fabricante en el punto de equilibrio.

(ii) Si se carga un impuesto de \$1,50 al fabricante, ¿cómo se verá afectado el precio original de equilibrio si la demanda permanece igual?

(iii) Determine, además, los ingresos totales que obtiene el fabricante en el punto de equilibrio después de aplicarse el impuesto.

8) Punto de equilibrio con ecuaciones no lineales. Encuentre el punto de equilibrio si las ecuaciones de oferta y de demanda de un producto son $p = \frac{q}{40} + 10$, y, $p = \frac{8.000}{q}$ respectivamente.

9) Compra de sellos postales. Una secretaria debe comprar sellos postales de \$1 y \$2 por un total que no supere los \$100. Ella desea, además, que el número de los de \$1 sea más de 10 y al menos el doble

de los de \$2. Encuentre un sistema de desigualdades que describa todas las posibilidades y realice la representación gráfica correspondiente.

(Ayuda : Plantee un sistema de desigualdades para las variables $x =$ número de sellos postales de \$1, $y =$ número de sellos postales de \$2).

10) Venta de dos radios. En un negocio se venden radios de dos marcas A y B. Según la demanda de los clientes es necesario almacenar al menos el doble de los aparatos A respecto a los aparatos B y se deben tener a la mano al menos 20 de la marca A y 10 de la marca B. Si no se tiene espacio para más de 100 aparatos en el negocio, encuentre un sistema de desigualdades que describa todas las posibilidades y realice la representación gráfica correspondiente.

11) Dos cuentas de ahorro. Una persona desea invertir \$ 10.000 en dos cuentas de ahorro distintas. Desea tener al menos \$ 2.000 en cada una y que la cantidad que haya en una sea al menos el triple de lo que haya en la otra. Encuentre un sistema de desigualdades que describa todas las posibilidades y realice la representación gráfica correspondiente.

12) Inversión a interés compuesto. (i) Sea una cantidad de dinero C_0 (capital inicial) que se invierte a interés compuesto (al final de cada período los intereses devengados se acumulan al capital inicial y se reinvierten) a un interés simple del i por ciento por un período (por ejemplo: semestral, trimestral, mensual, etc.). Entonces, el capital al final de $n \in \mathbb{N}$ períodos está dado por la fórmula exponencial:

$$C(n) = C_0 (1 + i)^n .$$

Realice una gráfica en el plano de la sucesión $(C(n))_{n \in \mathbb{N}}$.

(ii) Si se invierten \$10.000 al 12% anual y los intereses se acumulan mensualmente, ¿ determine cuál será el capital después de 1, 3, 6 y 12 meses? Además, ¿ cuánto dinero habrá que invertir para tener \$ 15.000 al final del primer año?

13) TRABAJO PRACTICO 1: Descuentos en fotocopias. En un comercio donde se realizan fotocopias, los precios al público están dispuestos según la siguiente tabla:

Precio de cada fotocopia (en centavos)	Número de fotocopias
5.00	1 a 9
4.40	10 a 49
4.30	50 a 99
4.10	100 a 999
4.00	más de 1000 .

(i) Determine la función real (mejor dicho : sucesión real) f definida como el precio del trabajo realizado, en función de la cantidad $n \in \mathbb{N}$ de fotocopias demandadas. Realice, además, una gráfica de la función real hallada, uniendo los puntos del plano mediante segmentos de rectas.

(ii) Analice y saque conclusiones de la siguiente situación real : si usted hace 9 fotocopias entonces el

trabajo le costará \$ 0.45 ; en cambio, si realiza 10 fotocopias le costará \$ 0.44, es decir \$ 0.01 menos.
 ¿Qué haría usted, si fuese el comerciante, para evitar que una persona le haga una o varias copias extras y pague aún menos ?

(iii) Analice y saque conclusiones también para los casos de 49 y 50 fotocopias; 99 y 100 fotocopias, y 999 y 1000 fotocopias.

(iv) Proponga una función real adecuada para los intereses del comerciante y sin perjudicar al cliente, pero beneficiándolo por mayor cantidad al superar 9, 49, 99 y 999 fotocopias.

(v) Encuentre otros hechos de la realidad en los cuales el análisis anterior pueda aplicarse.

14) Costo de un producto. Si un comprador adquiere un determinado producto a \$ P ($P > 0$) y sabe que el comerciante recarga el $i\%$ como margen de venta (es lo que se agrega al costo para obtener el precio de venta al público) se desea saber a que valor el comerciante adquirió el producto, en los siguientes casos :

(a) $P = \$ 1000$, $i = 1\%$, 5% , 10% ;

(b) $P = \$ 1100$, $i = 1\%$, 5% , 10% .

(Ayuda: plantee una ecuación de primer grado tomando como incógnita el valor de compra del producto por parte del comerciante).

15) Cotización de una acción. Una empresa que cotiza en la Bolsa de Comercio tuvo los siguientes valores, por acción, en las fechas indicadas:

Día	Valor de una acción (en \$)
5/2	4,93
11/3	4,05
17/5	4,96

(i) ¿Cuál es el porcentaje de disminución del valor de una acción al pasar del 5/2 al 11/3 ? ;

(ii) ¿Cuál es el porcentaje de aumento del valor de la acción al pasar del 11/3 al 17/5 ? ;

(iii) Determine que sucedió con el valor de la acción al pasar del 5/2 al 17/5 , y determine, ¿cuál es el porcentaje correspondiente ?

16) Descuento en farmacias. Una farmacia atiende a personas afiliadas a una obra social que paga el 50 % del valor de los medicamentos, quedando el resto a cargo del afiliado. Si la farmacia hace un 10 % de descuento extra sobre lo que el cliente paga, ¿Cuál es el porcentaje del valor del medicamento que pagará el afiliado?

17) Pago en efectivo. Una persona paga \$121 con una tarjeta de crédito por la compra de un artefacto. Sabiendo que la tarjeta incluye un 10 % , calcule el precio por pago en efectivo de dicho artefacto.

18) TRABAJO PRACTICO 2: Descuento e IVA. (i) ¿Qué prefiere, que le hagan el descuento del 10% antes o después de pagar el 21% de IVA?

(ii) Sea "a" el porcentaje de IVA, y sea "b" el porcentaje de descuento. Generalice la parte (i).

(iii) Si el vendedor le dice al cliente: "La ley me obliga a cargar el IVA, pero le voy a hacer un

descuento del modo que pague lo mismo que si no le cobrara el IVA". ¿Qué tanto por ciento de descuento debería hacerle? Si el IVA fuese del 21 % ó del 16% ¿Cuál sería dicho descuento?

19) TRABAJO PRACTICO 3: Opciones para aumentar los sueldos. El dueño de una empresa propone a sus empleados dos opciones :

- (a) Aumentar los sueldos el 5 % ;
- (b) Aumentar los sueldos un monto fijo de \$ 100 .

¿ A partir de que salario se debe elegir la primera opción?. ¿ y la segunda opción ?.

20) TRABAJO PRACTICO 4: Alquiler de videos. Un negocio para alquilar videos propone a sus clientes tres posibilidades :

- (a) P_1 : \$ 24 de abono anual más \$ 1,5 por cassette alquilado ;
- (b) P_2 : \$ 12 de abono anual más \$ 2 por cassette alquilado ;
- (c) P_3 : sin abono anual, pero \$ 3 por cassette alquilado.

- (i) ¿Cuál es la posibilidad más económica para alquilar, por año, 10 cassettes?, para 20?, para 30? ;
- (ii) (a) Exprese para cada posibilidad el precio a pagar en función del número x de cassettes alquilados;
- (b) Represente gráficamente estas tres posibilidades de alquiler en un mismo plano cartesiano ;
- (c) Un cliente, habiendo elegido la P_1 ha gastado en el año \$ 51. ¿ Ha hecho una buena elección? ;
- (d) Otro cliente ha gastado \$ 53 en el año. ¿ Es esto posible? ; ¿ Habrá algún error cometido por el dueño del negocio? ;
- (iii) ¿Cuál es la posibilidad más ventajosa para elegir según el número de cassettes alquilados?

21) TRABAJO PRACTICO 5: Abonos de transporte. Una compañía de transporte propone a sus clientes las tres posibilidades siguientes :

- (a) P_1 : Comprar en cada viaje, un boleto donde el precio es proporcional al kilometraje, a razón de \$ 0,30 por kilómetro ;
- (b) P_2 : Comprar un abono anual de \$600, que permite viajar durante todo el año a razón de \$0,15 por kilómetro ;
- (c) P_3 : Comprar un abono anual de \$ 1500, que permite recorrer hasta 5000 km ; a partir de los 5000 Km, todo Km suplementario costará \$ 0,10 por kilómetro.

Una persona recorre anualmente "x" Km con esta compañía. Se definen las funciones $f_i : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ ($i = 1, 2, 3$) , correspondiente a la posibilidad P_i , que a "x" asocia el costo en \$ de los viajes anuales de esta persona.

- (i) Escriba la ley correspondiente para f_1 , f_2 y f_3 ;
- (ii) Representélas gráficamente en un mismo plano cartesiano ;
- (iii) Utilizando sus representaciones gráficas, determine qué posibilidad es la más conveniente si la persona recorrerá 3000 Km por año, 6500 Km por año, 9000 Km por año.
- (iv) ¿Cuál es la posibilidad más económica en función del número de kilómetros recorridos en un año?. ¿Cuál es la función que a "x" asocia el gasto mínimo para una persona?.

22) Consumo de electricidad. En 1995, la familia López tuvo un consumo de electricidad promedio por bimestre de \$37. En el bimestre enero-febrero sólo pagaron el básico de \$18 ya que estuvieron de vacaciones. En el bimestre julio-agosto gastaron un 10% más que en los otros cuatro bimestres, en los que el consumo fue el mismo. ¿Cuánto gastaron en el bimestre julio-agosto? ¿Y en el bimestre setiembre-octubre?

23) TRABAJO PRACTICO 6: Descuentos en una AFJP. Una AFJP de la Argentina descuenta, de los salarios nominales de sus afiliados, los siguientes importes según la fecha en que se realice el aporte mensual correspondiente:

(Op.1) Hasta diciembre de 1995 descontaba el 2,6% del sueldo más \$ 5 de cuota fija por mes;

(Op.2) A partir de enero de 1996 descuenta el 2,3% del sueldo más \$ 8 de cuota fija por mes.

Se solicita responder a las siguientes preguntas:

(i) ¿A partir de que salario conviene la segunda opción?;

(ii) ¿la segunda opción beneficia a los afiliados si el promedio de los salarios nominales de los afiliados a la AFJP es de \$ 2.000?

24) Trabajo conjunto. (i) Juan puede hacer un trabajo en 5 días y en cambio José puede hacerlo en 3 días. ¿En qué tiempo lo harán trabajando conjuntamente?; (ii) Juan puede hacer un trabajo en 3 días, José en 4 días y Pablo en 6 días. ¿En qué tiempo harán la obra trabajando conjuntamente?

25) TRABAJO PRACTICO 7: Descuentos y ganancias con parámetro. Sea $C \in \mathbb{R}^+$ el costo de una determinada mercadería.

(i) Cuál debe ser el valor de venta para que el comerciante en una futura promoción, con un descuento del 10%, gane un 20% sobre el costo?;

(ii) Dar el valor de venta para un costo de \$6 y de \$9;

(iii) Indique además, el porcentaje de ganancia cuando no se efectúa la promoción.

(Es un problema real que se plantea como un problema paramétrico).

26) Metro tramposo. Un vendedor de telas gana el 30% sobre el precio de costo. Pero un día descubre un metro defectuoso que hace aumentar sus beneficios al 33%. ¿Cuánto mide en realidad el metro tramposo?

27) Dinero en el banco. (i) Se colocan X pesos en el banco a interés compuesto anual del 5%. ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse ese capital?

(ii) Si se coloca dinero en el Banco a interés compuesto y al cabo de 7 años se ha duplicado el capital, ¿A qué interés se lo ha colocado?

28) Pagando los impuestos. En un país se paga, por el impuesto a las ganancias, un tanto por ciento igual a la cantidad de miles de pesos que se gana en el año. Así, si una persona gana \$ 1.000, paga un impuesto del 1% y si gana \$ 25.000, paga el 25% de esa cantidad. ¿Cuál desearía que fuese su sueldo?

29) Activo financiero y valor actual. Si el precio de un activo financiero es superior a su valor actual, ¿qué le conviene hacer al operador?

30) Conveniencia sobre dos activos financieros. En el mercado existen dos activos financieros, A y B. Se sabe que A rinde 100 este año y 200 el año próximo. En cambio, B rinde 50 este año y 300 el año próximo (se supone que el rendimiento se recibe al final del año). Analice que activo será preferido por un operador, en función de la tasa de interés anual i del mercado. Por ejemplo, A será preferido a B si la tasa de interés anual i del mercado (en el segundo año) es:

- (a) $i < 50\%$;
- (b) $i = 0$;
- (c) $i > 100\%$;
- (d) $i > 10\%$;
- (e) ninguna de las respuestas precedentes.

31) Tasas equivalentes. (i) ¿Cuál es la tasa de interés semestral equivalente a una capitalización anual del 12%?

(ii) ¿Cuál es la tasa de interés cuatrimestral equivalente a una capitalización anual del 12%?

(iii) Si un año tiene n períodos, ¿cuál es la tasa de interés de un período equivalente a una capitalización anual del 12%?

(iv) Si un año tiene n períodos, ¿cuál es la tasa de interés de un período equivalente a una capitalización anual del $i\%$?

32) TRABAJO PRACTICO 8: Promociones en un supermercado. El dueño de un supermercado ofrece las siguientes promociones:

(P_1) Los días lunes, para toda compra superior o igual a \$40, se descuenta un importe fijo de \$15.

(P_2) Los días martes se descuenta el 10% sobre el importe de la compra.

Una persona gasta " x " \$ en la compra del supermercado. Se definen las funciones $f_i: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

($i = 1, 2$) correspondiente a la promoción P_i , que a " x " asocia el gasto en \$ de la compra.

(i) Escriba la ley correspondiente para f_1 y f_2 .

(ii) Representelas gráficamente en un mismo gráfico cartesiano.

(iii) Utilizando sus representaciones gráficas responda que día le conviene ir al supermercado si la persona piensa gastar \$140, \$160 y \$150.

33) TRABAJO PRACTICO 9: Flujo de caja actualizado después del pago de impuestos. ¿Puede una política de amortización de una inversión hacer posible obtener un flujo de caja neto (flujo de caja actualizado después de pagar impuestos) que sea negativo o positivo? Analice el siguiente caso:

(i) Sea un proyecto de inversión con costo inicial \$ 100.000 sin gastos de explotación y sin valor residual que asegura recibir durante 4 años las rentas anuales de \$ 40.000, \$ 50.000, \$ 45.000 y \$ 39.000. Se considera durante todo el período una tasa de interés del 14% anual. Se supone que el impuesto anual a pagar representa el 50% de los beneficios contables del año, es decir después de la deducción de la amortización correspondiente.

Se consideran dos políticas diferentes de amortización:

(I) el amortizamiento es lineal, es decir \$ 25.000 por año;

(II) el amortizamiento es decreciente: \$ 31.000 el primer año, \$ 27.000 el segundo, luego \$ 23.000 y \$ 19.000 respectivamente.

Definiciones. (a) El flujo de caja (o flujo de fondos) de un año es la diferencia entre las entradas y las salidas de dinero durante todo el año. Para un determinado año, el flujo de fondos está dado por:

$$F = R - D - I$$

donde

F: flujo de fondos ;

R: renta entrada ;

D: gastos de explotación ;

I : inversiones.

(b) El flujo de caja actualizado es la suma de los valores actuales de los flujos de caja durante toda la vida del proyecto realizado o a realizar.

Observación. Para comparar adecuadamente las inversiones, es deseable tomar en cuenta los impuestos a pagar por año. Por ende, lo que se busca es de maximizar el flujo de caja actualizado después de pagar los impuestos (llamado *flujo de caja neto*).

Se solicita que calcule el flujo de caja neto.

(ii) Analice el problema anterior si el impuesto a pagar es del 33%.

Ayuda. Realice un cuadro para cada política de amortización en el cual se aprecien las columnas de: Año, Flujo de caja, Amortización, Impuesto, Flujo de caja después de pagar el impuesto, Valor actual de \$1, Flujo de caja neto actualizado.

VI.11. RESPUESTAS TRABAJO PRÁCTICO ESPECIAL

1) (i) $p=42$ (iii) $p = \frac{c(1+j)}{(1-i)}$

2) (i) $a=7.000$ $b=3.000$ (ii) no es posible
(iii) $c_j \leq G \leq C_i$ con $i \geq j$

3) (i) $x_1=310$ con $m_1=58$, $x_2=290$ con $m_2=62$

Generalización : si se pretende $m \times \geq 17.980$ entonces $x \in (290, 310)$
La máxima ganancia (18.000) se obtiene para $x=300$ ($m=60$)

4) $q > 10.000$;

Generalización : $q > \frac{c_F}{p_V - p_C}$

donde

c_F : costo fijo ; p_C : precio de compra ; p_V : precio de venta

5) $p = -\frac{7}{100}q + 65$; 6) (i) $q=250$, $I(250) = 125.000$

7) (i) $I=5.800$ (ii) $p=58,7$ (iii) $I=5.283$

8) $p=20$, $q=400$

12) (ii) $C(1)=10.100$; $C(3)=10.303$; $C(6)=10.615,2$; $C(12)=11.268,3$;
 $C_0=13.311,679$

14) (a) 990,099 952,38 909,09
(b) 1089,11 1047,62 1000

En general, x viene dado por la siguiente expresión : $x = \frac{P}{1+i}$.

15) (i) 17,85 % , (ii) 22,47 % , (iii) 0,61% ; 16) 45 % .

17) \$ 110; 18) (i) Es indistinto.

19) (i) Cuando el sueldo es mayor a \$ 2000.
(ii) Cuando el sueldo es inferior a \$ 2000.

20) (i-ii) $f_1(x) = 0,30x$, $f_2(x) = 600 + 0,15x$,

$$f_3(x) = \begin{cases} 1500 & \text{si } x \leq 5000 \\ 1500 + 0,10(x - 5000) & \text{si } x \geq 5000 \end{cases}$$

(iii) Si recorre 3000 km por año conviene la posibilidad P_1 ;

Si recorre 6500 km por año conviene la posibilidad P_2 ;

Si recorre 9000 km por año conviene la posibilidad P_3 .

(iv) Hasta 4000 km conviene la posibilidad P_1 ; de 4000 a 8000 km conviene P_2 y a partir de 8000 km conviene P_3 .

23) (i) \$ 1.000 ; (ii) Si, en general, la segunda opción beneficia a los afiliados.

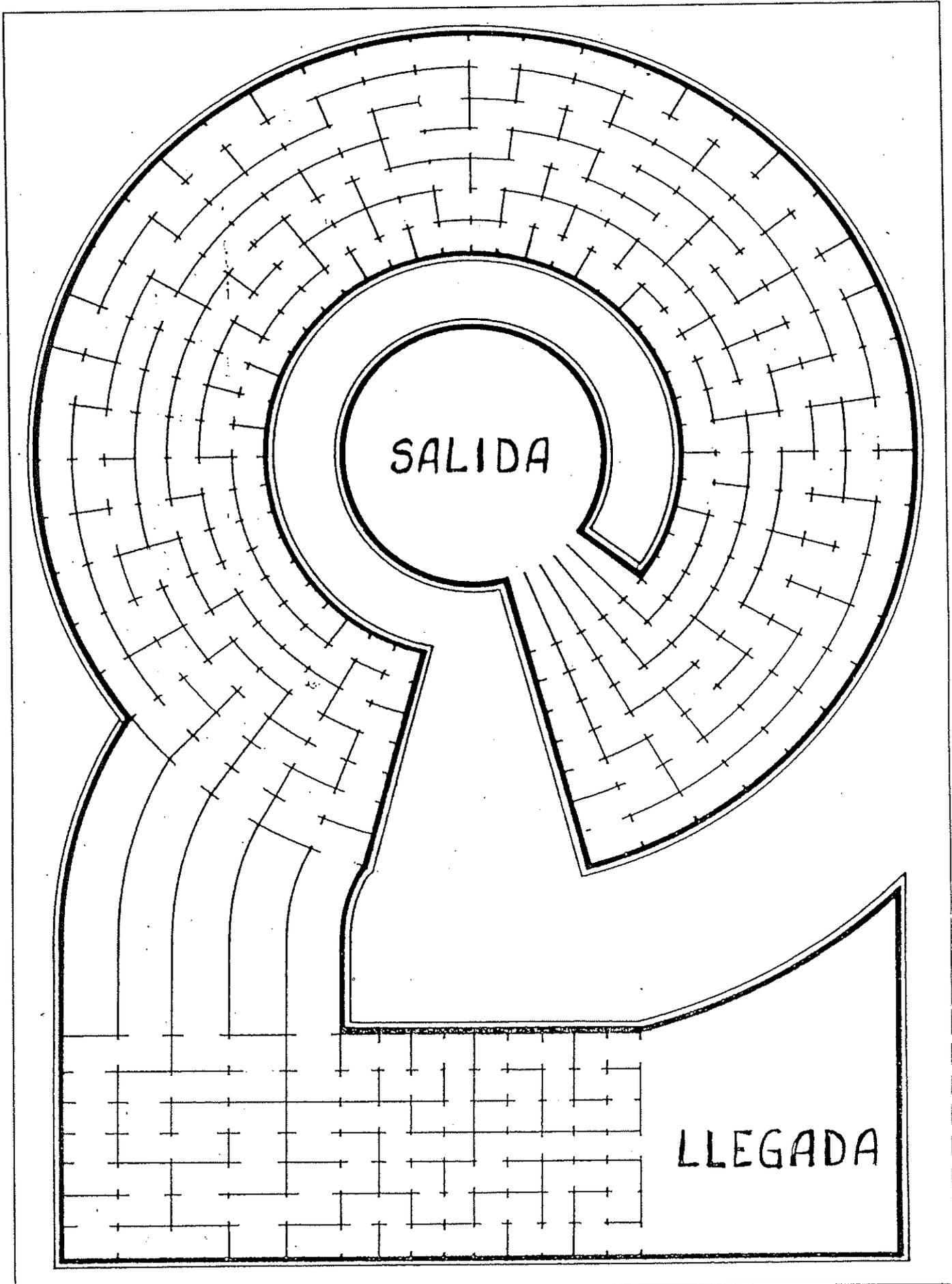
25) $\frac{4}{3}C$

VII. COMPLEMENTO SOBRE JUEGOS DE LÓGICA-MATEMÁTICA, DE INGENIO Y DE ENTRETENIMIENTOS

A continuación se presentan numerosos juegos de lógica-matemática, de ingenio y de entretenimiento, a saber:

- Laberinto
- Dar en el blanco
- Cruzados literales y numéricos
- Clasificaciones
- Número oculto
- Figuras mágicas
- Cripto-aritmética
- Pirámides numéricas
- Indominó
- Claroscuro
- El sabueso
- La amenaza
- Póker cruzado
- Batalla naval
- Los siete faros
- Carpas
- Quién es quién
- Posibilidades de descomposición de sumas de números diferentes
- Sumas cruzadas
- Pinte por números
- Buscaminas
- El juego de los vigilantes
- Serpientes
- Edificios
- Campeonato mundial de juegos de ingenio: test clasificatorio del equipo argentino 2000
- Campeonato argentino de juegos de ingenio 2001

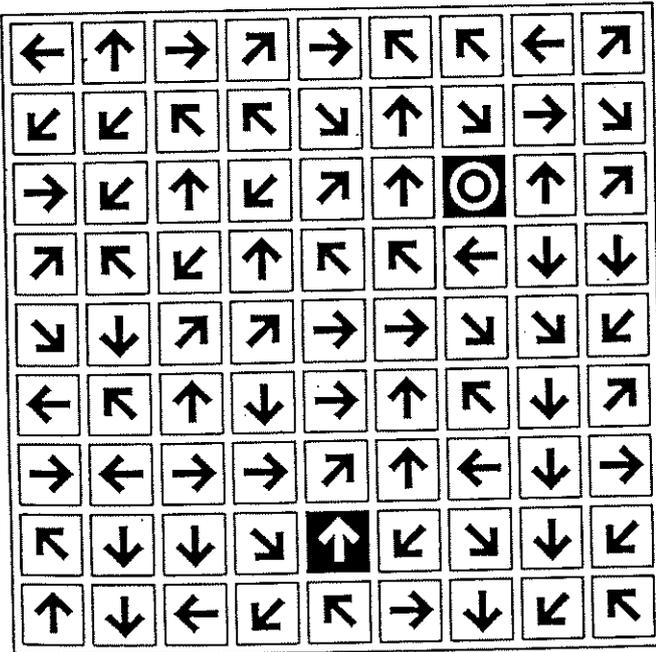
LABERINTO



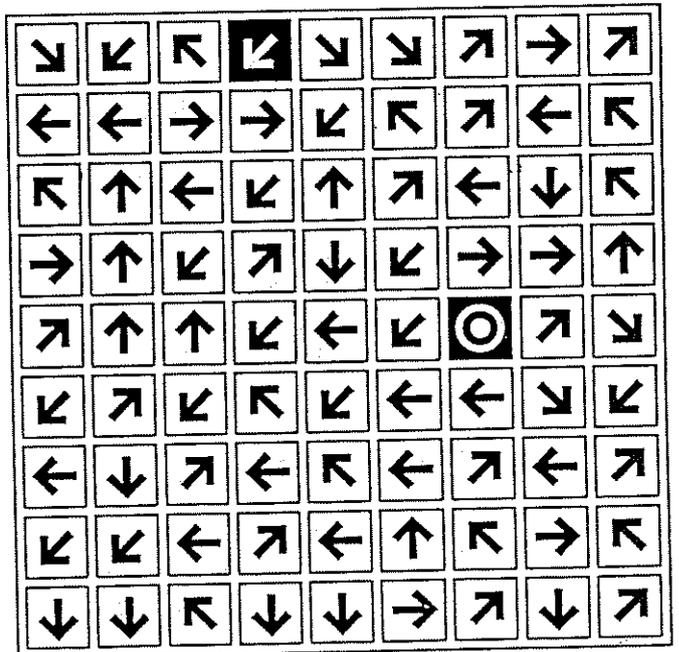
Dar en el blanco

Siga la dirección que le marca la flecha blanca hasta llegar a una flecha a su elección, que le indicará el camino a recorrer. Siga ahora la dirección de la nueva flecha y continúe así hasta dar en el blanco.

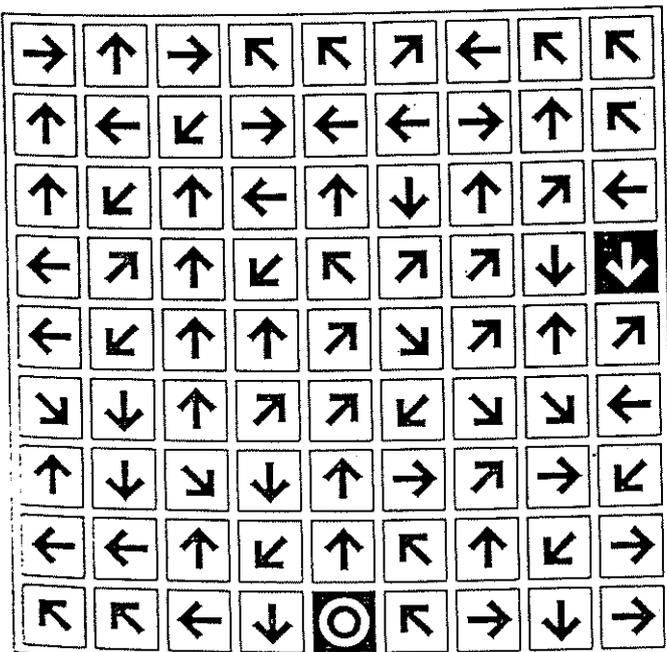
A



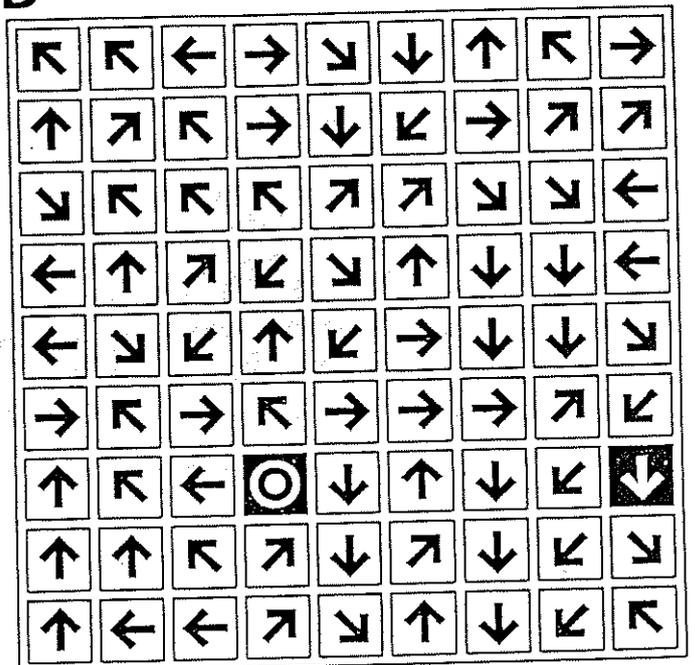
B



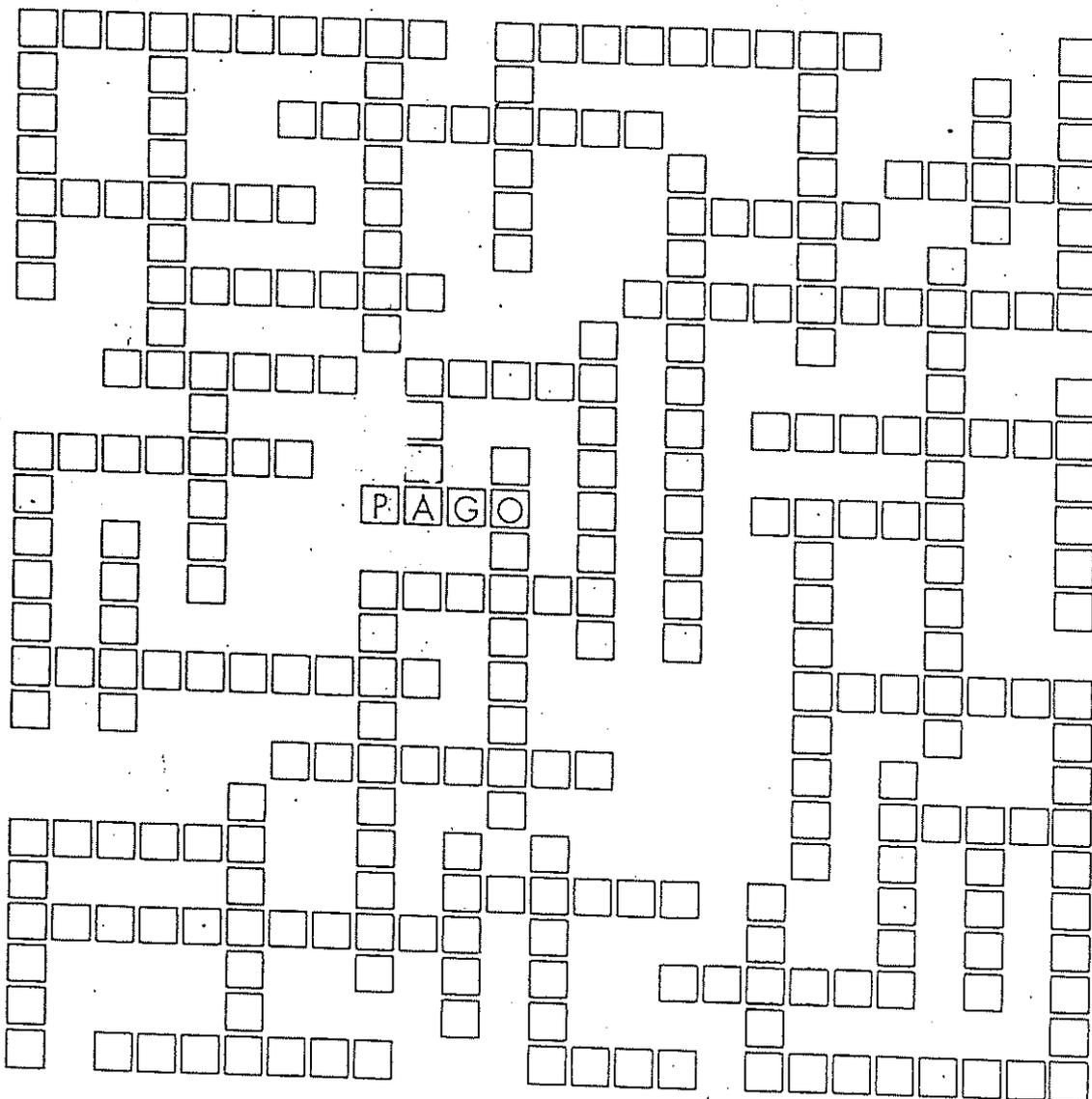
C



D



LA CONTABILIDAD



Cuenta Débito
Diario
Margen
Nómina
Pasivo
Socios

7 letras

Balance
Capital
Compras
Crédito
Efectos
Factura
Ingreso
Morosos
Pérdida

8 letras

Cientes
Comisión
Deudores
Impuesto
Registro
Reservas

9 letras

Beneficio
Comilente
Dividendo
Ejercicio
Impagados

10 letras

Accionista
Acreedores
Inventario
Patrimonio

11 letras

Mercaderías
Proveedores

12 letras

Amortización
Comisionista

4 letras

Aval
Caja
Debe
Pago

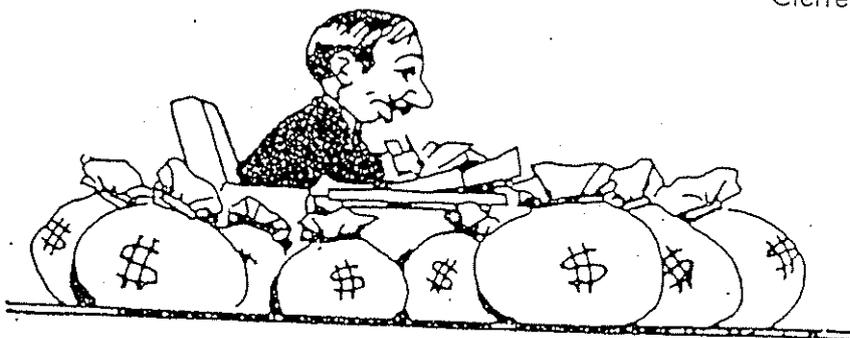
5 letras

Abono
Banco
Cargo
Cobro

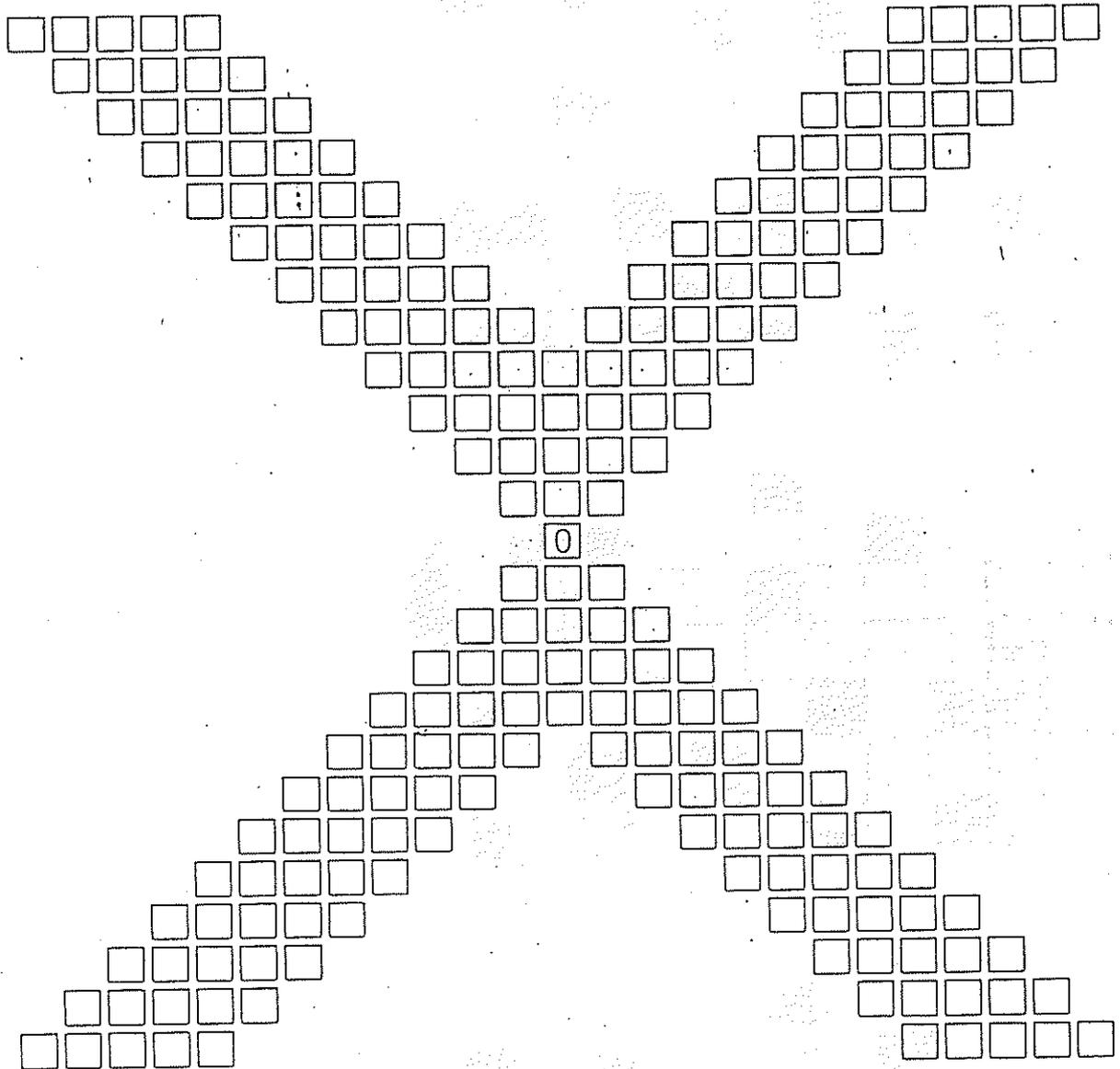
Coste
Gasto
Haber
Mayor
Saldo

6 letras

Activo
Apunte
Cambio
Cierre



en X

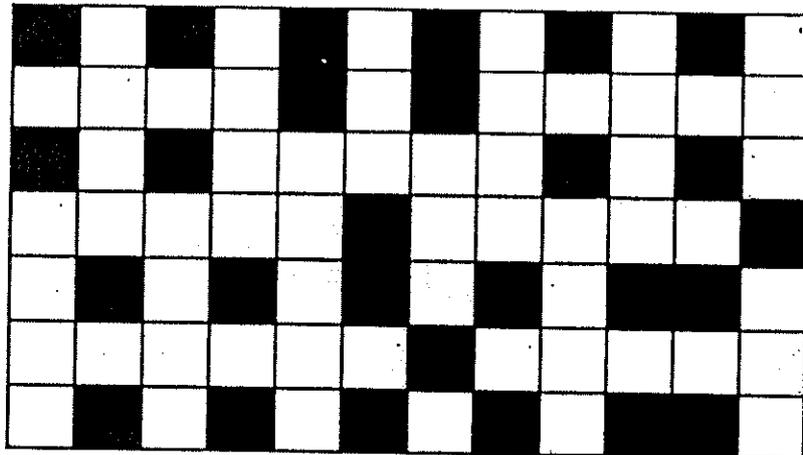


<u>3 L.</u>	Anet	Ajera	Badén	Egeno	Ihram	Ocaña	Salta	Zanja
	Alá	Alijo	Banjo	Emana	Largo	Odesa	Suene	
	Alí	Toen	Anexo	Barco	Erizo	Liana	Odian	<u>7 L.</u>
	Ama		Arado	Barón	Eroga	Magog	Ónice	Tatúo
	Efe	<u>5 L.</u>	Árida	Berna	Galán	Marea	Osado	Teide
	Púa	Acata	Ática	Bidón	Gaudí	Midas	Otras	Total
	Rad	Adega	Átona	Canje	Gudea	Milán	Óxido	Tubas
		Adela	Añojo	Claro	Gulag	Miren	Porra	Vaina
<u>4 L.</u>	Ágata	Baasa	Degas	Harén	Naama	Ranat	Vanda	<u>9 L.</u>
	Abel	Aguan	Babel	Egara	Huida	Nuera	Sáina	Zaire
								Amazónica
								Gramófono
								Inauguren

Cruzex numérico

Ubique en el esquema los números del listado de manera que se crucen coherentemente. Dejamos uno ya ubicado para ayudarlo a comenzar.

1



3 cifras:

436, 763, 891, 959.

4 cifras:

1064, 2408, 3495, 4795, 5340, 5844, 6060, 9381.

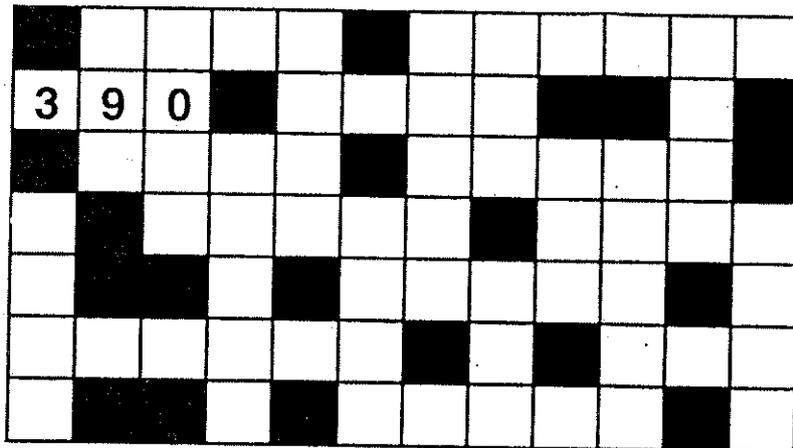
5 cifras:

41346, 54684, 69394, 82413, 96010, 96329.

6 cifras:

919310.

2



3 cifras:

176, 180, ~~350~~, 884, 893, 896.

4 cifras:

2963, 3086, 4001, 4946, 5369, 6337, 8175, 8452, 9538, 9557.

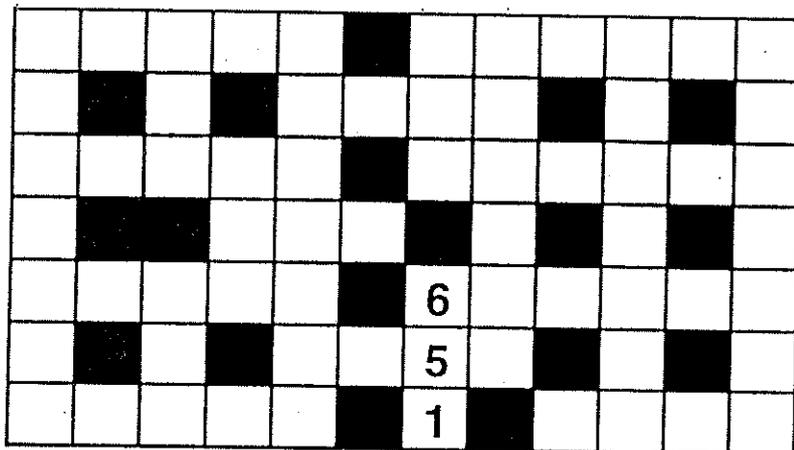
5 cifras:

11080, 13750, 17365, 30140, 70815, 79650, 87179.

6 cifras:

110694, 453753.

3



3 cifras:

156, 515, 549, 592, ~~951~~, 856.

4 cifras:

2958, 6055, 9294.

5 cifras:

25986, 40568, 50572, 59544.

6 cifras:

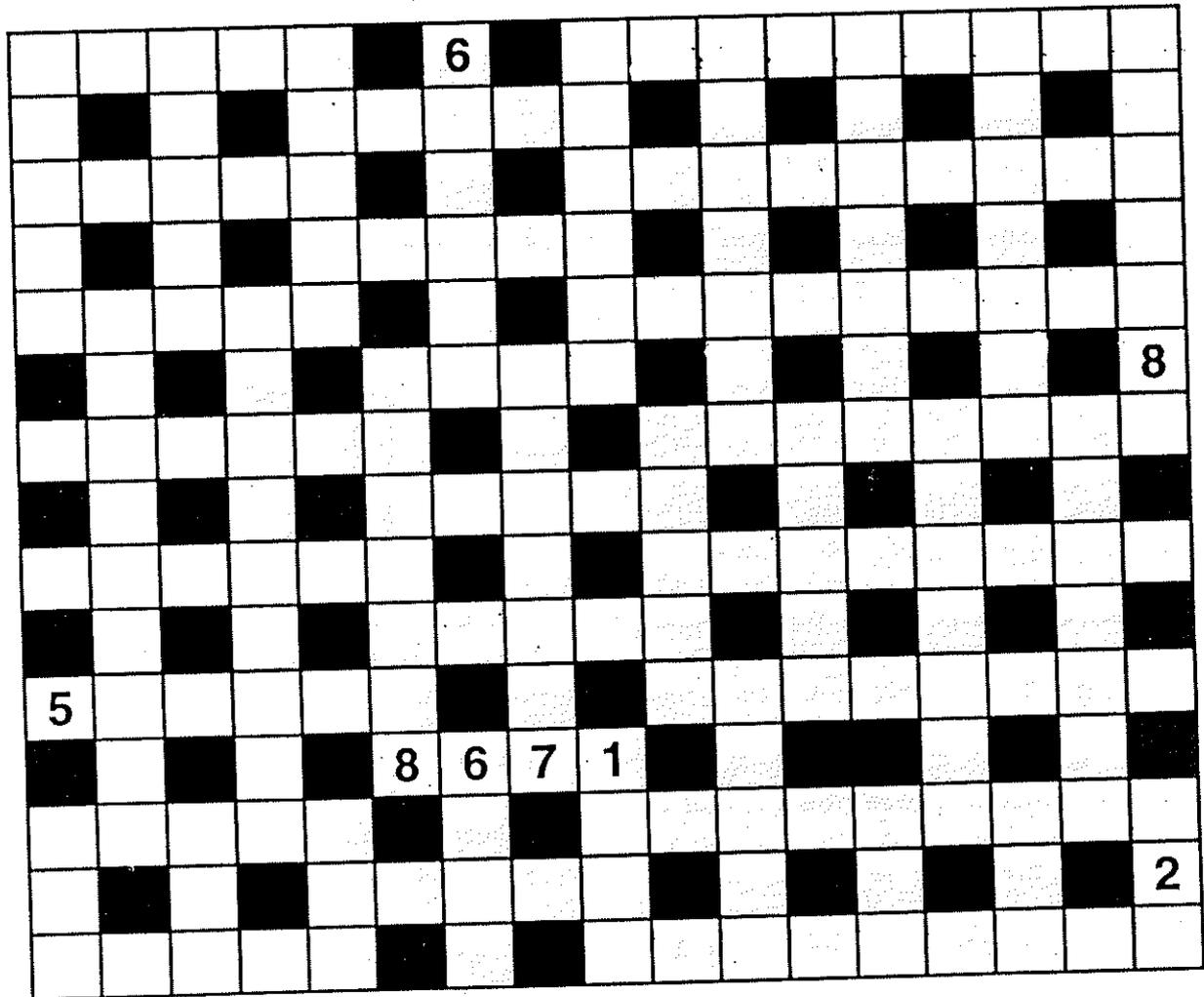
138113, 389445, 644245, 695162.

7 cifras:

1819212, 2269864, 3922534, 5822475.

Cruzex numérico

Ubique en el esquema los números del listado de manera que se crucen coherentemente.



3 cifras:

206
422
591
614
861
903

4 cifras:

1562
6754
~~8571~~
8714

5 cifras:

12596

15644

15817

18821

28838

28925

42455

50224

52861

53919

58246

71337

82971

93804

97964

98815

6 cifras:

312114

540823

564196

696847

841305

7 cifras:

1190847

1219639

1424783

6776288

7039393

8475399

8625538

9045052

8 cifras:

18999383

77480630

84954573

9 cifras:

162464367

206743458

237517352

257537132

386514741

523392894

551539884

CLASIFICACIONES

INSTRUCCIONES

Cada esquema representa los resultados de seis encuentros de un cuadrangular de fútbol.

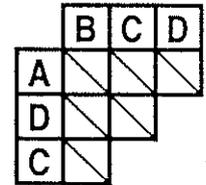
Deduzca los resultados de esos seis encuentros, cuyas tablas de posiciones aparecen seguidamente.

Tenga presente el significado de cada columna: **G**, partidos ganados; **E**, partidos empatados; **P**, partidos perdidos; **F**, goles a favor; y **C**, goles en contra. Cada partido da

2 puntos al ganador, 0 al derrotado y 1 punto a cada uno si es empate.

Ayúdense con los pequeños esquemas de la derecha para ir anotando las soluciones.

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	3	0	0	3	0	6
B	1	1	1	1	1	3
C	0	2	1	0	1	2
D	0	1	2	0	2	1

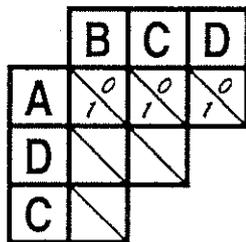


COMO RESOLVERLO

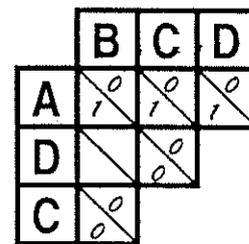
Para empezar a resolver este juego, es importante tener claro que cada cuadrangular (es decir, cada esquema) encierra los resultados de seis encuentros, ya que cada equipo se enfrentó con los otros tres.

Los encuentros serán, por lo tanto, **A-B**, **A-C**, **A-D**, **B-C**, **B-D** y **C-D**. Esta es, justamente, la representación que aparece en el cuadro auxiliar a la derecha de cada esquema.

En el juego del ejemplo, podríamos comenzar fijándonos que **A** ganó los tres encuentros que disputó. Además, tiene sólo tres goles a favor, por lo que en cada encuentro metió un gol. Es decir que el resultado de los partidos en que jugó **A** fue **1-0**.

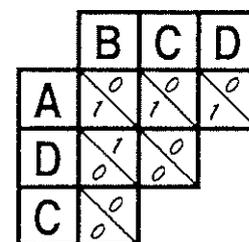


Esto ya nos da el partido perdido de **B** y de **C** y uno de los dos que perdió **D**. Si prestamos atención ahora a los goles en contra, vamos a notar que con lo deducido hasta ahora, ni **B** ni **C** tuvieron otros, mientras que **D** tuvo dos, por lo que falta ubicar uno. Pero con esto ya obtenemos otros dos resultados, ya que **C** tampoco tuvo goles a favor:



Para deducir ahora el resultado del partido que nos queda (**B-D**), debemos fijarnos nuevamente en los puntajes: según la tabla de posiciones, **B** ganó un partido, empató otro y perdió otro. Por lo tanto, en el caso que nos ocupa ahora **B** le ganó a **D** (que perdió dos y empató uno y hasta ahora sólo llevaba uno perdido y uno empatado). Volviendo a la tabla de posiciones, **B** tuvo un gol a favor y uno en contra. Y como hasta ahora **B** tiene un gol en contra y ninguno a favor, obviamente el resultado del partido **B-D** es **1-0**. Para comprobarlo, podemos corroborar que el puntaje del equipo **D** también haya quedado acorde a la tabla de posiciones: ningún gol a favor y dos goles en contra. ¡Bingo!

¿Nos siguió? De ser así, considérese ya lo suficientemente preparado para enfrentar las Clasificaciones que lo esperan.



53

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	2	1	0	2	0	5
B	1	1	1	4	2	3
C	0	2	1	2	3	2
D	0	2	1	1	4	2

	B	C	D
A	/	/	/
D	/	/	
C	/		

54

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	2	0	1	5	5	4
B	1	1	1	3	1	3
C	1	1	1	2	2	3
D	0	2	1	1	3	2

	B	C	D
A	/	/	/
D	/	/	
C	/		

55

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	1	2	0	2	1	4
B	1	1	1	3	1	3
C	0	3	0	0	0	3
D	0	2	1	1	4	2

	B	C	D
A	/	/	/
D	/	/	
C	/		

56

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	2	1	0	4	1	5
B	1	1	1	1	2	3
C	1	0	2	3	2	2
D	0	2	1	1	4	2

	B	C	D
A	/	/	/
D	/	/	
C	/		

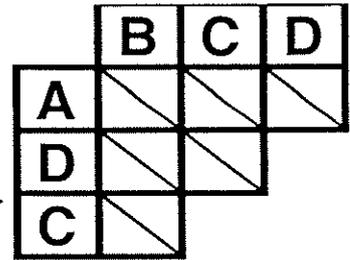
57

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	2	1	0	4	0	5
B	2	1	0	3	1	5
C	1	0	2	3	6	2
D	0	0	3	3	6	0

	B	C	D
A	/	/	/
D	/	/	
C	/		

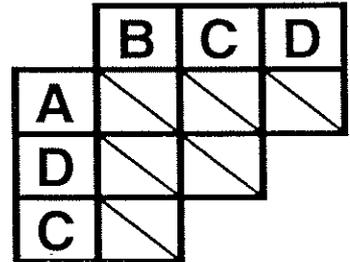
58

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	2	1	0	2	0	5
B	1	1	1	3	1	3
C	1	1	1	4	1	3
D	0	1	2	0	7	1



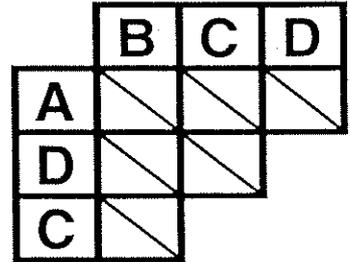
59

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	2	1	0	2	0	5
B	0	3	0	1	1	3
C	0	2	1	2	3	2
D	0	2	1	1	2	2



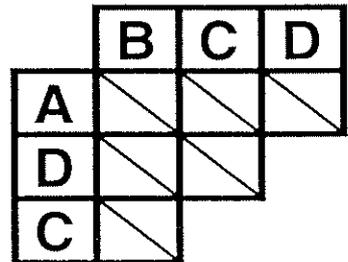
60

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	2	1	0	2	0	5
B	2	0	1	2	1	4
C	1	1	1	1	1	3
D	0	0	3	0	3	0



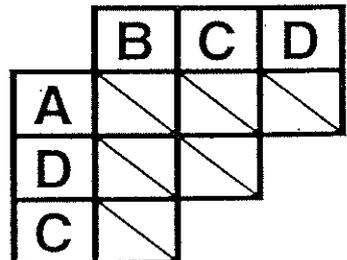
61

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	1	2	0	3	1	4
B	1	1	1	4	3	3
C	0	3	0	0	0	3
D	0	2	1	0	3	2



62

Eq.	G	E	P	F	C	Pts.
A	2	1	0	6	1	5
B	2	0	1	2	1	4
C	0	2	1	1	2	2
D	0	1	2	0	5	1



NÚMERO OCULTO

INSTRUCCIONES

Cada esquema brinda las pistas necesarias para deducir un número (oculto) compuesto por cuatro cifras diferentes, elegidas del 0 al 9. Un número oculto no puede empezar con cero. En las columnas B (de Bien) y R (de Regular) hallará las mencionadas pistas. La primera columna (la B) indica cuántos dígitos en la misma ubicación tiene el número de esa hilera con el número buscado. En la columna R se señala la cantidad de dígitos en común pero en posición incorrecta. Recuerde que el número oculto no tiene dígitos repetidos.

				B	R
				4	0
7	0	2	9	2	0
3	5	2	4	0	0
5	6	1	3	0	1
9	8	1	6	1	1

CÓMO RESOLVERLO

Al comenzar la resolución de un Número Oculto, una de las cosas más importantes para tener en cuenta es la aparición de un 0 en una columna B. Esto significa que ninguno de los dígitos de ese número aparecen en el lugar que ahí llevan.

				B	R
				4	0
7	0	2	9	2	0
3	5	2	4	0	0
5	6	1	3	0	1
9	8	1	6	1	1

En nuestro ejemplo, además, es una ayuda que el segundo número, el 3524, también tenga un 0 en la columna R. Esto nos está diciendo que ninguno de esos dígitos aparecen en nuestro número misterioso, por lo que podemos tacharlos en las demás cifras.

				B	R
				4	0
7	0	2	9	2	0
3	5	2	4	0	0
5	6	1	3	0	1
9	8	1	6	1	1

A partir de aquí sólo nos queda deducir cuáles son los dos dígitos del 7029 que están ubicados correctamente. Probemos: si se tratara del 7 y del 9, deberíamos tachar el 0 y con eso ya tendríamos el regular del 9816 (el 9). Para esa misma cifra, el único dígito ubicado correctamente (B) sería el 8, ya que el 1 no puede ser B porque en el 5613 no hay ningún dígito B. Pero con este razonamiento, no tendríamos ningún dígito para ubicar en el tercer lugar (quedarían todos tachados). Esto nos está indicando que nuestra elección del 7 y el 9 como los B del 7029 fue errónea. Probemos entonces con el 0 y el 9: si el 9 va en la última ubicación, éste representa el R del 9816. El único dígito B que puede tener el 9816 sería el 1, ya que los lugares del 8 y el 6 están ocupados con el 0 y el 9. Pero ya sabíamos que el 1 no podía ser B (por el 5613, que no tiene ningún B). Por lo tanto, este nuevo intento tampoco fue el correcto. Nos resta sólo elegir el 7 y el 0 como los dos B del 7029. Con esta elección, tachamos el 9, y al elegir un dígito B del 9816, nos vemos obligados a optar por el 6. El 6 sería también el R del 5613, por lo que el último número que nos falta elegir es el R del 9816, sin dudas, el 8, ya que el resto estaba tachado. He aquí nuestro número oculto: el 7086. Si nos siguió, ya puede sentirse capacitado para enfrentar los que aparecerán de aquí en más.

108

				B	R
				4	0
9	6	1	5	2	0
4	3	6	8	1	0
4	9	7	5	0	2
2	3	7	0	0	1

109

				B	R
				4	0
7	4	2	0	0	3
6	3	0	7	0	2
2	0	9	3	0	2
1	7	4	5	0	2

110

				B	R
				4	0
6	1	7	3	1	1
2	8	7	9	2	0
4	3	1	5	1	0
5	4	8	9	0	2

111

				B	R
				4	0
6	3	4	5	2	0
9	2	5	6	1	1
8	3	1	7	1	0
9	7	3	4	0	2

112

				B	R
				4	0
9	0	7	1	0	2
8	5	0	3	0	2
7	2	6	4	0	2
6	8	4	9	0	2

113

				B	R
				4	0
8	5	9	2	1	1
1	6	4	0	1	0
6	9	8	3	0	3
1	7	3	4	0	2

114

				B	R
				4	0
9	6	0	4	2	0
8	1	7	2	2	0
7	5	3	1	0	2
8	6	4	2	0	1

115

				B	R
				4	0
8	2	3	0	1	0
6	3	9	8	1	0
5	6	9	0	0	2
2	7	5	4	0	2

116

				B	R
				4	0
8	9	7	2	2	0
1	6	3	8	1	0
2	6	4	1	0	2
7	9	3	5	0	1

117

				B	R
				4	0
3	2	8	1	1	1
5	0	2	6	1	1
9	6	0	7	1	0
9	7	3	4	0	2

118

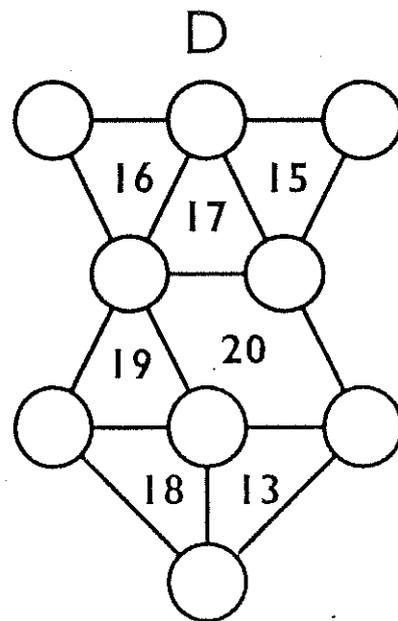
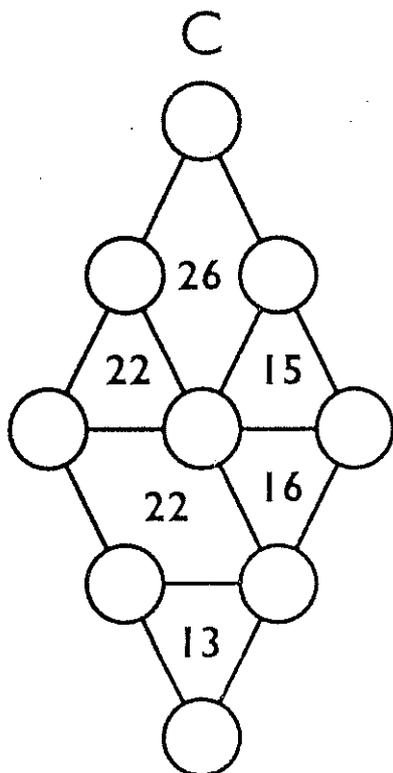
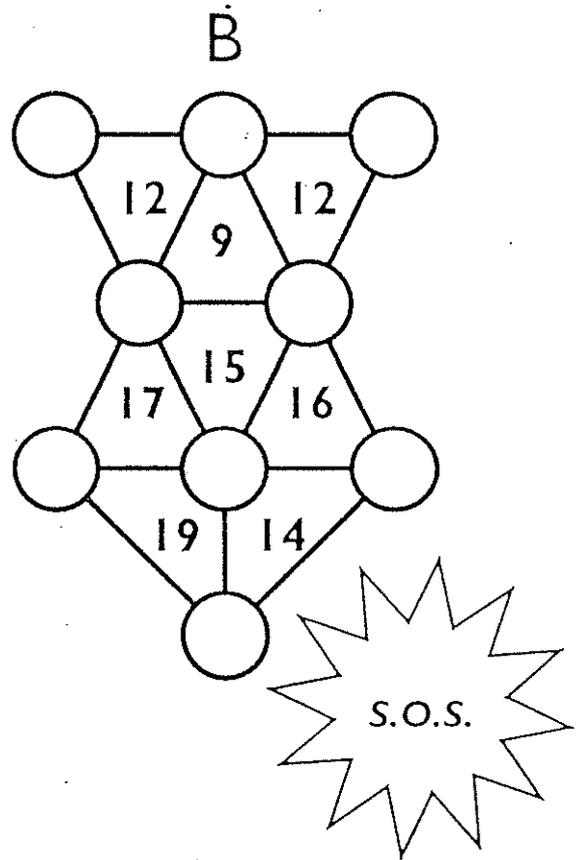
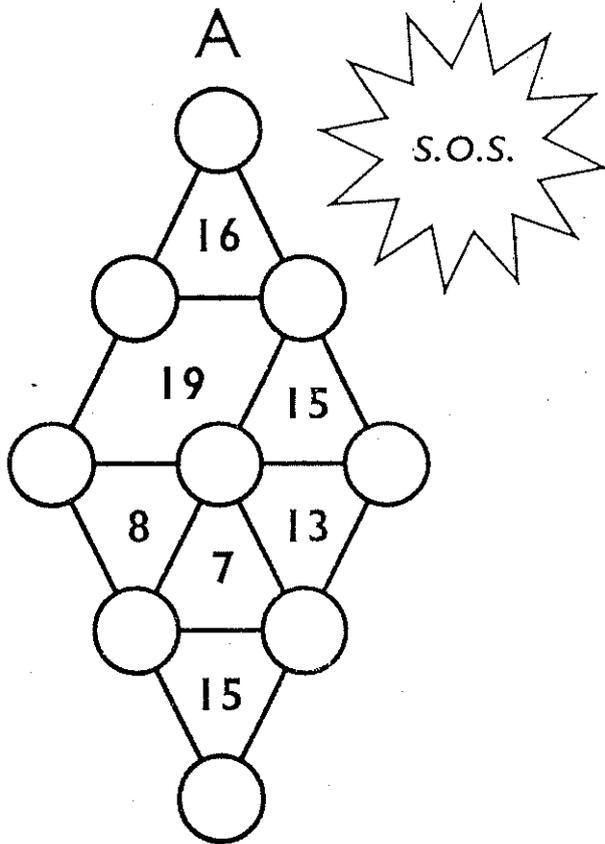
				B	R
				4	0
2	3	5	0	2	0
1	9	6	8	1	0
5	1	3	0	0	3
8	4	6	7	0	1

119

				B	R
				4	0
1	0	9	3	2	0
7	2	5	3	2	0
6	8	9	0	1	1
9	0	6	7	0	3

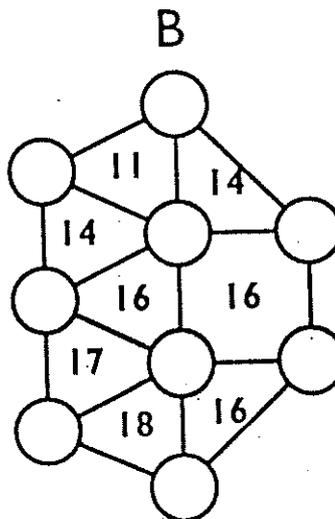
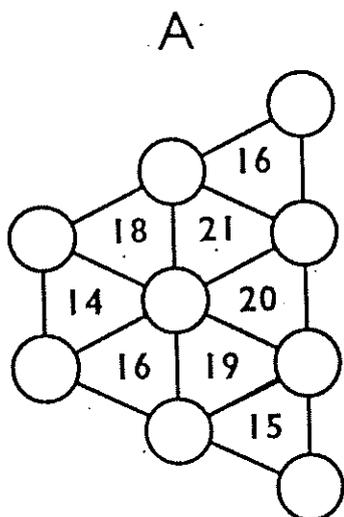
Figuras mágicas

En cada caso, ubique en los círculos los números del 1 al 9; sin repetirlos, para que los vértices de cada región sumen lo que allí se indica.



Figuras mágicas

En cada caso, ubique en los círculos los números del 1 al 9, sin repetirlos, para que los vértices de cada región sumen lo que en el centro de la región se indica.

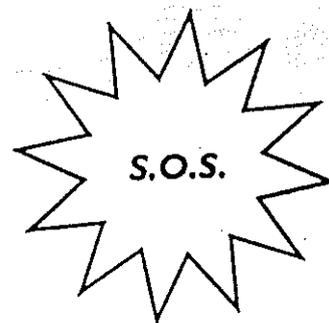


Cripto-aritmética

En cada caso, sustituya cada letra por un dígito distinto para llegar a una correcta suma numérica. Cuando una letra se repite deberá repetir el dígito correspondiente. Cada suma tiene un código propio.

A. Cantado. Use los dígitos del 1 al 8.

$$\begin{array}{r}
 \\
 + \\
 \\
 \hline
 C
 \end{array}$$



B. Encerrado. Use los dígitos del 1 al 9 para obtener la CARCEL más grande posible.

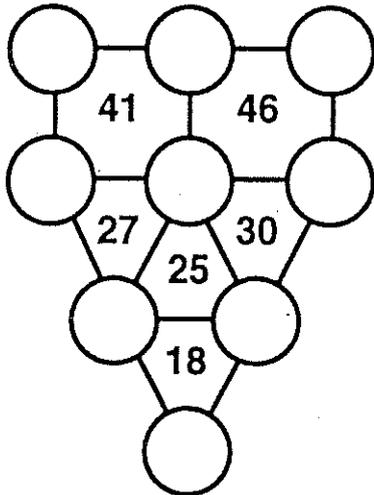
$$\begin{array}{r}
 \\
 + \\
 \hline
 C
 \end{array}$$



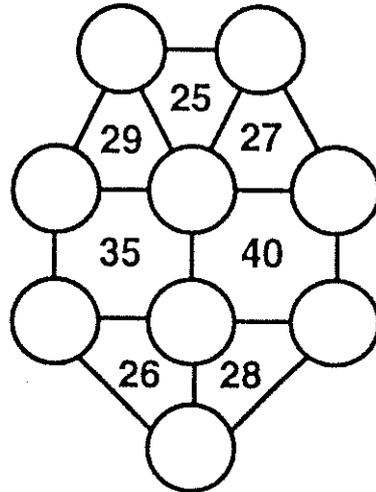
FIGURAS MAGICAS

En cada caso, ubique en los círculos los números del 5 al 13, sin repetirlos, para que los vértices de cada región sumen lo que en el centro de la región se indica.

A



B



CRIPTOARITMETICA

En cada caso, sustituya cada letra por un dígito distinto para llegar a una correcta suma numérica. Tenga en cuenta que una letra que se repite obliga a repetir el dígito correspondiente, y que cada suma tiene un código propio.

A. Aritmético. Use los dígitos del 3 al 9.

$$\begin{array}{r}
 \\
 + \quad N \ O \ N \\
 \hline
 \\
 \\
 \hline
 P \ A \ R
 \end{array}$$

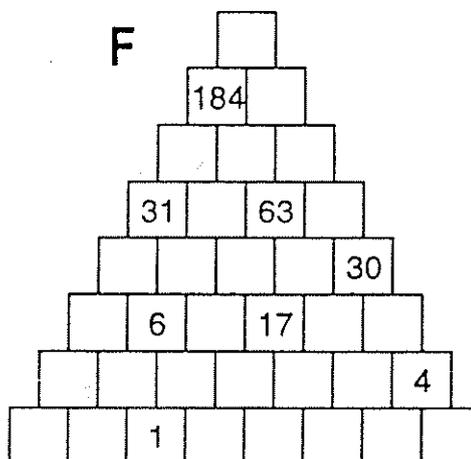
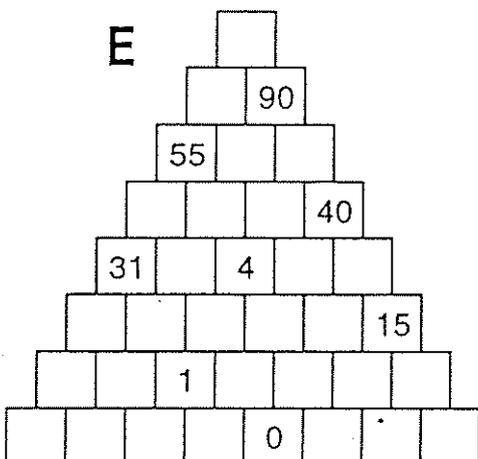
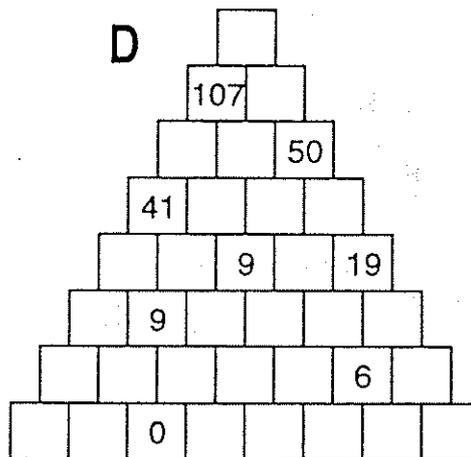
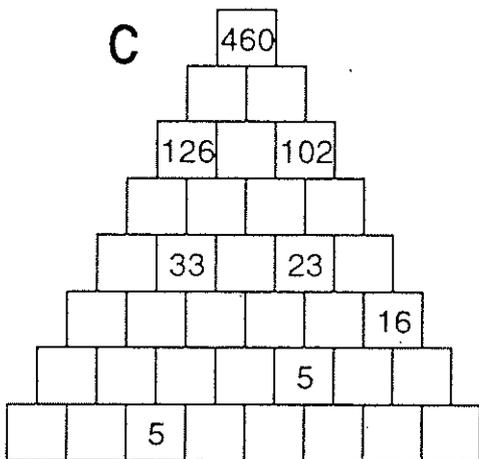
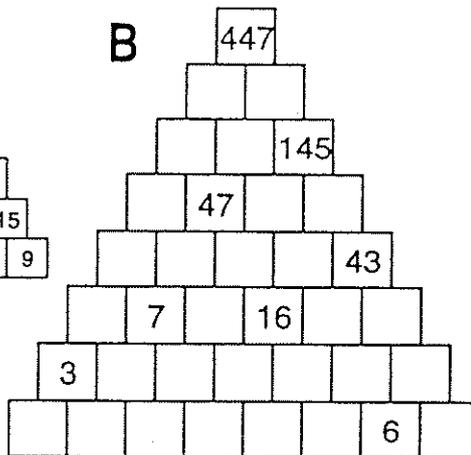
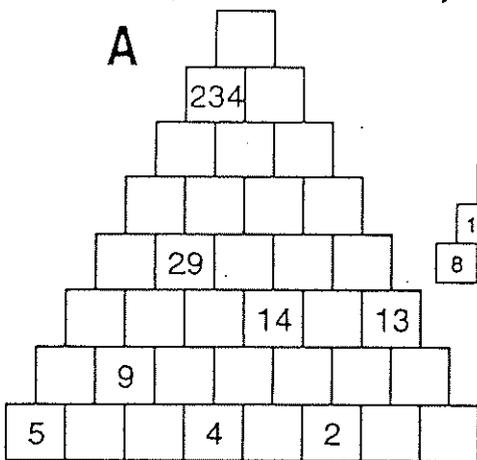
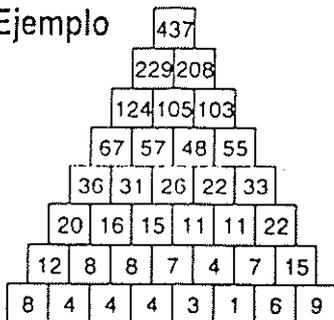
B. Para bailar. Use los dígitos del 0 al 9.

$$\begin{array}{r}
 \\
 + \\
 \hline
 \\
 \\
 \hline
 S \ T \ R \ A \ U \ S \ S
 \end{array}$$

Pirámides numéricas

Complete las pirámides colocando un número de una o más cifras en cada casilla, de modo tal que cada casilla contenga la suma de los dos números de las casillas inferiores. Como datos se dan, en cada caso, algunos números ya indicados. La pirámide central ya está resuelta, a modo de ejemplo.

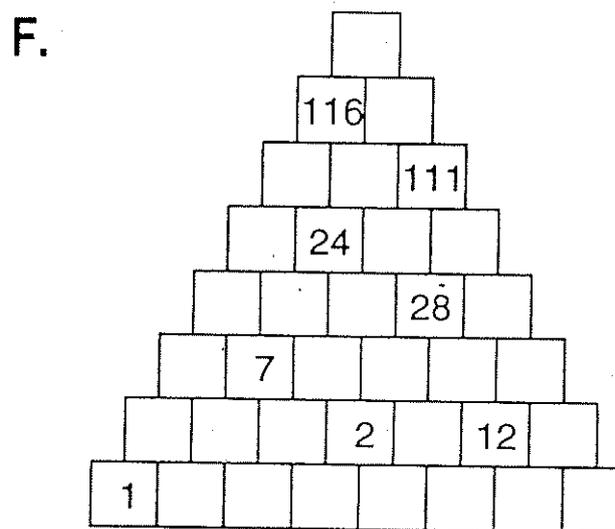
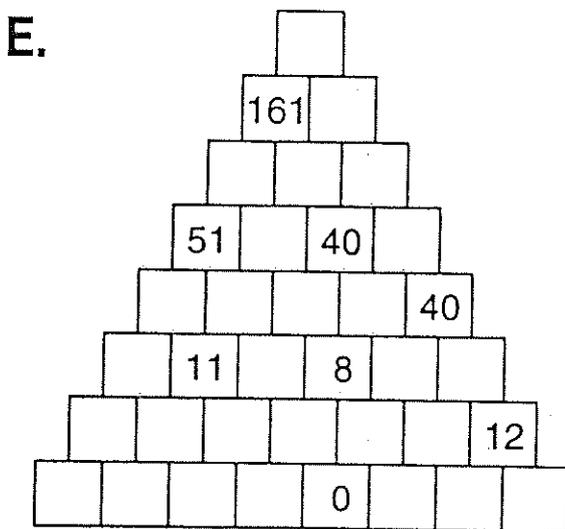
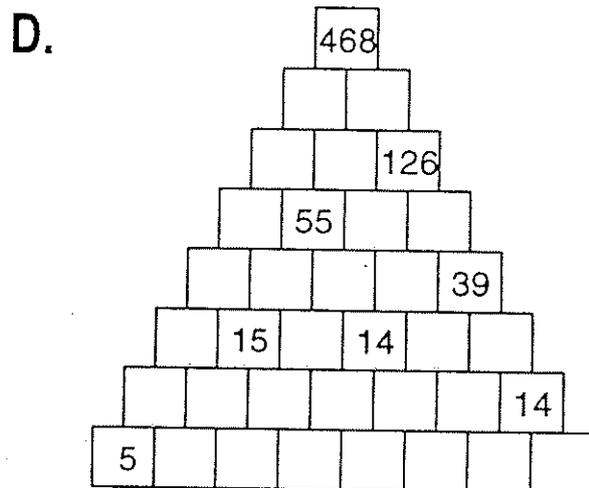
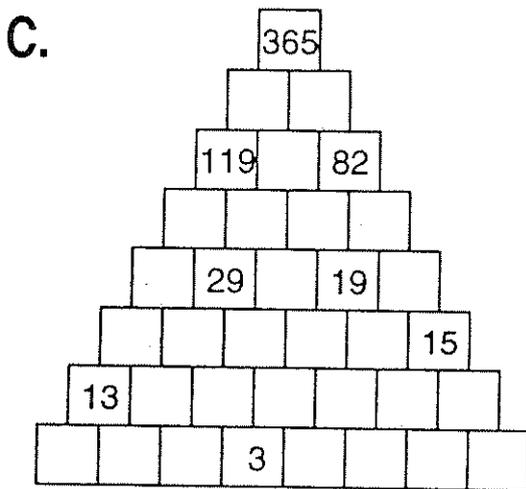
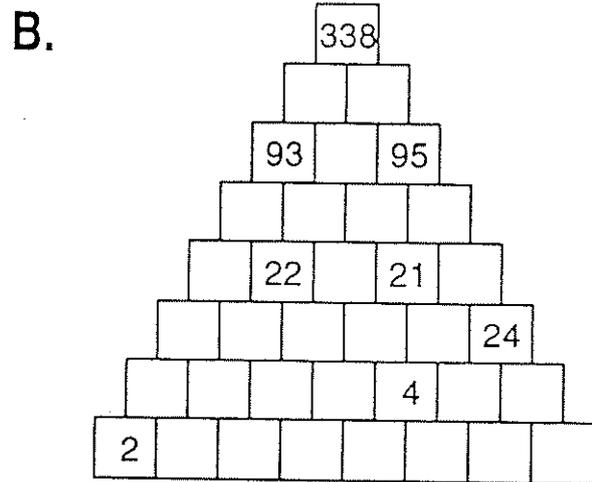
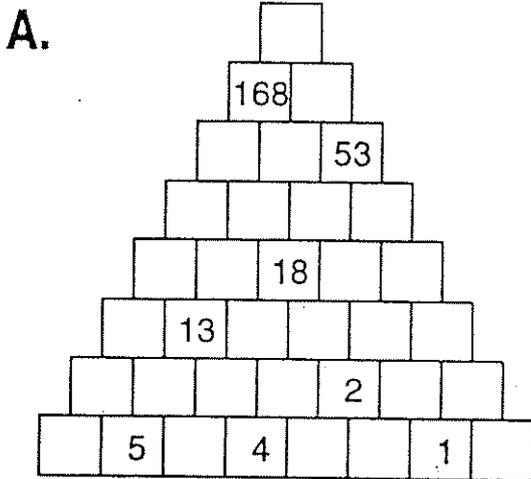
Ejemplo





PIRAMIDES NUMERICAS

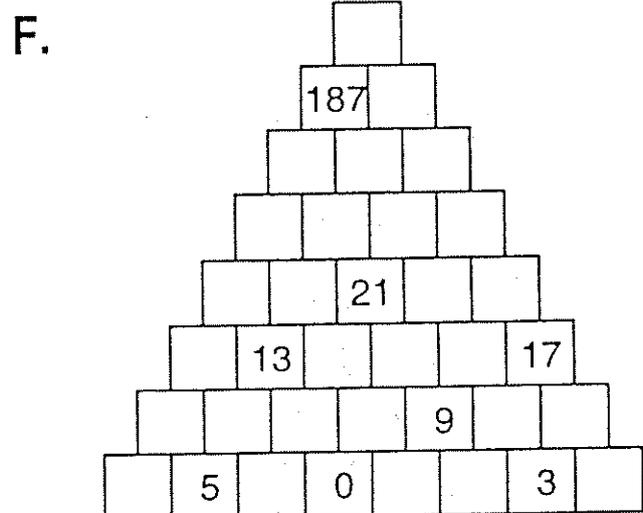
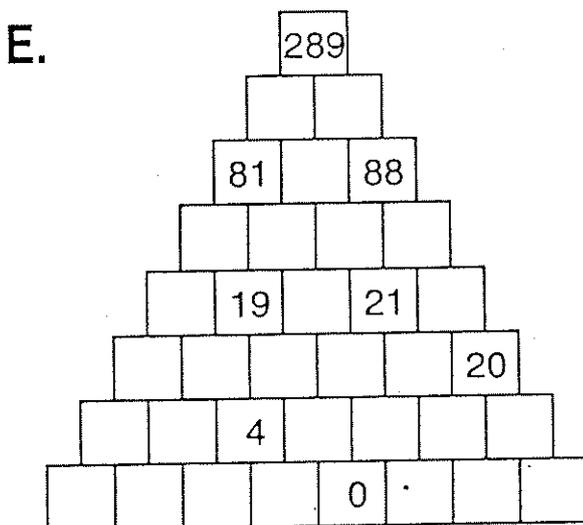
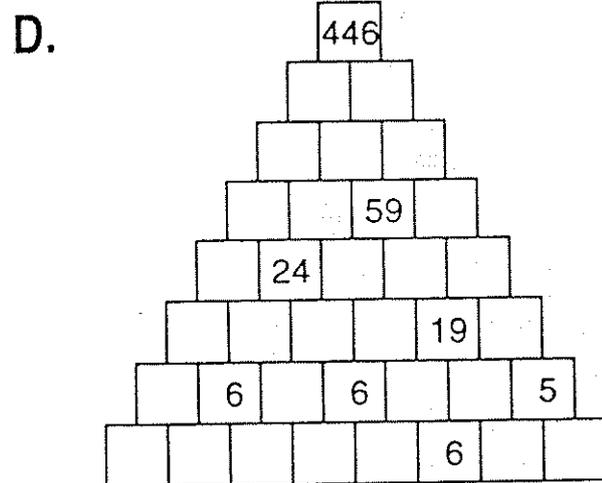
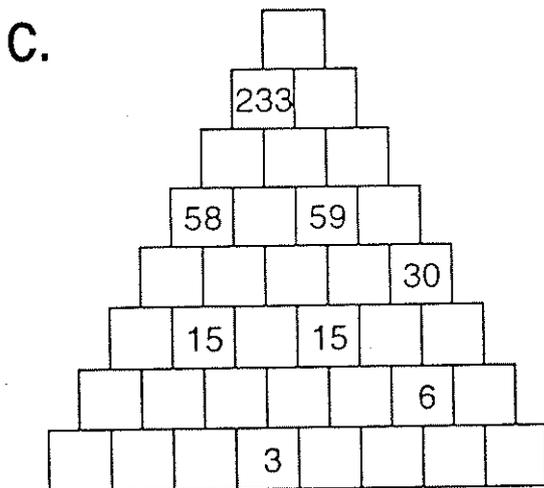
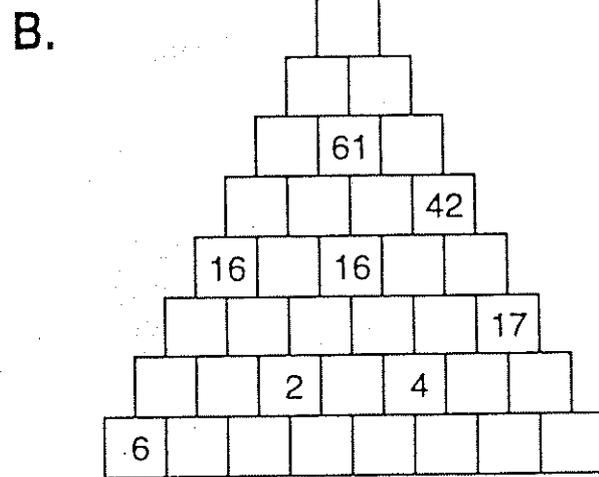
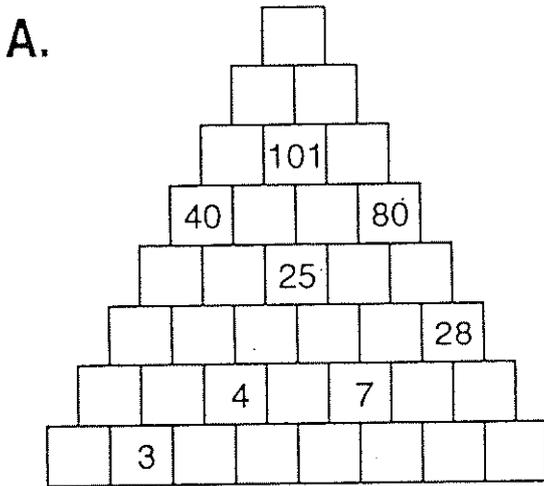
Complete las pirámides colocando un número de una o más cifras en cada casilla, de modo tal que cada casilla contenga las sumas de los dos números de las casillas inferiores. Como datos se dan, en cada caso, algunos números ya indicados.





PIRAMIDES NUMERICAS

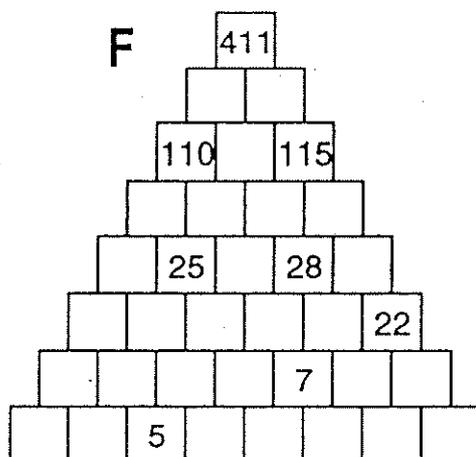
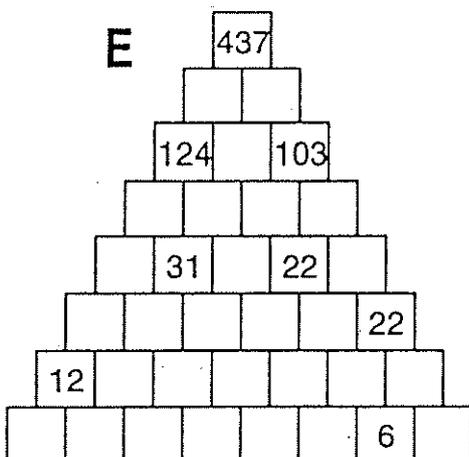
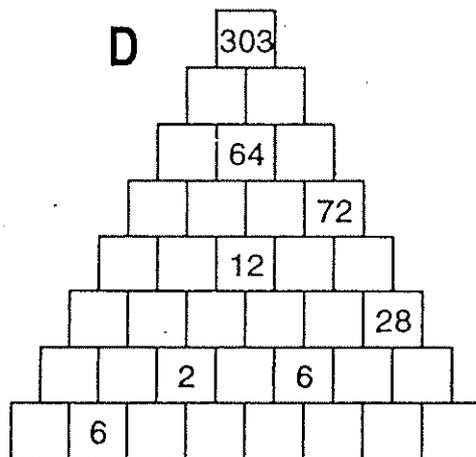
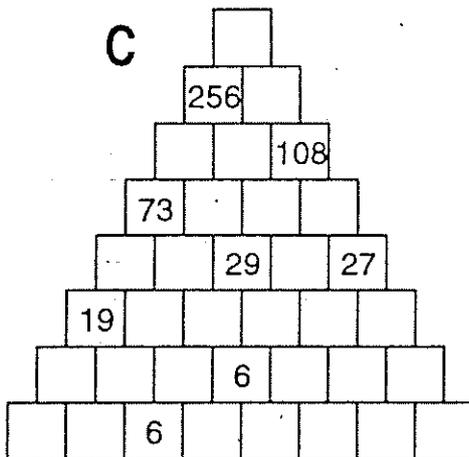
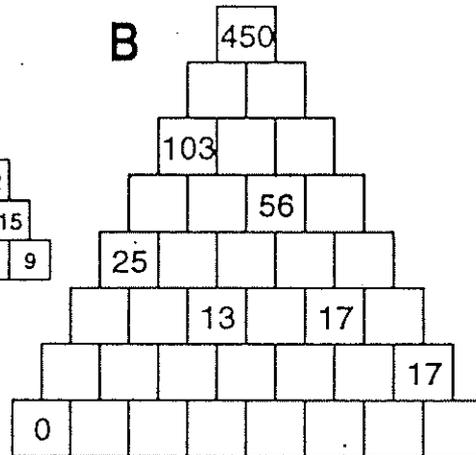
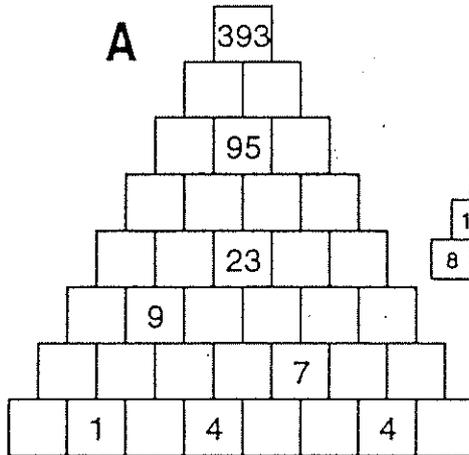
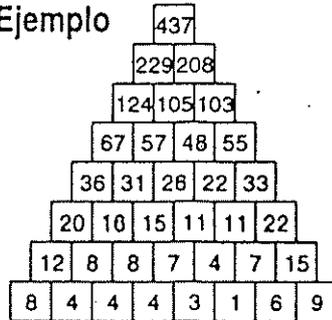
Complete las pirámides colocando un número de una o más cifras en cada casilla, de modo tal que cada casilla contenga las sumas de los dos números de las casillas inferiores. Como datos se dan, en cada caso, algunos números ya indicados.



Pirámides numéricas

Complete las pirámides colocando un número de una o más cifras en cada casilla, de modo tal que cada cásilla contenga la suma de los dos números de las casillas inferiores. Como datos se dan, en cada caso, algunos números ya indicados. La pirámide central ya está resuelta, a modo de ejemplo.

Ejemplo



INDOMINO

INSTRUCCIONES

Con las 28 fichas de un juego completo de dominó construimos los cincuenta y dos tableros distintos de este juego.

Cada tablero representa a un "indominó" independiente. Los valores de las fichas aparecen escritos con números en vez de con los clásicos puntitos de los juegos de dominó.

3	6	6	1	1	4	0
5	2	1	4	2	5	4
3	2	3	3	4	6	3
4	5	5	6	1	0	4
2	6	5	1	2	0	4
6	3	0	0	5	0	2
4	0	1	6	5	1	1
0	2	3	2	3	6	5

Deduzca, para cada tablero, dónde está ubicada cada una de las 28 fichas. Tenga en cuenta que las mismas pueden ocupar una posición horizontal o vertical, encastrándose entre ellas, a manera de mosaico.

A medida que vaya determinando la ubicación de las fichas, puede ir tachándolas en la lista que figura a la derecha de cada tablero, donde aparece la totalidad de las fichas a usar.

Como ayuda, cada esquema cuenta con alguna ficha ya ubicada o alguna línea de límite entre una ficha y otra.

Obviamente no debe usar una ficha dos veces ni tampoco le deben quedar fichas sin usar.

0 0
0 1 1 1
0 2 1 2 2 2
0 3 1 3 2 3 3 3
0 4 1 4 2 4 3 4 4 4
0 5 1 5 2 5 3 5 4 5 5 5
0 6 1 6 2 6 3 6 4 6 5 6 6 6

COMO RESOLVERLO

El juego se resuelve por búsqueda sistemática y atajos sagaces.

Si, por ejemplo, 3 y 5 son vecinos en un único sitio del tablero, allí tendrá determinada la ficha 3-5. Si hay varias colocaciones posibles para una ficha, su determinación se hará como consecuencia de otros hallazgos.

En el caso del ejemplo aparece ya ubicada la ficha 4-0. Este invalida las otras ubicaciones 4-0 que pudieran existir. Por lo tanto, allí podremos ubicar líneas de límite de fichas. Esto nos brinda dos ubicaciones obligatorias: la de la ficha 0-2 del extremo inferior izquierdo y la 4-6, adyacente a ésta. Y seguida-

mente podemos marcar las ubicaciones prohibidas de estas fichas ya halladas. Luego encontraremos las fichas que tienen una única posibilidad de ubicación. En este caso: 2-2, 3-3, 4-4 y 6-6. Ahora volvimos a obtener algunas posiciones obligadas: 3-5, 3-4, 2-6, 5-5, 1-4, 1-1, 1-2 y 5-6.

3	6	6	1	1	4	0
5	2	1	4	2	5	4
3	2	3	3	4	6	3
4	5	5	6	1	0	4
2	6	5	1	2	0	4
6	3	0	0	5	0	2
4	0	1	6	5	1	1
0	2	3	2	3	6	5

A partir de aquí, ya quedan muy pocas ubicaciones que deducir. ¿Se anima a terminarlo solo?

0 0
0 1 1 1
0 2 1 2 2 2
0 3 1 3 2 3 3 3
0 4 1 4 2 4 3 4 4 4
0 5 1 5 2 5 3 5 4 5 5 5
0 6 1 6 2 6 3 6 4 6 5 6 6 6

3	6	6	1	1	4	0
5	2	1	4	2	5	4
3	2	3	3	4	6	3
4	5	5	6	1	0	4
2	6	5	1	2	0	4
6	3	0	0	5	0	2
4	0	1	6	5	1	1
0	2	3	2	3	6	5

1

1	4	5	5	4	6	0
2	0	1	5	3	5	3
1	3	1	2	5	1	0
6	0	3	6	0	6	4
4	2	3	6	2	3	4
5	6	2	2	4	0	2
6	0	5	6	5	1	3
2	0	3	1	4	1	4

0	0												
0	1	1	1										
0	2	1	2	2	2								
0	3	1	3	2	3	3	3						
0	4	1	4	2	4	3	4	4	4				
0	5	1	5	2	5	3	5	4	5	5	5		
0	6	1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

2

3	0	1	4	1	4	5
6	6	3	3	5	5	6
2	1	2	6	1	1	1
3	6	5	2	5	4	4
0	1	0	2	0	3	0
2	6	6	4	0	3	2
3	5	4	2	3	1	2
6	4	4	0	5	0	5

0	0												
0	1	1	1										
0	2	1	2	2	2								
0	3	1	3	2	3	3	3						
0	4	1	4	2	4	3	4	4	4				
0	5	1	5	2	5	3	5	4	5	5	5		
0	6	1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

3

1	0	2	6	5	5	3
2	5	4	5	6	4	3
3	4	3	6	0	0	2
5	6	2	4	5	6	2
3	0	1	0	3	2	1
0	1	5	4	0	5	1
3	4	6	3	4	2	0
1	2	6	1	4	1	6

0	0												
0	1	1	1										
0	2	1	2	2	2								
0	3	1	3	2	3	3	3						
0	4	1	4	2	4	3	4	4	4				
0	5	1	5	2	5	3	5	4	5	5	5		
0	6	1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

4

1	6	2	5	6	0	6
4	4	6	4	3	0	4
0	4	2	1	4	5	2
6	1	0	6	5	3	0
3	2	6	0	3	3	4
5	1	6	4	1	1	1
0	2	5	2	3	5	0
5	5	3	1	3	2	2

0	0												
0	1	1	1										
0	2	1	2	2	2								
0	3	1	3	2	3	3	3						
0	4	1	4	2	4	3	4	4	4				
0	5	1	5	2	5	3	5	4	5	5	5		
0	6	1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

5

0	1	6	6	2	6	5
2	4	5	1	0	2	6
1	1	4	4	1	1	4
5	0	1	3	6	2	5
1	4	0	0	3	3	6
6	0	2	4	5	3	2
3	3	2	3	0	6	3
5	2	0	4	5	5	4

0	0												
0	1	1	1										
0	2	1	2	2	2								
0	3	1	3	2	3	3	3						
0	4	1	4	2	4	3	4	4	4				
0	5	1	5	2 5	3	5	4	5	5	5			
0	6	1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

6

1	6	1	0	4	3	5
0	6	4	3	1	5	5
6	3	5	6	2	1	1
6	6	0	4	2	5	4
2	6	0	4	5	3	0
4	6	3	0	4	1	5
2	2	3	2	1	1	2
2	0	3	3	0	4	5

0	0											
0	1	1	1									
0	2	1	2	2	2							
0	3	1	3	2	3	3	3					
0	4	1	4	2	4	3	4	4	4			
0	5	1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	
0	6	1	6	2	6	3	6	4 6	5	6	6	6

7

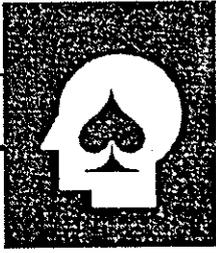
1	0	1	6	0	5	4
4	3	3	3	1	3	5
2	4	3	6	0	6	4
3	5	6	3	5	2	6
0	4	2	3	5	0	1
2	5	2	6	1	4	4
1	5	1	6	5	6	0
0	2	1	4	2	2	0

0	0											
0	1	1	1									
0	2	1	2	2	2							
0	3	1	3	2	3	3	3					
0	4	1	4	2	4	3	4	4	4			
0	5	1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	
0	6	1 6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

8

0	2	4	5	4	5	1
3	3	0	2	3	1	6
5	1	0	1	1	4	2
6	1	5	3	0	2	5
6	1	3	2	0	0	6
4	2	6	4	4	5	4
6	0	5	6	3	5	0
1	6	3	3	2	2	4

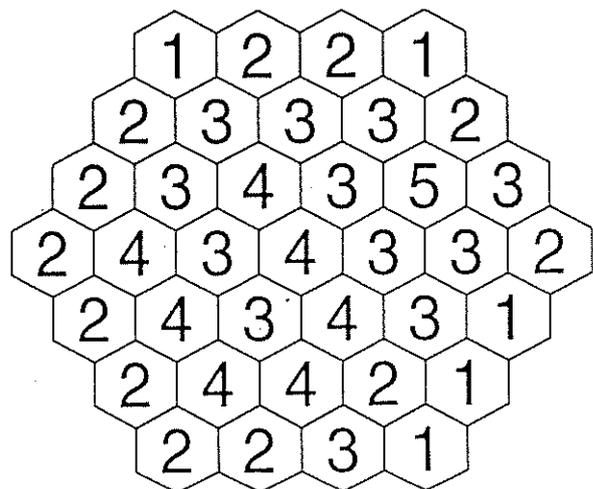
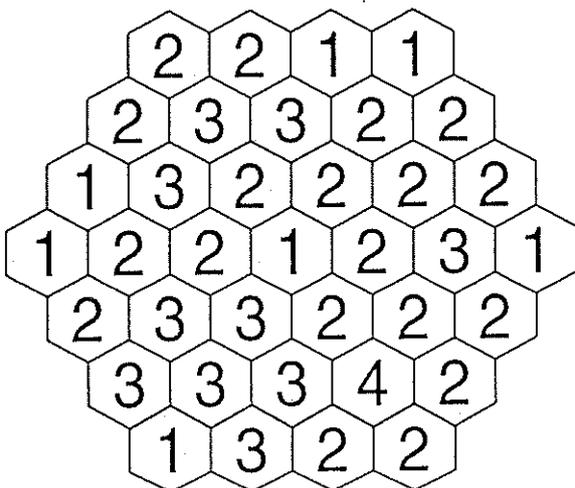
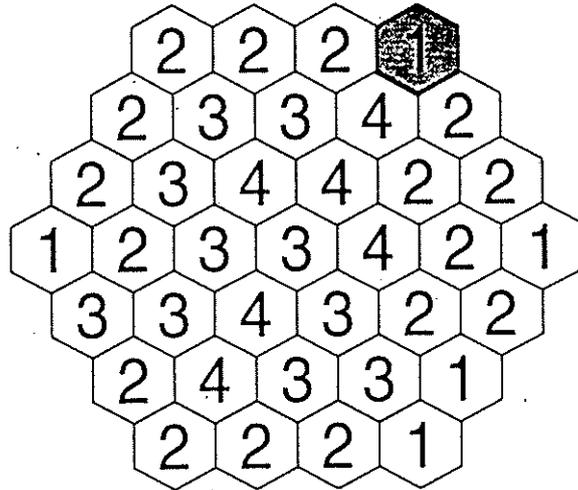
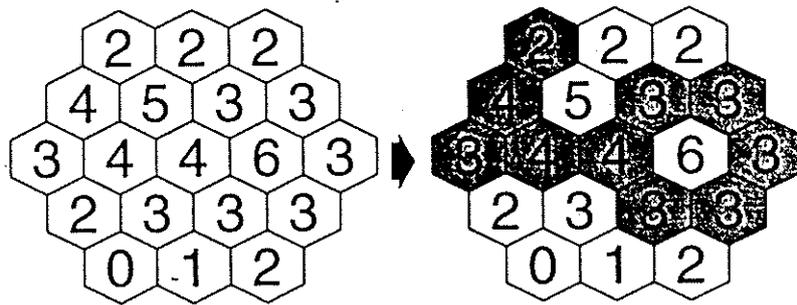
0	0											
0	1	1	1									
0	2	1	2	2	2							
0	3	1	3	2	3	3	3					
0	4	1	4	2	4	3	4	4	4			
0	5	1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	
0	6	1 6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

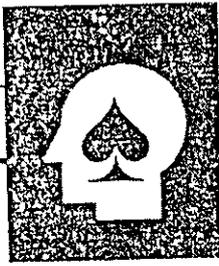


CLAROSCURO

En cada figura hay que sombrear algunas casillas, guiándose por los números que contienen. Cada número indica cuántas casillas sombreadas deben quedar en el conjunto formado por la propia casilla que lleva ese número y las que le son vecinas.

Le damos un caso resuelto a modo de ejemplo y una casilla sombreada en el primer juego que le simplificará el comienzo..

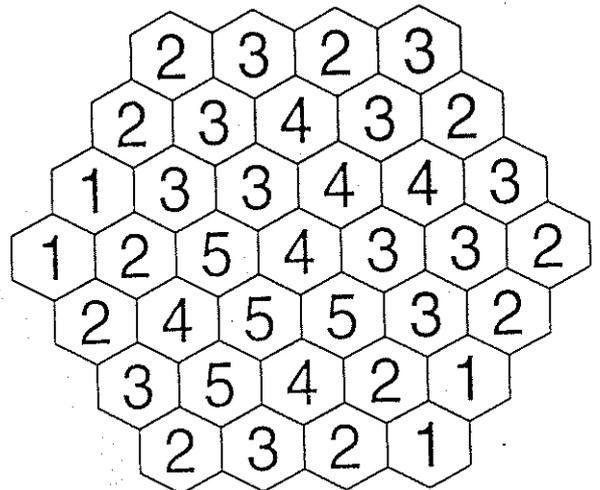
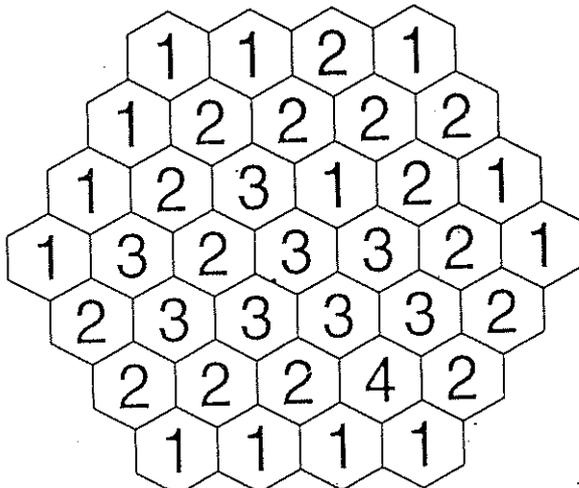
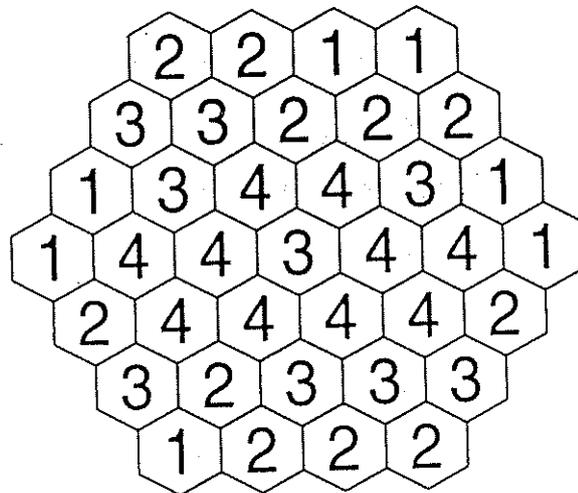
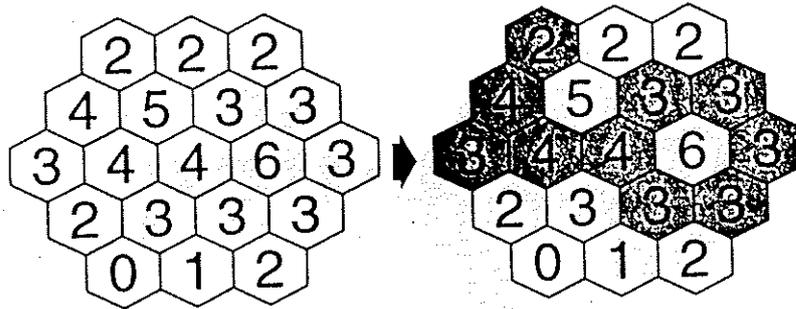




CLAROSCURO

En cada figura hay que sombrear algunas casillas, guiándose por los números que contienen. Cada número indica cuántas casillas sombreadas deben quedar en el conjunto formado por la propia casilla que lleva ese número y las que le son vecinas.

Le damos un caso resuelto a modo de ejemplo.

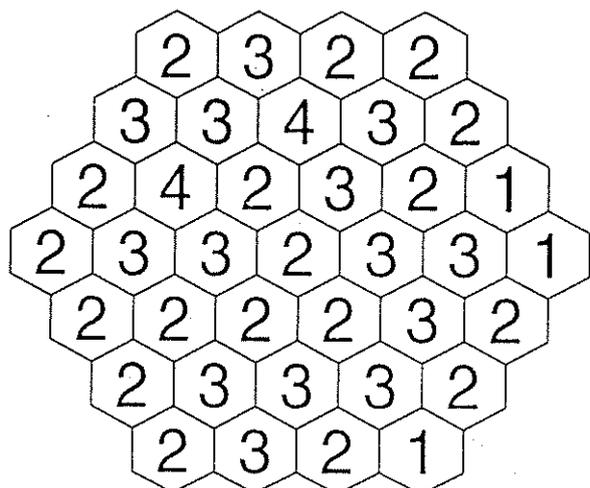
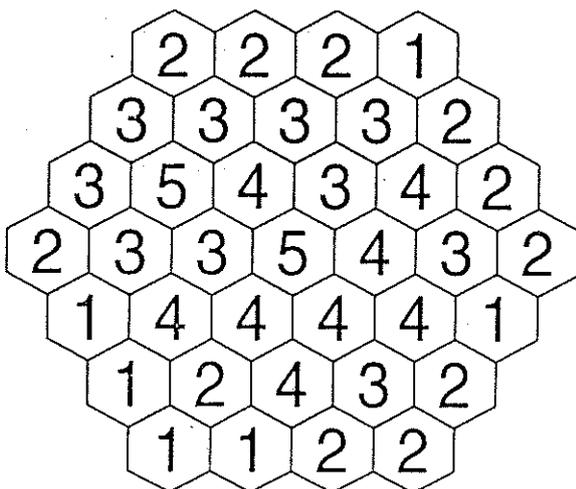
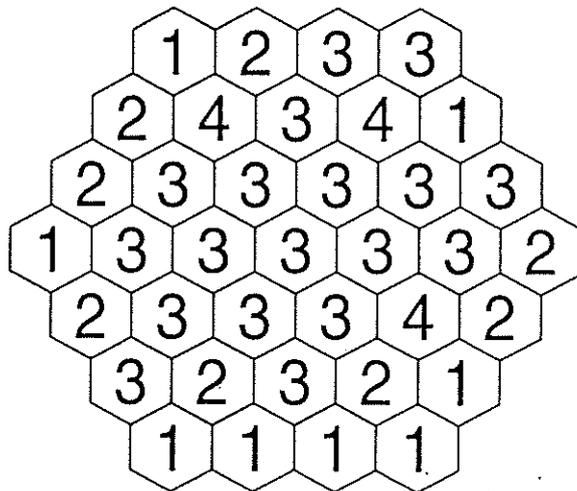
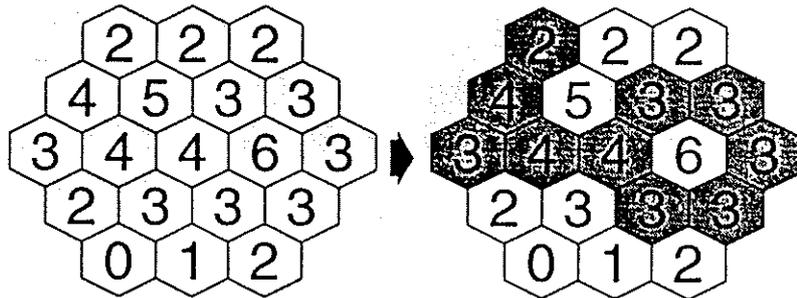




CLAROSCURO

En cada figura hay que sombrear algunas casillas, guiándose por los números que contienen. Cada número indica cuántas casillas sombreadas deben quedar en el conjunto formado por la propia casilla que lleva ese número y las que le son vecinas.

Le damos un caso resuelto a modo de ejemplo.



EL SABUESO

INSTRUCCIONES

Un buen sabueso ha recorrido esmeradamente cada uno de los campos cuadrículados que conforman este juego. Al día siguiente llega usted y sólo encuentra algunos rastros dispersos.

Reconstruya exactamente los recorridos del sabueso sabiendo que:

1) Cada tablero contiene un recorrido diferente e independiente de los demás.

2) El sabueso ha avanzado a lo largo de números consecutivos, pasando de una casilla a otra vecina, en horizontal o en vertical (nunca en diagonal).

3) Cada recorrido empieza en un número que puede estar entre 1 y 25, y es algo que

también usted deberá descubrir (los números que aparecen en las cuadrículas como pistas no son necesariamente el inicio o el final del recorrido).

4) El sabueso no ha dejado casillas sin visitar; es decir, ha recorrido todo el tablero.

		50	15		
	19				
					36
		28			

COMO RESOLVERLO

Una buena manera de empezar a resolver este juego es fijarse, dentro de los números-pista que aparecen, cuál es el par que menos diferencia numérica tiene.

En este caso, el 15 y el 19. El recorrido a hacer entre ambos números puede ser uno de estos dos:

A					
		50	15		
			16		
	19	18	17		
					36
		28			

B					
		50	15		
		17	16		
	19	18			
					36
		28			

Nuestro próximo paso será dibujar el camino desde el 19 hasta el 28, y de ahí, hasta el 36. En este momento podremos deducir cuál de nuestras dos opciones anteriores es la correcta. Si lo hacemos partiendo de la opción A, el esquema quedaría así:

		50	15		
21	20		16		
22	19	18	17		
23	26	27	30	31	36
24	25	28	29		

La casilla libre entre el 20 y el 16 podría

ocuparse con el 51, pero no podríamos completar el camino desde el 31 al 36 sin dejar casillas vacías. Esto nos permite deducir que la opción B era la correcta.

Siguiendo con la idea de encontrar el camino hacia el número más cercano e intentando no dejar casillas vacías y aisladas, llegamos desde el 28 hasta el 36.

Para que la casilla del extremo inferior derecho no quede vacía, allí deberemos ubicar obligatoriamente al 35. Volvemos a tener una sola manera de hacerlo:

		50	15		
21	20	17	16		
22	19	18	31	32	
23	26	27	30	33	36
24	25	28	29	34	35

De aquí en más sólo nos resta completar las casillas restantes con el recorrido de números que va desde el 36 hasta el 50.

En este caso, como las casillas que quedan suman trece (exactamente los números necesarios para ir del 36 al 50), no deberemos seguir el camino más allá del 50 ni tampoco empezar el recorrido antes del 15, cosa que sí puede suceder en alguno de los juegos.

¿Se anima a completarlo solo?

108

			6		
	11		1		
	14		36		
	21		27		

109

		25	10	5	
				12	
				21	
		40			

110

	37	34			
				29	24
42	19				
7	18				

111

			14		
5		11	28		
		36	29		19
40					

112

	40	27			
			7		
	42				
		11			
			13		

113

				8	
	32	1	6		
		36	19		

114

12					5
25					18
26					19
39					32
40					

115

					19
	38				
			41		
		43			
				32	
9	28				

116

	1			10	
	18			5	
	19			22	

117

		3	6		
	27			8	
	38	25	16		

118

			27		
		25		35	
	7				31
1		9			

119

11					46
13	20	33	30	27	44

LA AMENAZA

INSTRUCCIONES

En cada tablero, las letras J, K, L, M y N representan a un rey, una dama, una torre, un alfil y un caballo de ajedrez, aunque no necesariamente en este orden. Obviamente en cada tablero la representación es distinta, aunque por casualidad se puede llegar a repetir en algún caso.

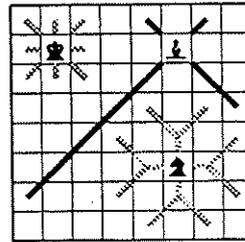
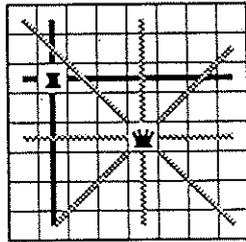
Los números en los tableros indican cuántas de esas piezas amenazan a la casilla que contiene al número.

Descubra, para cada tablero, qué pieza es cada letra.

Para poder resolver este juego no es necesario que sepa jugar al ajedrez. Tan solo debe conocer cuál es el movimiento de cada una de las piezas que participan: la **torre** se

mueve el número de casillas que quiera pero sólo en horizontal y vertical; el **rey** lo hace hacia cualquier dirección pero sólo de a una casilla por vez; la **dama** lo hace también en cualquier dirección y todas las casillas que desee; el **alfil** se mueve sólo en diagonal, el número de casillas que quiera y el **caballo** se mueve en forma de L, hacia cualquier lado. El caballo es la única pieza que puede saltar por sobre las demás. Esto es importante para tener en cuenta, ya que una dama, por ejemplo, no puede amenazar a una casilla si en la mitad del recorrido hay otra ficha ubicada. Los números, en cambio, no obstaculizan, ya que son sólo datos, no fichas.

Para más claridad, aquí van dos esquemas con los movimientos señalados:



COMO RESOLVERLO

Tomemos un juego de ejemplo:

			J				
	1	2					
	K						
L							
	M						
		0	3				
			N				

Para empezar a resolverlo, es importante considerar el 0 que allí figura. Significa que ni la M ni la N son rey, dama ni alfil (ya que, de lo contrario, estarían amenazando a esa casilla y no figuraría con un 0); por lo que entre ellas está la **torre** y el **caballo**.

Para que la casilla que tiene el número 3 esté amenazada por tres piezas, hay que fijarse qué piezas pueden hacerlo. Las úni-

cas que están en condiciones de amenazar son la N, la J y la M. Esta última para hacerlo debe ser necesariamente el **caballo**. Por lo tanto la N representa a la **torre**. Ahora nos resta deducir a qué fichas representan las tres letras restantes. La J necesita amenazar tanto a la casilla que contiene el número 2 como a la del número 3. La única figura que puede hacerlo es la **dama**.

Ahora resta encontrar las fichas que representan la K y la L. Si la K fuera el **alfil**, la casilla con el 1 no estaría amenazada por ninguna ficha. Por lo tanto, la K es el **rey** y, por descarte, la L es el **alfil**.

Y ésta es, finalmente, la solución correcta:

♔ = K ♕ = J ♖ = N

♗ = L ♘ = M

Podrá encontrar varios caminos para llegar al mismo resultado. Pero la solución siempre es única.

174

		0				J	
			K		L		
		M		N			
				0		0	

 =  =  =
 =  =

175

		1					
				0		J	
			K		L		
		M		N			
				0			
			0				

 =  =  =
 =  =

176

J	K		1				0
L	M						
	0						N
							0

 =  =  =
 =  =

177

J		K					
			1				
L		M	0				N
		1					

 =  =  =
 =  =

178

				2			
		0	J	K			
		L	M	N			
		1					

 =  =  =
 =  =

179

			J	K			
	L		M	N	0		
			3				

 =  =  =
 =  =

180

	J		0			1	
K		L					
	M	1					N

 =  =  =
 =  =

181

		J		0	0	0	
K				L			M
		N					
				1			

 =  =  =
 =  =



POKER CRUZADO

De un mazo de 28 cartas de póker (con 8, 9, 10, J, Q, K, As) seleccionamos 25 y armamos un cuadro de 5 x 5 cartas. Nos quedan 12 "manos" de 5 cartas (5 horizontales, 5 verticales y 2 diagonales). Junto a cada "mano" indicamos la combinación que contiene. **PAREJA**: dos cartas de igual valor. **DOBLES PAREJAS**: dos parejas. **TRIO**: tres cartas de igual valor. **FULL**: un trío y una pareja. **POKER**: cuatro cartas de igual valor. **ESCALERA**: cinco cartas de valores consecutivos. Las escaleras posibles son: **As, 8, 9, 10, J - 8, 9, 10, J, Q - 9, 10, J, Q, K - 10, J, Q, K, As**. **ESCALERA DE COLOR**: una escalera con todas las cartas del mismo palo. Cuando no se da ninguna de esas combinaciones, se indica **NADA**. No es forzoso que las cartas estén ordenadas en cada "mano". Por ejemplo, en la línea que contiene escalera puede estar primero un 9, luego un 8, después una J, etc. Deduzca los valores de todas las cartas. (Sólo le pedimos los valores, no los palos.)

		♦ J		♥ A	
	♦ 9				
♣ 8			♥ Q		

▲ NADA

▲ FULL

▲ ESCALERA

▲ ESCALERA

▲ ESCALERA

▲ DOBLE PAREJA

▲ TRIO

▲ POKER

▲ FULL

▲ ESCALERA

▲ PAREJA

▲ ESCALERA

8	9	10	J	Q	K	A
✓	✓		✓	✓		✓



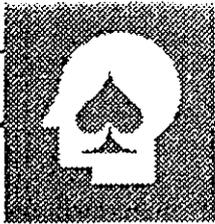
POKER CRUZADO

De un mazo de 28 cartas de póker (con 8, 9, 10, J, Q, K, As) seleccionamos 25 y armamos un cuadro de 5 x 5 cartas. Nos quedan 12 "manos" de 5 cartas (5 horizontales, 5 verticales y 2 diagonales). Junto a cada "mano" indicamos la combinación que contiene. PAREJA: dos cartas de igual valor. DOBLES PAREJAS: dos parejas. TRIO: tres cartas de igual valor. FULL: un trío y una pareja. POKER: cuatro cartas de igual valor. ESCALERA: cinco cartas de valores consecutivos. Las escaleras posibles son: As, 8, 9, 10, J - 8, 9, 10, J, Q - 9, 10, J, Q, K - 10, J, Q, K, As. ESCALERA DE COLOR: una escalera con todas las cartas del mismo palo. Cuando no se da ninguna de esas combinaciones, se indica NADA. No es forzoso que las cartas estén ordenadas en cada "mano". Por ejemplo, en la línea que contiene escalera puede estar primero un 9, luego un 8, después una J, etc. Deduzca los valores de todas las cartas. (Sólo le pedimos los valores, no los palos.)

				♣ 8	ESCALERA
	♥ 10				ESCALERA
		♣ 10		♣ Q	POKER
	♣ A				DOBLE PAREJA
		♥ 9	♥ K		DOBLE PAREJA

- ▲ PAREJA
- ▲ DOBLE PAREJA
- ▲ DOBLE PAREJA
- ▲ DOBLE PAREJA
- ▲ TRIO
- ▲ FULL

8	9	10	J	Q	K	A
✓	✓	✓		✓	✓	✓
		✓				



POKER CRUZADO

De un mazo de 28 cartas de poker (con 8, 9, 10, J, Q, K, As) seleccionamos 25 y armamos un cuadro de 5x5 cartas. Nos quedan 12 "manos" de 5 cartas (5 horizontales, 5 verticales y 2 diagonales). Junto a cada "mano" indicamos la combinación que contiene. PAREJA: dos cartas de igual valor. DOBLES PAREJAS: dos parejas. TRIO: tres cartas de igual valor. FULL: un trío y una pareja. POKER: cuatro cartas de igual valor. ESCALERA: cinco cartas de valores consecutivos. Las escaleras posibles son: As, 8, 9, 10, J - 8, 9, 10, J, Q - 9, 10, J, Q, K - 10, J, Q, K, As. ESCALERA DE COLOR: una escalera con todas las cartas del mismo palo. Cuando no se da ninguna de esas combinaciones, se indica NADA. No es forzoso que las cartas estén ordenadas en cada "mano". Por ejemplo, en la línea que contiene escalera puede estar primero un 9, luego un 8, después una J, etc. Deduzca los valores de todas las cartas. (Sólo le pedimos los valores, no los palos.)

J [♦]				A [♣]	▶ TRIO
					▶ TRIO
				Q [♥]	▶ TRIO
					▶ POKER
					▶ DOBLE PAREJA
9 [♣]		K [♠]			▶ ESCALERA
▶ ESCALERA	▶ TRIO	▶ NADA	▶ DOBLE PAREJA	▶ FULL	▶ ESCALERA

8	9	10	J	Q	K	A
	✓		✓	✓	✓	✓

BATALLA NAVAL

INSTRUCCIONES

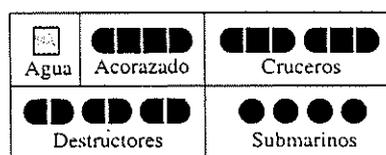
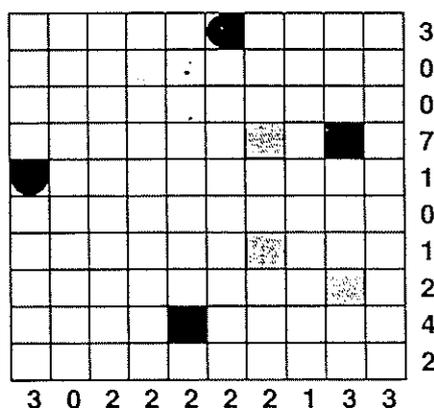
En cada tablero hay escondida una flota completa, igual a la que se muestra en la figura inferior.

Sólo se conocen algunos de los cuadros ocupados por la flota, y algunos de los que están invadidos por agua, tal como se indica en el interior de cada tablero. Las formas le indican si se trata de una punta de barco, de un submarino completo, etcétera.

Al pie de cada columna y al costado derecho de cada fila se indica con números cuántos cuadros ocupa la flota en esa columna o hilera.

Alrededor de cada barco hay agua.

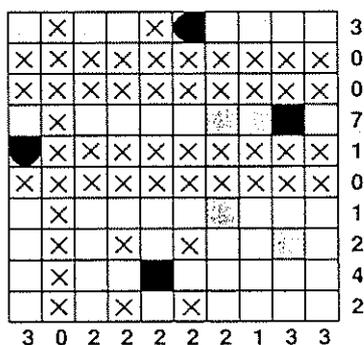
Deduzca, para cada tablero, la situación de la flota.



CÓMO RESOLVERLO

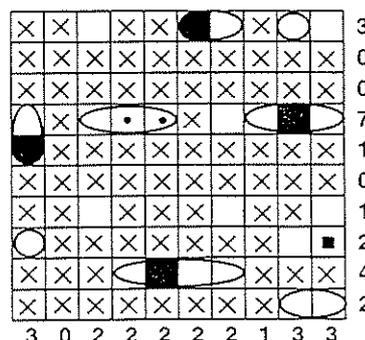
La flota se va descubriendo por deducciones lógicas. Si una línea está calificada con 0, anulamos (con "agua") todos sus cuadros. Lo mismo en una línea calificada con 1, si ya muestra un cuadro ocupado. También ponemos "agua" en los cuadros de alrededor de los barcos enteros o partes ya reveladas.

El acorazado sólo puede aparecer en líneas calificadas con 4 o más. Este criterio también sirve para ubicar los dos cruceros. En base a estas sugerencias podemos resolver el juego de arriba. Marcamos con cruces los casilleros que obligatoriamente deben llevar "agua" por lo antes detallado:

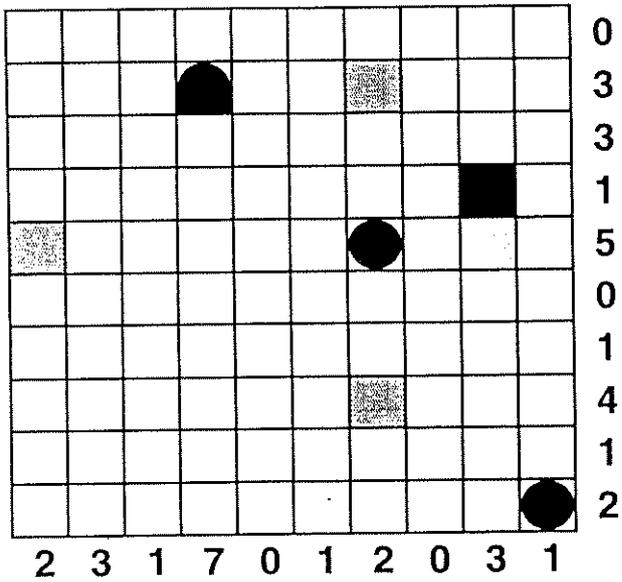


De aquí ya podemos deducir que en la línea donde aparece el 7 va un crucero, ya que figura como ayuda su parte central. También marcamos que en la primera columna hay un destructor, del cual aparece un extremo. Podemos marcar "agua" en la antepenúltima columna, ya que está calificada con un 1 y ya marcamos en ella el extremo del crucero. Así podemos señalar otro destructor: el de la primera hilera, del cual también aparece un extremo. La última ayuda que queda indica que se trata de un acorazado debido a que no existe otra hilera o columna calificada con 4 o más. Aún no

sabemos dónde empieza ni dónde termina, pero podemos poner "agua" en el resto de esa hilera. Los casilleros extremos de la antepenúltima hilera van ocupados para poder sumar los 2 que indica. El primero es un submarino, ya que con él suman los 3 permitidos en la primera columna. El resto de esa columna es "agua". Los casilleros señalados con un punto van ocupados, ya que allí va el crucero restante, pero tampoco sabemos dónde empieza y dónde termina. Esto nos permite poner "agua" en la casilla restante de la quinta columna. Como ahora el casillero que queda en la séptima columna debe estar ocupado, ya sabemos dónde termina (y dónde empieza) el acorazado. Así, completamos con "agua" las cuatro columnas que pasan por él, ya que ahora sí todas cumplen con el 2 indicado. Esto nos deja clara la ubicación del crucero de los puntos. Nos resta ubicar dos destructores y tres submarinos. Como la casilla señalada con un cuadrado va ocupada, la diagonal a ella debe ser "agua" y entonces, en la antepenúltima columna las dos casillas libres van ocupadas: la superior con un submarino (y suman 3 en horizontal), y la inferior con un destructor (y suman 2). Sólo faltan ubicar dos submarinos. ¿Se anima?

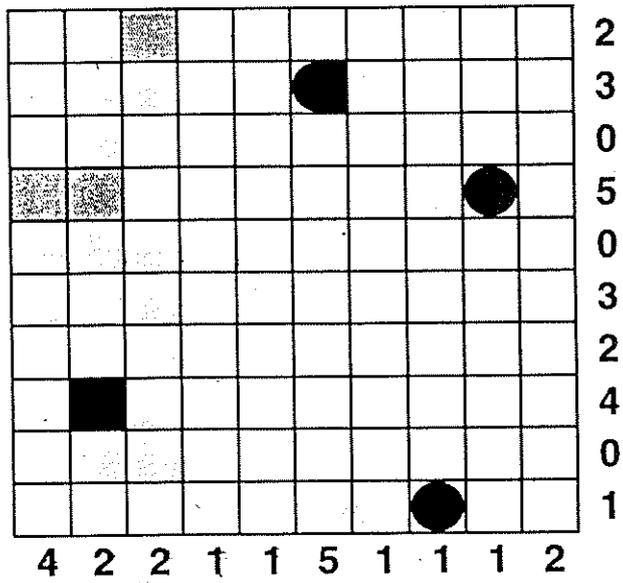


1



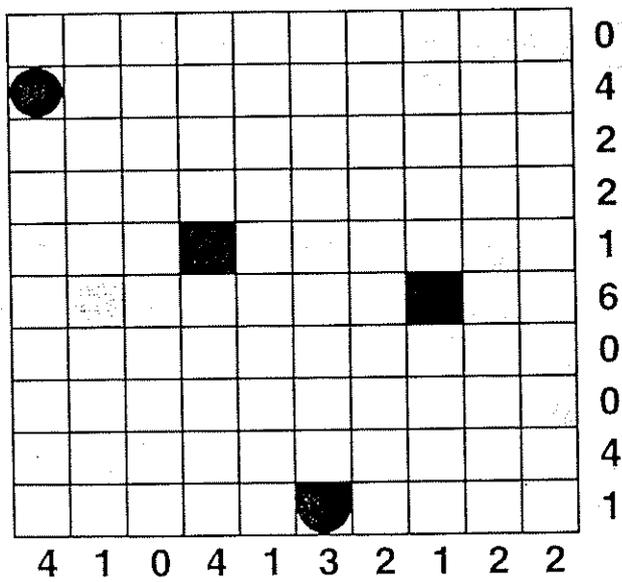
Agua	Acorazado	Cruceros
Destructoros	Submarinos	

2



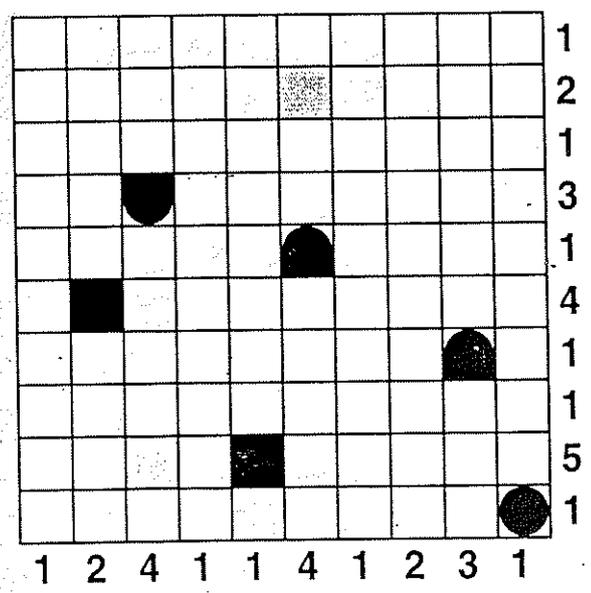
Agua	Acorazado	Cruceros
Destructoros	Submarinos	

3



Agua	Acorazado	Cruceros
Destructoros	Submarinos	

4



Agua	Acorazado	Cruceros
Destructoros	Submarinos	

Batalla Naval



En cada tablero hay escondida una flota completa, igual a las que se muestran en las figuras. Sólo se conocen algunos de los cuadros ocupados por la flota, y algunos de los que están invadidos por agua. Las formas le indican si se trata de una punta de barco, de un submarino completo, etc. Al pie de cada columna y al costado de cada fila, se indica con números cuántos cuadros ocupa la flota en esa columna o fila. Deduzca, para cada tablero, la situación de la flota. Tenga en cuenta que en todos los cuadros alrededor de cada barco hay agua.

A

1 Acorazado
 2 Cruceros
 3 Destruyores
 4 submarinos
 Agua

B

1 Acorazado
 2 Cruceros
 3 Destruyores
 4 submarinos
 Agua

C

1 Acorazado
 2 Cruceros
 3 Destruyores
 4 submarinos
 Agua

D

1 Acorazado
 2 Cruceros
 3 Destruyores
 4 submarinos
 Agua

E

1 Acorazado
 2 Cruceros
 3 Destruyores
 4 submarinos
 Agua

F

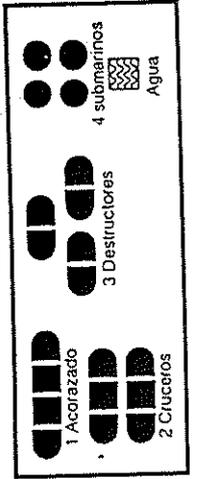
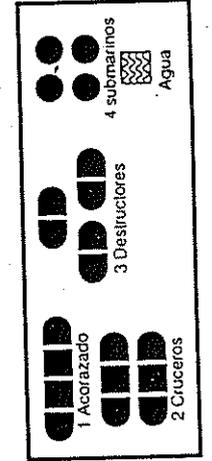
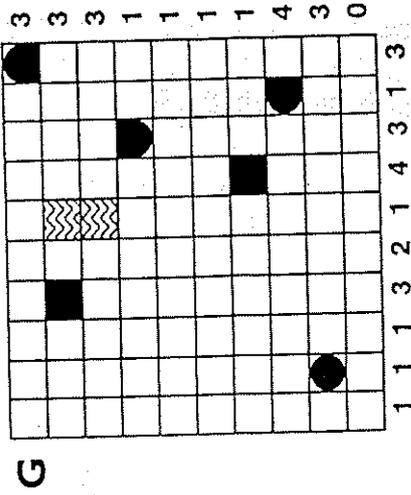
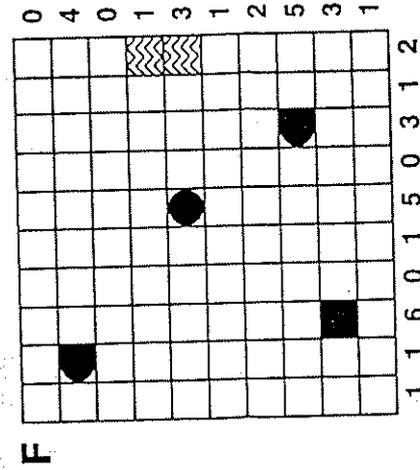
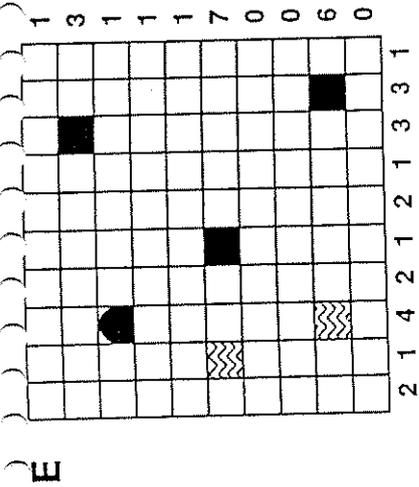
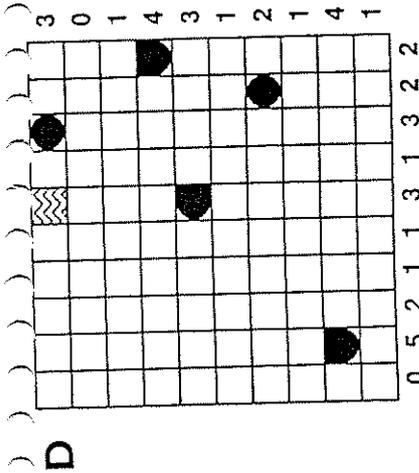
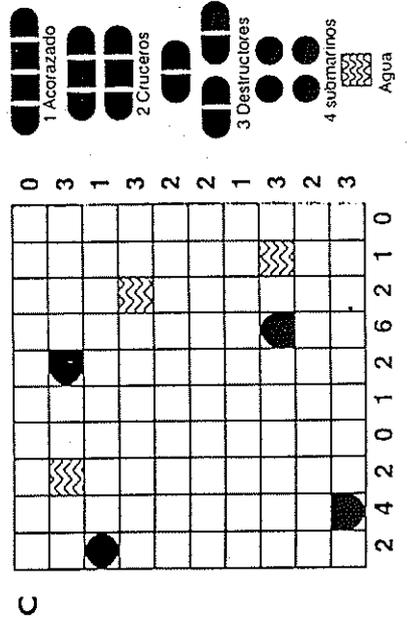
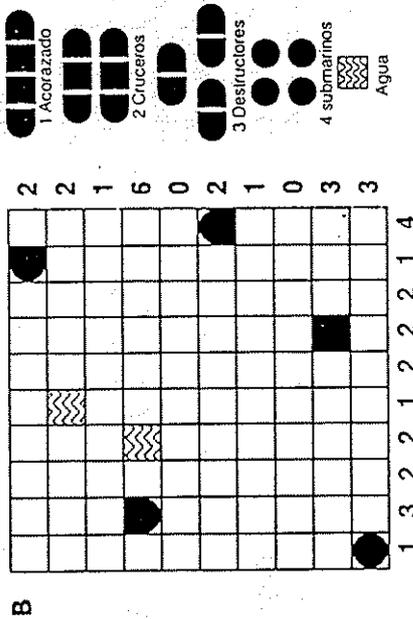
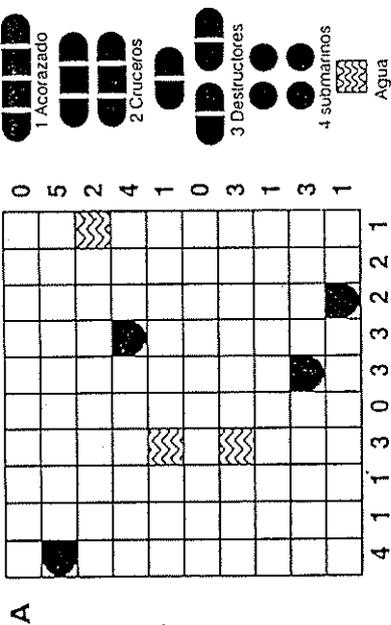
1 Acorazado
 2 Cruceros
 3 Destruyores
 4 submarinos
 Agua

G

1 Acorazado
 2 Cruceros
 3 Destruyores
 4 submarinos
 Agua

Batalla Naval

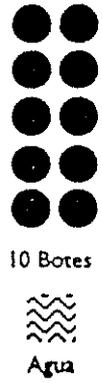
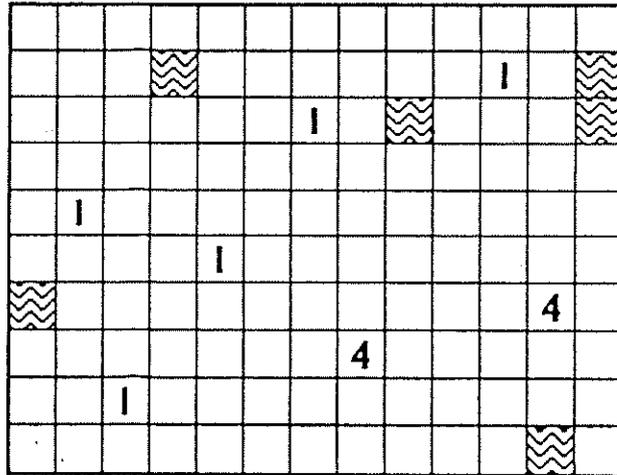
En cada tablero hay escondida una flota completa, igual a las que se muestran en las figuras. Sólo se conocen algunos de los cuadros ocupados por la flota, y algunos de los que están invadidos por agua. Las formas le indican si se trata de una punta de barco, de un submarino completo, etc. Al pie de cada columna y a cada lado de cada fila, se indica con números cuántos cuadros ocupa la flota en esa columna o fila. Deduzca, para cada tablero, la situación de la flota. Tenga en cuenta que en todos los cuadros alrededor de cada barco hay agua.



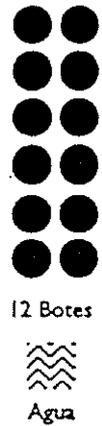
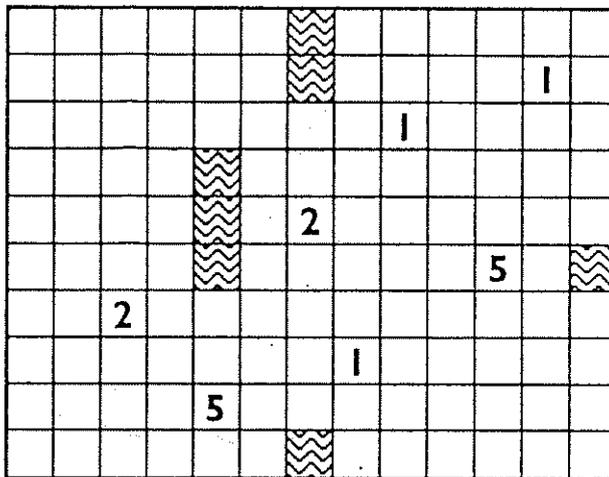
Los siete faros

Cada cuadro es un mar plagado de escollos donde, para facilitar la navegación, hay siete faros que sirven de guía a los botes que se indican en cada caso. Cada faro ilumina en línea recta, en horizontal y vertical (pero no en diagonal) a la cantidad de botes indicada en su casilla. Descubra dónde están las embarcaciones teniendo en cuenta que en ningún caso se tocan entre sí o con un faro (ni siquiera en diagonal).

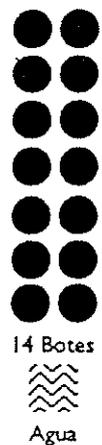
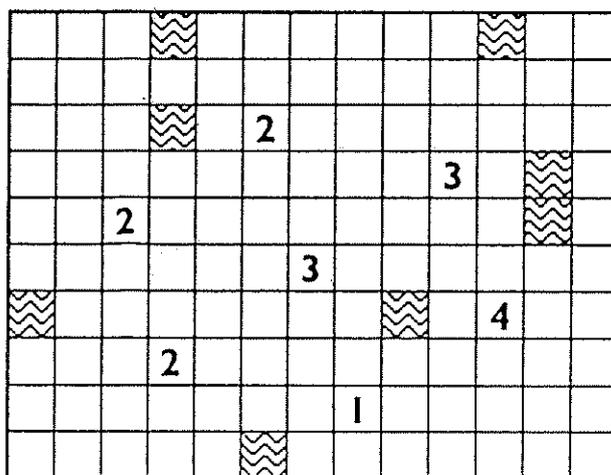
A



B



C

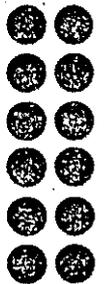
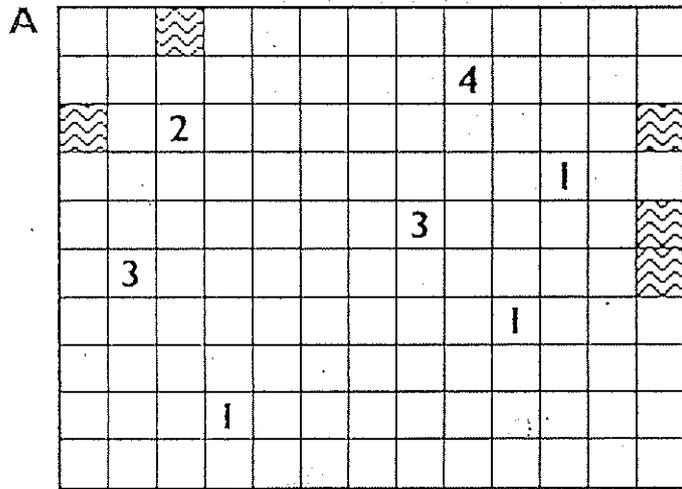


Los siete faros

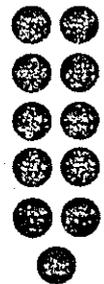
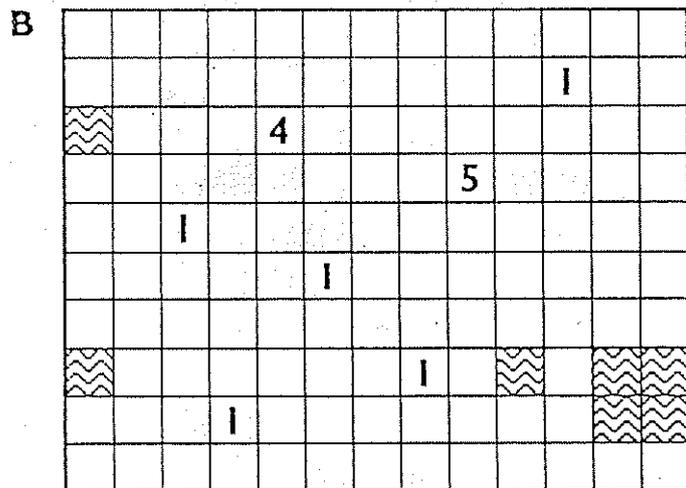
Cada cuadro es un mar plagado de escollos donde, para facilitar la navegación, hay siete faros que sirven de guía a los botes que se indican en cada caso.

Cada faro ilumina en línea recta, en horizontal y vertical (pero no en diagonal) a la cantidad de botes indicada en su casilla.

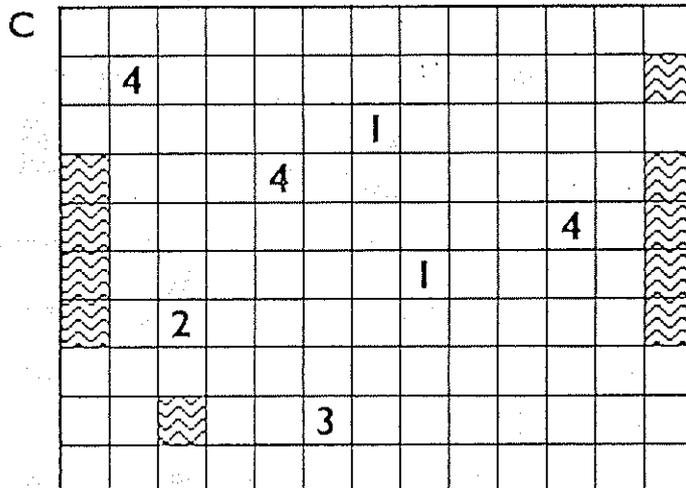
Descubra dónde están las embarcaciones teniendo en cuenta que en ningún caso se tocan entre sí o con un faro (ni siquiera en diagonal).



12 Botes



11 Botes



11 Botes



Carpas

Cada cuadro es un camping. En cada camping hay tantas carpas como árboles, ubicadas de modo que, junto a cada árbol, hay al menos una carpa en horizontal o vertical.

Descubra dónde están las carpas teniendo en cuenta que no puede haber carpas en casillas vecinas y que los números indican cuántas hay en cada hilera o columna.

A

			🌳				1
			🌳				1
		🌳	🌳				1
					🌳		2
		🌳					1
			🌳			🏕️	2
		🌳	🌳			🌳	1
							1
	🌳	🌳			🌳	🏕️	2
					🌳		2
1	3	2	2	3	0	3	

B

		🌳				🌳	2
				🌳			1
		🌳		🌳			2
						🌳	0
	🌳	🌳	🌳				3
							1
			🌳		🌳	🏕️	1
	🌳						1
						🌳	2
						🌳	1
1	3	1	2	2	2	3	

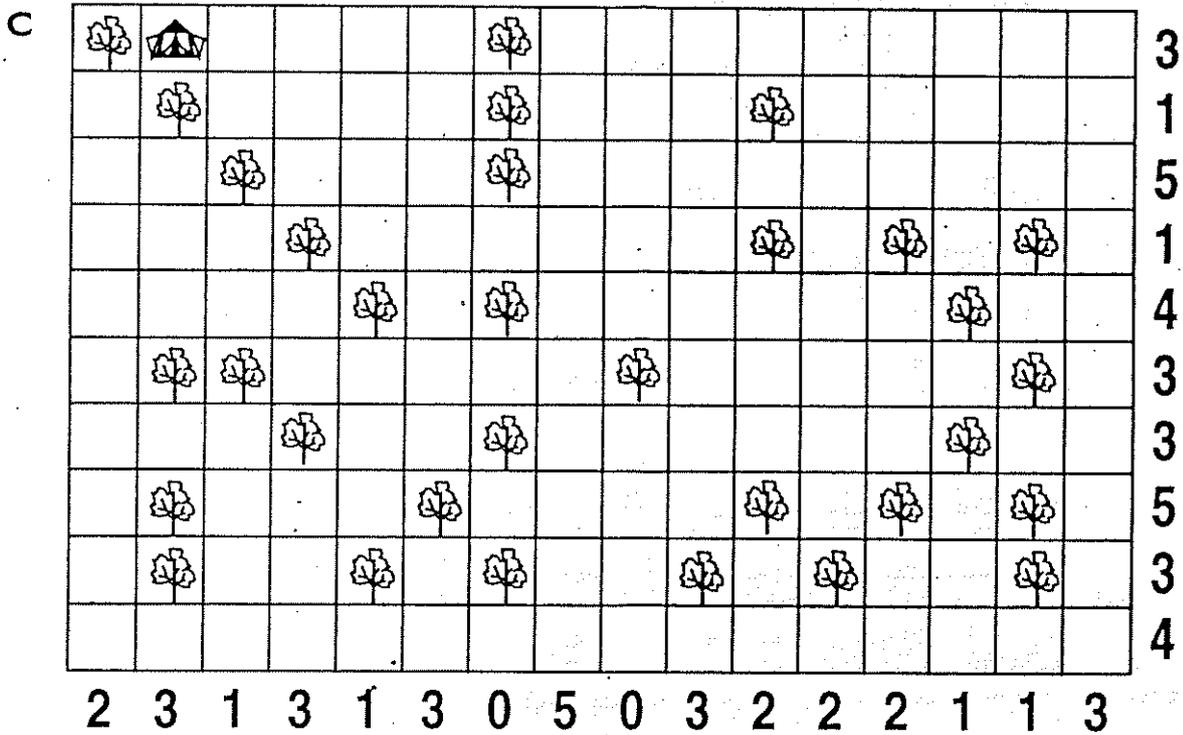
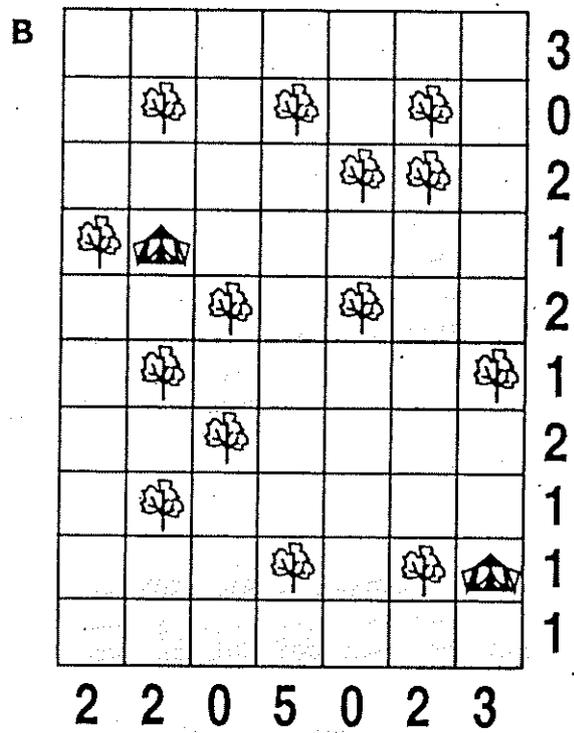
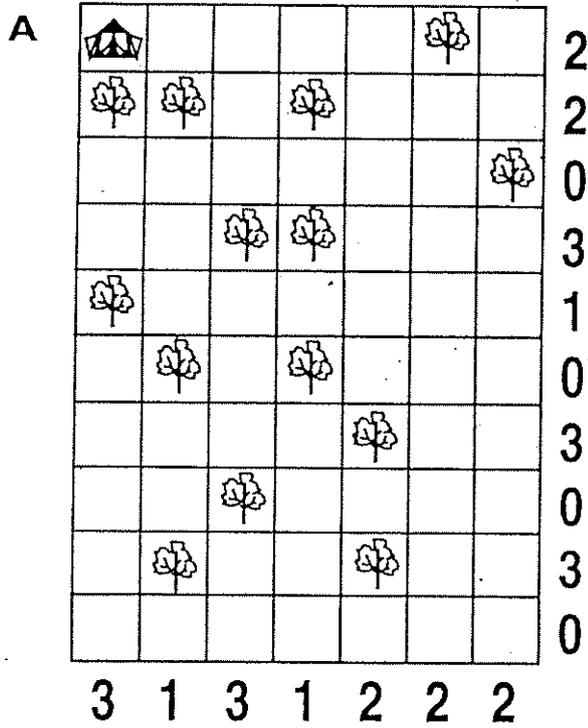
C

						🌳							🌳	4	
	🌳	🌳	🌳	🌳					🌳	🏕️				2	
					🌳	🌳			🌳				🌳	4	
	🌳						🌳					🌳		3	
		🌳					🌳				🌳			2	
				🌳				🌳				🌳		4	
	🌳			🌳				🌳					🌳	3	
	🌳						🌳				🌳			4	
	🌳				🌳			🌳						2	
		🌳											🌳	4	
4	0	3	2	2	3	0	5	0	4	0	2	2	0	4	1

Carpas

Cada cuadro es un camping. En cada camping hay tantas carpas como árboles, ubicadas de modo que, junto a cada árbol, hay al menos una carpa en horizontal o vertical.

Descubra dónde están las carpas teniendo en cuenta que no puede haber carpas en casillas vecinas y que los números indican cuántas hay en cada hilera o columna.



Quién es quién: cómo resolverlos

Los juegos de lógica son todos aquellos que se pueden resolver por pura deducción. En los enigmas de Quién es Quién, donde se trata de correlacionar ciertas características (nombre, apellido, profesión, edad, etc.) le proponemos el uso de diagramas de múltiple entrada. Aquí le indicamos cómo se puede ir resolviendo un caso sencillo.

TE PARA TRES

Tres amigas se reúnen a tomar el té. Deduzca los datos de cada una.

1. Beatriz no es García.
2. López es secretaria en una oficina.
3. La actriz se llama Claudia.
4. La maestra no es Méndez.

(En estos juegos no hay dos variables con una misma cualidad. Es decir que aquí tenemos tres mujeres con nombres y apellidos distintos y con trabajos también distintos.)

SOLUCION

En el esquema vamos a indicar con una cruz (X) las relaciones que no valen y que quedan eliminadas y con un círculo (O) las relaciones correctas. Por pista 1 colocamos una X en el cruce de Beatriz con García.

	Nombre	Apellido			Actividad		
		García	López	Méndez	Actriz	Maestra	Secretaria
Nombre	Alicia						
	Beatriz	X					
	Claudia						
Con	Actriz						
	Maestra						
	Secretaria						

La pista 2 nos da una relación correcta: López es secretaria. Colocamos un O en el cruce de secretaria con López. Al marcar un O en un sector, todas las casillas de su horizontal y su vertical deben llenarse con X pues quedan eliminadas. En este caso, en el sector ACTIVIDAD-APELLIDO, colocamos las X en las casillas secretaria-García, secretaria-Méndez, actriz-López y maestra-López. El esquema queda así:

	Nombre	Apellido			Actividad		
		García	López	Méndez	Actriz	Maestra	Secretaria
Nombre	Alicia						
	Beatriz	X					
	Claudia						
Con	Actriz		X				
	Maestra		X				
	Secretaria	X	O	X			

Incorpore usted en el esquema los datos correspondientes a las pistas 3 y 4. Si siguió nuestras indicaciones, el esquema deberá verse así:

	Nombre	Apellido			Actividad		
		García	López	Méndez	Actriz	Maestra	Secretaria
Nombre	Alicia				X		
	Beatriz	X			X		
	Claudia				O	X	X
Con	Actriz		X				
	Maestra		X	X			
	Secretaria	X	O	X			

En el sector ACTIVIDAD-APELLIDO quedan ahora determinadas dos relaciones correctas: maestra-García y actriz-Méndez. Incorpore usted los O correspondientes. Observe que Claudia es la actriz y que la actriz es Méndez, por lo tanto Claudia es Méndez. Así obtiene otra relación correcta. Usted está en condiciones de completar la solución. Compare su respuesta con la nuestra:

Nombre	Apellido	Actividad
Alicia	García	Maestra
Beatriz	López	Secretaria
Claudia	Méndez	Actriz



UN ALTO EN EL CAMINO

Sólo tres viajeros se han detenido en el único bar de la polvorienta ruta. Deduzca qué bebió y qué comió cada uno, sabiendo que:

1. Al ver el aspecto de la salchicha que estaba comiendo John (que no bebió agua), el del jeep pidió otra cosa para acompañar su cerveza.
2. Kevin (que no pidió huevos y jamón) estacionó su camión entre el jeep y la moto.
3. El primer parroquiano pidió whisky y el último, huevos y hamburguesa.

VIAJERO	VEHICULO	BEBIDA	HUEVOS Y
Dave			
John			
Kevin			



¡MUSICA, MUSICA!

Vivir en un edificio con tres vecinos músicos tiene sus encantos... y sus inconvenientes. Deduzca qué estudia y cuántas horas practica cada uno, sabiendo que:

1. Entre los tres, practican exactamente 12 horas.
2. El que estudia clarinete vive dos pisos más abajo que quien practica durante 5 horas.
3. Lepont vive dos pisos más arriba que el pianista.
4. El violinista vive en el 8° y practica una hora menos que Marasco (que no vive en el 6°).
5. García practica una hora más que el del 4°.

VECINO	PISO	ESTUDIA	HORAS
García			
Lepont			
Marasco			



¡QUE CAMPEON!

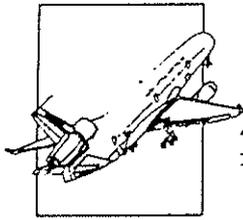
El Invencible Fútbol Club se consagró campeón ganando los últimos tres partidos disputados. Deduzca quién fue el árbitro, cuántos goles hubo a favor del Invencible y cuántos goles hubo en contra en cada encuentro.

1. El Invencible ganó los tres partidos, y dos de ellos, por más de un gol.
2. En el encuentro contra Coraje (que acabó con una cantidad par de goles) el árbitro fue el señor Serrano.
3. Honor no convirtió ningún tanto.
4. En el partido arbitrado por Domato hubo menos goles que en el dirigido por Marconi.



		ARBITRO			A FAVOR			EN CONT.		
		Domato	Marconi	Serrano	2	3	4	0	1	3
RIVAL	Coraje									
	Gloria									
	Honor									
ENCONT.	0									
	1									
	3									
A FAVOR	2									
	3									
	4									

RIVAL	ARBITRO	A FAVOR	EN CONTRA



Aeropuerto internacional

En el Aeropuerto Internacional de Logilandia el tráfico aéreo es cada día más intenso. Nos encontramos frente a una de las pantallas que anuncian las salidas, destinos, llegadas y procedencias de los vuelos, y hemos tomado apresuradamente unas notas que, con su ayuda, nos gustaría ordenar. Relacione para ello los datos siguientes:

Salidas

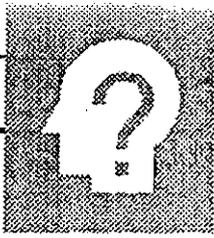
COMPAÑÍA	Nº DE VUELO	DESTINO	HORA DE SALIDA
			11.00
			11.30
			12.00
			12.30

- El vuelo de la compañía ENTRERRISCOS saldrá 30 minutos más tarde que el vuelo número 602.
- El vuelo con destino a TIJUANA y el que se dirige a MONTERREY son los dos últimos en salir.
- El vuelo 904 saldrá 30 minutos más tarde que el que se dirige a MANAGUA.
- El vuelo de la compañía SURCADORA y el vuelo 504 son los dos primeros en salir.
- El vuelo 803 tiene anunciada su salida 30 minutos más tarde que el de la compañía AVENTURA.
- El vuelo que se dirige a AMBERES saldrá una hora antes que el que se dirige a MONTERREY.
- ¿A qué hora tiene su salida el vuelo de la compañía EL SALTO?

Llegadas

COMPAÑÍA	Nº DE VUELO	PROCEDENCIA	HORA DE LLEGADA
			10.00
			10.30
			11.00
			11.30

- La compañía ESCARLA anuncia la llegada de su vuelo 30 minutos más tarde que el vuelo procedente de DUBLÍN y 30 minutos antes que el vuelo 608.
- El vuelo 904 llegará, según se anuncia, una hora más tarde que el vuelo 301.
- El vuelo procedente de VIENA y el de la compañía SIDERAL, según el orden de llegada, son los últimos vuelos.
- El vuelo de la compañía ABISAL tiene la llegada una hora más tarde que el de la compañía DELTA.
- El vuelo procedente de AMBERES llegará antes que el procedente de TURÍN.
- ¿A qué hora tiene anunciada su llegada el vuelo 624?

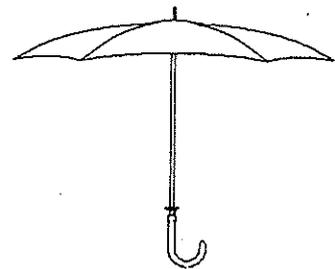


IMPUESTO AL AIRE

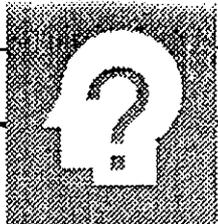
La comuna de nuestra ciudad necesita recaudar fondos. Es por eso que, en un despliegue de ingenio y creatividad nunca antes visto (salvo en la campaña electoral), cinco ediles no muy decentes han aprobado nuevos proyectos de impuestos. Hasta ahora la información sólo circula como rumores por los pasillos. Pero usted, nuestro gran periodista, ya está recabando todos los datos para sacar a la luz este indignante fraude.

1. El concejal liberal propuso el impuesto al aire respirable, que sería más caro que el impuesto del día viernes.
2. El día lunes se promovió el impuesto a los feriados.
3. La gravación de la siesta (que no fue idea de los demócratas ni de los socialistas) fue valuada en \$ 3.
4. El impuesto de menor monto se promovió el martes y no era para los paraguas.
5. El impuesto propuesto por el partido republicano tenía un valor igual al doble del que se trató un miércoles.
6. El edil demócrata no llevó el proyecto de los paraguas.

		PROMOVIO					IMPUESTO A					POR				
		Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Aire	Feriados	Fotografías	Paraguas	Siesta	\$1	\$2	\$3	\$4	\$5
CONCEJAL	Demócrata															
	Liberal															
	Popular															
	Republicano															
	Socialista															
POR	\$1															
	\$2															
	\$3															
	\$4															
	\$5															
IMPUESTO A	Aire															
	Feriados															
	Fotografías															
	Paraguas															
	Siesta															



CONCEJAL	PROMOVIO	IMPUESTO A	POR



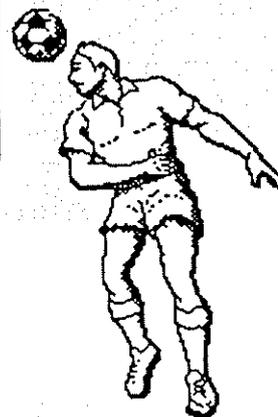
FUTBOL

Parafraseando a Woody Allen podríamos decir que en la vida hay dos cosas importantes. Una es el fútbol. Y la otra... no tiene importancia. Si usted es un lector que sabe gambetear enigmas lógicos, no siga leyendo hasta no resolver este Quién es Quién. O quedará en off side con su conciencia de buen resolvidor.

Cada pista consta de dos afirmaciones separadas por una "o". Una de las afirmaciones es verdadera y la otra es falsa.

1. Gogol hizo una venta por \$ 40.000 o un trato con EE.UU.
2. Patitiesos vendió al arquero o al líbero.
3. Manosanta transfirió al defensor o ganó el doble que Tarjeta de crédito.
4. Tarjeta de crédito vendió a su defensor o ganó la mitad que Manosanta.
5. Shonofui vendió a su arquero o cobró \$ 20.000.
6. Patitiesos vendió a su arquero por \$ 20.000 o cobró \$ 40.000 por otra venta.
7. El precio del centro forward era de \$ 30.000 o Japón compró un jugador por \$ 50.000.
8. EE.UU. pagó \$ 20.000 o Inglaterra pagó \$ 40.000.
9. Manosanta vendió al centro forward o hizo su negocio con Francia.
10. Francia adquirió al wing o pagó \$ 10.000.

		EQUIPO					VENDIDO A					SUMA				
		Gogol	Manosanta	Patitiesos	Shonofui	T. de crédito	Alemania	EE.UU.	Francia	Inglaterra	Japón	\$ 10.000	\$ 20.000	\$ 30.000	\$ 40.000	\$ 50.000
JUGADOR	Arquero															
	Centro forward															
	Defensor															
	Líbero															
	Wing															
SUMA	\$ 10.000															
	\$ 20.000															
	\$ 30.000															
	\$ 40.000															
	\$ 50.000															
VENDIDO A	Alemania															
	EE.UU.															
	Francia															
	Inglaterra															
	Japón															



JUGADOR	EQUIPO	VENDIDO A	SUMA

¡Qué regalos!

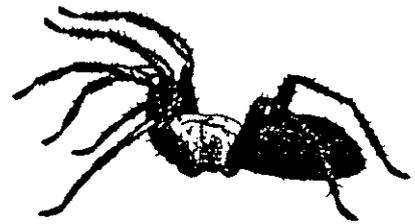
Estos pequeñines insisten en donar sus mascotas al Zoo. Deduzca las relaciones correctas sabiendo que este "quién es quién" es un poco diferente pues las pistas no son afirmaciones, sino que todas expresan una condición: cada una indica que "si pasa tal cosa, entonces sucede tal otra". En el recuadro le explicamos cómo manejarse con los condicio-

nales, lo cual ayudará a extraer conclusiones. Guiándose por estas reglas, vaya viendo cuáles datos pueden ser verdaderos y cuáles falsos. Si aparece alguna contradicción, es señal de que el camino seguido no lleva a la solución. En este caso, revise lo andado y comience de nuevo.

1. Si Daniel no tiene 8 años, entonces Aurelio es lagartija
2. Si Aurelio es lagartija, entonces el caracol es de Ariel
3. Si el caracol es de Ariel, entonces el dueño de Artemio tiene 8 años.
4. Si el dueño de Artemio tiene 8 años, entonces Artemio es de Daniel.
5. Si Ampelio no es de Ezequiel, entonces Daniel no tiene 8 años.
6. Si Ampelio es de Ezequiel, entonces el caracol es del chico de 7 años.
7. Si el caracol es del chico de 7 años, entonces Arsenio es lagartija.
8. Si Ampelio no es del chico de 8 años, entonces el sapo es del chico de 6 años.
9. Si el sapo es del chico de 6 años, entonces Aurelio es del chico de 7 años.
10. Si Aurelio es del chico de 7 años, entonces el caracol es de Ariel.

COMO USAR LAS PISTAS

- Cada pista tiene la forma "Si pasa A, entonces pasa B".
- Cuando A es verdadero, por fuerza B también lo es.
- Cuando A es falso, no se pueden sacar conclusiones sobre B: B puede ser verdadero o falso.
- Cuando B es falso, A también es falso.
- Cuando B es verdadero, no se pueden sacar conclusiones sobre A: A puede ser verdadero o falso.



Mascota	Ampelio	Arsenio	Artemio	Aurelio
Edad	5	6	7	8
Dueño	Ariel	Daniel	Ezequiel	Gabriel

Es	Dueño				Edad			
	Araña	Caracol	Lagartija	Sapo	5	6	7	8
Araña								
Caracol								
Lagartija								
Sapo								
Ariel								
Daniel								
Ezequiel								
Gabriel								



BIENES BIEN REPARTIDOS

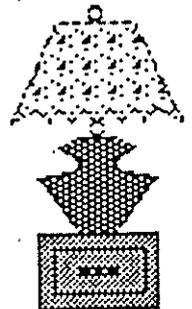
Quando el albacea leyó el testamento de Don Silvester Lonely, un hurraño anciano que acaba de morir, muchos quedaron sorprendidos. Deduzca quiénes heredaron sus bienes, sabiendo que este "quien es quién" es un poco diferente pues las pistas no son afirmaciones, sino que todas expresan una condición: cada una indica que "si pasa tal cosa, entonces sucede tal otra". En el recuadro, le explicamos cómo manejarse con los condicionales, lo cual ayudará a extraer conclusiones. Guiándose por estas reglas, vaya viendo cuáles datos pueden ser verdaderos y cuáles falsos. Si aparece alguna contradicción, es señal de que el camino seguido no lleva a la solución. En este caso, revise lo andado y comience de nuevo.

1. Si Graves no heredó los muebles, entonces el empleado heredó los cuadros.
2. Si el empleado heredó los cuadros, entonces Moffitt es el empleado.
3. Si Dennis es el amigo, entonces el vecino heredó la casa.
4. Si Graves heredó los muebles, entonces Dennis es el amigo.
5. Si Moffitt es el empleado, entonces Graves heredó los muebles.
6. Si el vecino heredó la casa, entonces el empleado heredó las joyas.
7. Si el empleado no heredó los cuadros, entonces Charles se apellida Jackson.
8. Si Charles se apellida Jackson, entonces Moffitt heredó las joyas.
9. Si Moffitt es el empleado, entonces Horace es el sobrino.
10. Si Aldus heredó las joyas, entonces Dennis se apellida Graves.

COMO USAR LAS PISTAS

- Cada pista tiene la forma "Si pasa A, entonces pasa B".
- Cuando A es verdadero, por fuerza B también lo es.
- Cuando A es falso, no se pueden sacar conclusiones sobre B: B puede ser verdadero o falso.
- Cuando B es falso, A también es falso.
- Cuando B es verdadero, no se pueden sacar conclusiones sobre A: A puede ser verdadero o falso.

		APELLIDO				RELACION				HEREDO			
		Blair	Graves	Jackson	Moffitt	Amigo	Empleado	Sobrino	Vecino	Casa	Cuadros	Joyas	Muebles
NOMBRE	Aldus												
	Charles												
	Dennis												
	Horace												
HEREDO	Casa												
	Cuadros												
	Joyas												
	Muebles												
RELACION	Amigo												
	Empleado												
	Sobrino												
	Vecino												



Abuelas ejemplares

Después de criar a los hijos y mientras mima a los nietos, cada una de estas señoras decidió seguir por fin su vocación y comenzó a estudiar. Deduzca las relaciones correctas sabiendo que este "quién es quién" es un poco diferente pues las pistas no son afirmaciones, sino que todas expresan una condición: cada una indica que "si pasa tal cosa, entonces sucede tal otra". En el recuadro le explicamos

cómo manejarse con los condicionales, lo cual ayudará a extraer conclusiones. Guiándose por estas reglas, vaya viendo cuáles datos pueden ser verdaderos y cuáles falsos. Si aparece alguna contradicción, es señal de que el camino seguido no lleva a la solución. En este caso, revise lo andado y comience de nuevo.

1. Si la mayor estudia teatro, entonces Mercedes estudia pintura.
2. Si Mercedes estudia pintura, entonces Ofelia es la menor.
3. Si Ofelia es la menor, entonces la que tiene más nietos estudia teatro.
4. Si la que tiene más nietos estudia teatro, entonces la menor es la que tiene más nietos.
5. Si la de 61 años no tiene 8 nietos, entonces la mayor estudia teatro.
6. Si la mayor no tiene 8 nietos, entonces Nélida estudia canto.
7. Si Nélida estudia canto, entonces la de 62 años estudia violín.
8. Si Nélida no tiene 62 años, entonces la que tiene 10 nietos estudia pintura.
9. Si la de 61 años no estudia pintura, entonces Mercedes tiene 10 nietos.

COMO USAR LAS PISTAS

- Cada pista tiene la forma "Si pasa A, entonces pasa B".
- Cuando A es verdadero, por fuerza B también lo es.
- Cuando A es falso, no se pueden sacar conclusiones sobre B: B puede ser verdadero o falso.
- Cuando B es falso, A también es falso.
- Cuando B es verdadero, no se pueden sacar conclusiones sobre A: A puede ser verdadero o falso.

		Edad	Nietos				Estudia						
		60	61	62	63	8	9	10	11	Canto	Pintura	Teatro	Violín
Abuela	Mercedes												
	Nélida												
	Ofelia												
	Paula												
Estudia	Canto												
	Pintura												
	Teatro												
	Violín												
Nietos	8												
	9												
	10												
	11												

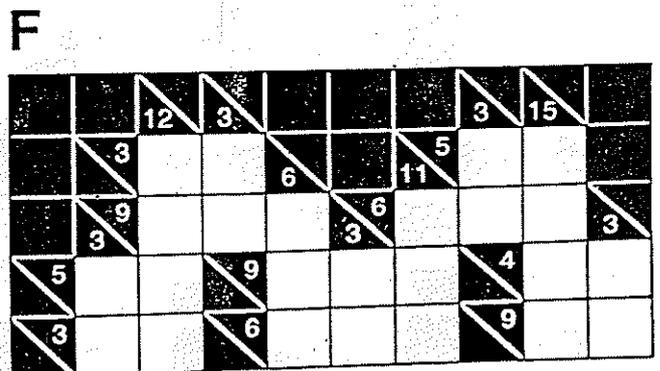
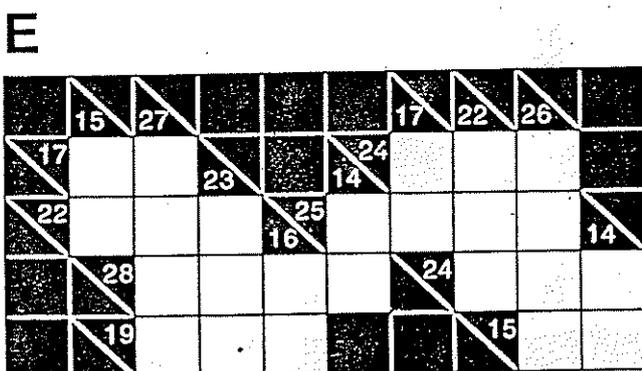
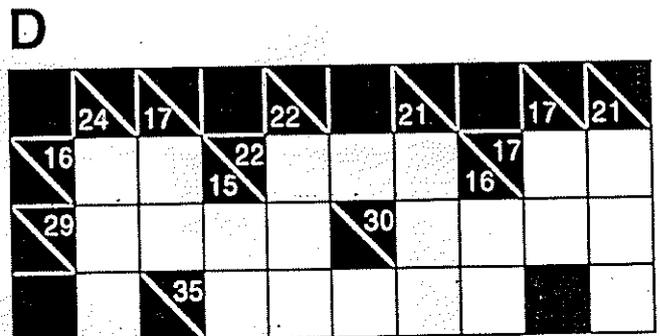
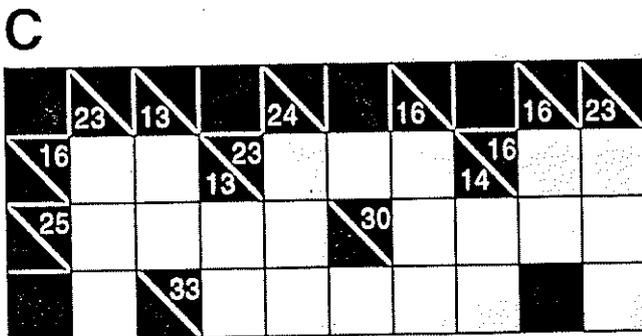
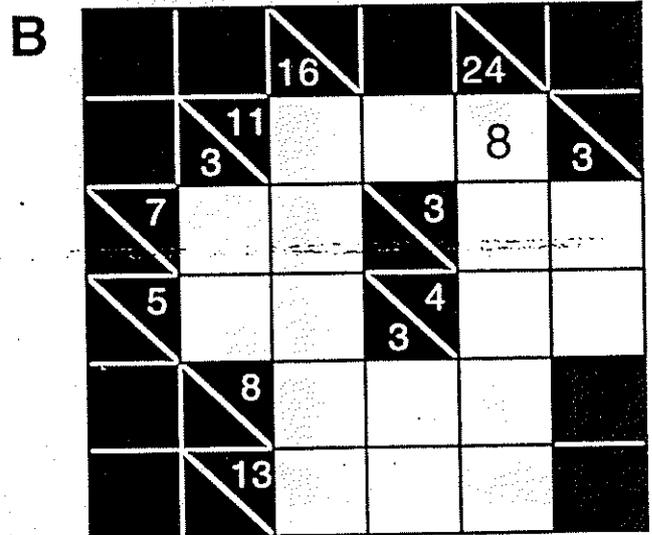
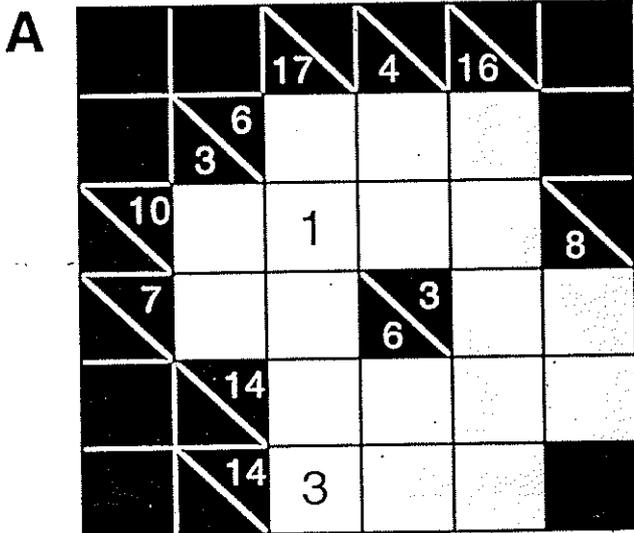
25 1+7+8-9 1+2+5+8+9 1+2+3+4+6+9 1+2+3+4+7+8 1+2+3+4+8+9 1+2+3+5+6+7 1+3+4+5+7+8 1+3+5+6+8 1+3+6+7+8 1+4+5+6+7+8 1+4+5+7+8 1+4+5+8+9 2+3+4+7+9 2+3+5+7+8 2+3+5+8+9 2+4+5+6+8 3+4+5+6+7 1+2+6+8+9 1+2+7+8+9 1+2+8+9 1+3+4+5+6+7 1+3+5+7+8 1+3+6+8+9 1+4+5+6+7+8 1+4+6+7+8 1+4+7+8+9 1+5+6+7+8 1+5+7+8+9 1+6+7+8 1+6+8+9 1+7+8+9 1+7+9 1+8+9 2+3+4+5+6+7 2+3+5+7+8 2+3+6+8+9 2+4+5+6+7+8 2+4+6+7+8 2+4+7+8+9 2+5+6+7+8 2+5+7+8+9 2+6+7+8 2+6+8+9 2+7+8+9 2+8+9 3+4+5+6+7+8 3+4+6+7+8 3+4+7+8+9 3+5+6+7+8 3+5+7+8+9 3+6+7+8 3+6+8+9 3+7+8+9 3+8+9 4+5+6+7+8 4+5+7+8+9 4+6+7+8 4+6+8+9 4+7+8+9 4+8+9 5+6+7+8 5+6+8+9 5+7+8+9 5+8+9 6+7+8 6+7+9 6+8+9 6+9 7+8 7+9 8+9 9

31 1+6+7+8+9 1+2+4+7+8+9 1+2+3+4+5+7+9 2+5+7+8+9 1+2+5+6+8+9 1+2+3+4+6+7+8 3+4+7+8+9 1+3+4+6+8+9 3+5+6+8+9 1+3+5+6+7+9 4+5+6+7+9 2+3+4+5+8+9 2+3+4+6+7+9 2+3+5+6+7+8 2+3+4+7+8+9 1+2+5+7+8+9 1+2+3+4+5+8+9 3+5+7+8+9 1+3+4+7+8+9 1+2+3+4+6+7+9 4+5+6+8+9 1+3+5+6+8+9 1+2+3+4+5+6+7+8 2+4+5+6+7+8 2+3+4+6+8+9 1+2+6+7+8+9 1+2+3+4+5+6+8+9 4+5+7+8+9 1+3+5+7+8+9 1+2+3+4+5+6+7+8 2+4+5+6+7+8 2+3+4+6+8+9 2+4+5+6+7+9 3+4+5+6+7+8 1+3+6+7+8+9 1+2+3+4+5+6+8+9 1+4+5+7+8+9 1+2+3+5+6+8+9 2+4+5+6+7+8 2+3+4+6+8+9 3+4+5+6+7+8 1+4+6+7+8+9 1+2+3+5+7+8+9 2+4+5+6+7+8 2+3+4+6+8+9 3+4+5+6+7+8 1+5+6+7+8+9 1+2+3+4+5+6+8+9 2+4+6+7+8+9 1+2+4+5+7+8+9 3+4+5+7+8+9 2+3+4+5+6+7+9 2+5+6+7+8+9 1+2+4+6+7+8+9 3+4+6+7+8+9 2+3+4+5+6+8+9 3+5+6+7+8+9 1+2+5+6+7+8+9 1+2+3+4+5+6+8+9 3+5+6+7+8+9 1+2+3+4+6+7+8+9 2+3+4+5+7+8+9 4+5+6+7+8+9 1+3+5+6+7+8+9 1+2+3+4+5+6+7+8+9 1+4+5+6+7+8+9 2+3+5+6+7+8+9 2+4+5+6+7+8+9 2+5+6+7+8+9 2+6+7+8+9 2+7+8+9 2+8+9 3+4+5+6+7+8 3+4+6+7+8 3+4+7+8 3+5+6+7+8 3+5+7+8 3+6+7+8 3+6+8+9 3+7+8+9 3+8+9 4+5+6+7+8 4+5+7+8+9 4+6+7+8+9 4+6+8+9 4+7+8+9 4+8+9 5+6+7+8 5+6+8+9 5+7+8+9 5+8+9 6+7+8 6+7+9 6+8+9 6+9 7+8 7+9 8+9 9

Sumas cruzadas

Anote en cada casilla una cifra del 1 al 9, de modo que las sumas en horizontal y vertical sean las que aparecen en las casillas negras. Arriba de la diagonal para las horizontales y

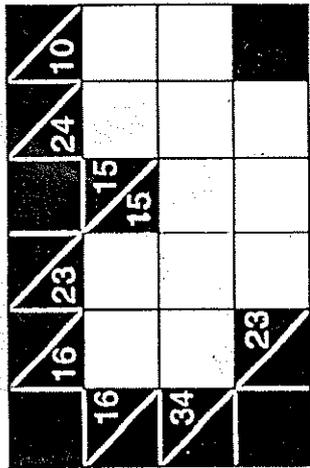
abajo de la diagonal para las verticales. Dentro de un mismo número ninguna cifra se repite.



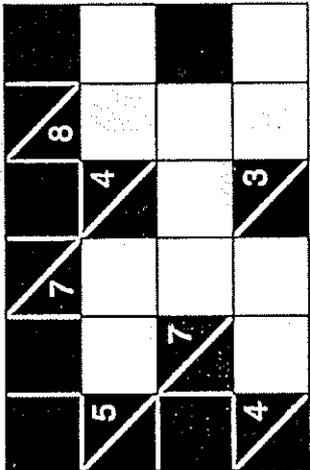
Sumas cruzadas

Anote en cada casilla una cifra del 1 al 9, de modo que las sumas en horizontal y vertical sean las que aparecen en las casillas negras. Arriba de la diagonal para las horizontales y abajo de la diagonal para las verticales. Dentro de un mismo número ninguna cifra se repite.

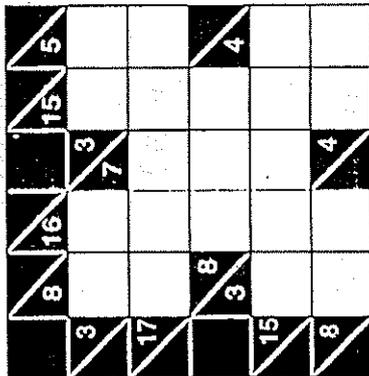
1



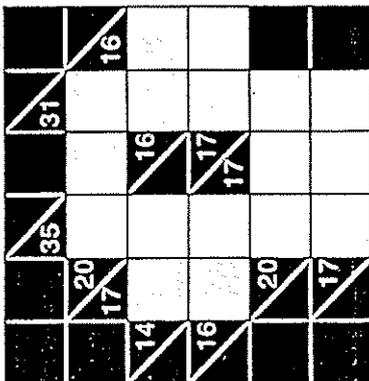
2



3

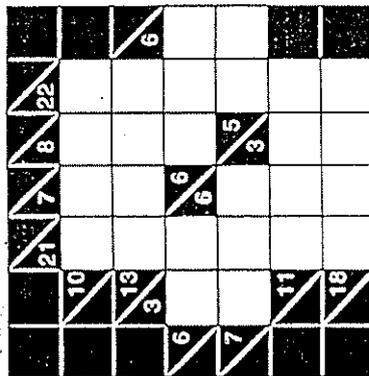


4

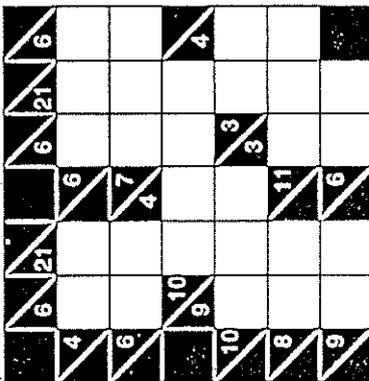


150

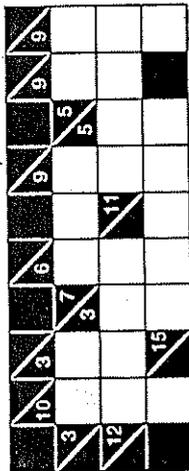
5



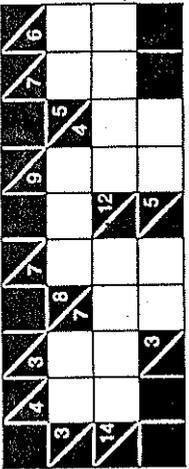
6



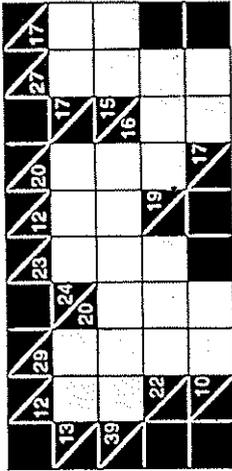
7



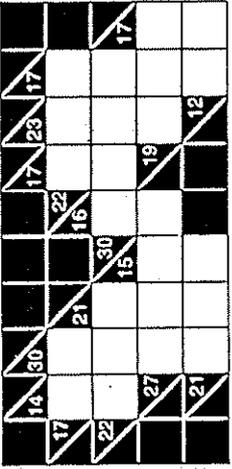
8



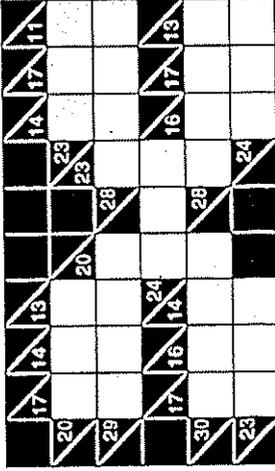
9



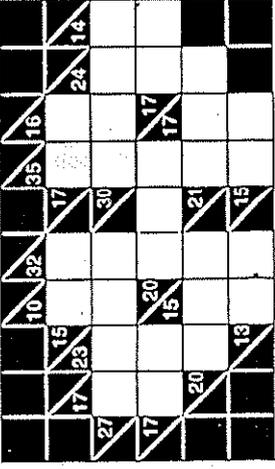
10



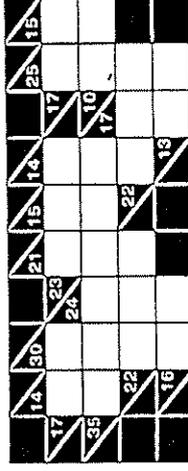
11



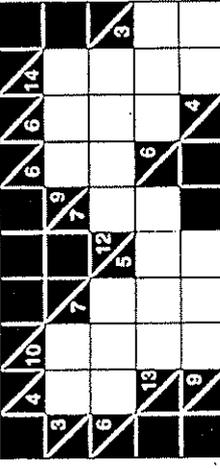
12



13



14



Sumas cruzadas

Anote en cada casilla una cifra del 1 al 9, de modo que las sumas en horizontal y vertical sean las que aparecen en las casillas negras. Arriba de la diagonal para las horizontales y abajo de la diagonal para las verticales. Dentro de un mismo número ninguna cifra se repite.

1

2

3

4

5

6

7

9

8

10

11

12



NOMBRES FLÉCHÉS N° 14

Nombres fléchés

Chaque nombre inscrit dans une CASE BLEUE représente la somme des chiffres (de 1 à 9) à placer dans les cases blanches indiquées par la flèche. Reconstituez ainsi toute la grille, sachant que:

- le chiffre ZÉRO n'est JAMAIS UTILISÉ.
- POUR UNE MÊME SOMME, on utilisera des CHIFFRES TOUS DIFFÉRENTS (par exemple, si l'on a 8 dans une case bleue et deux cases blanches indiquées par la flèche, on ne peut en aucun cas inscrire deux fois le chiffre 4; on doit choisir entre 1+7, 6+2 et 3+5).
- une MÊME SÉQUENCE de chiffres, QUEL QU'EN SOIT L'ORDRE, ne peut apparaître qu'UNE SEULE FOIS.

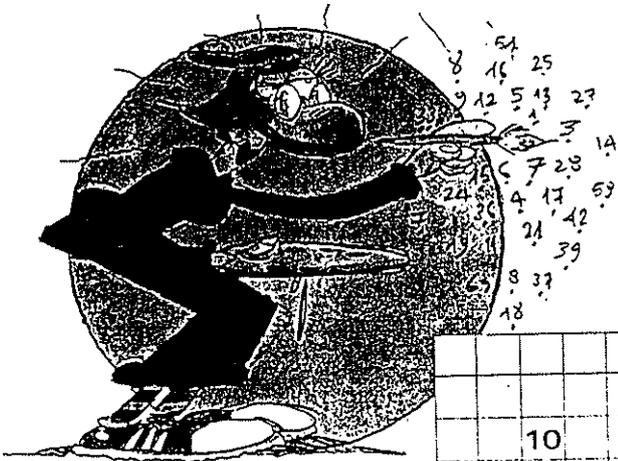
	24	12	19	12	37		8	32	14	11
	↓	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓
35	→					11	→			
16	→					25	→			
						4	↓			
20	→			15	→				29	30
				6	↓				↓	↓
11	→		9	→			17	→		
			8	↓			15	↓		
	31	13	→			29	→			
		18	↓			19	↓			
7	→			11	→			14	→	
				12	↓			27	↓	
26	→				19	→				
					17	↓				
9	→		20	→			11	→		
			13	↓			16	↓		
30	→					28	→			
15	→					23	→			

Cara y Ceca

Campeonato mundial de juegos de ingenio

Pinte por números

Descubra la figura que se oculta en el tablero pintando de negro las casillas, según los números. En cada línea los números dan, en orden, las cantidades de casillas negras consecutivas. Estos tramos de casillas negras pueden estar separados por una o más casillas blancas. El ejemplo sirve de orientación.



Ejemplo

		2							
		3		2		2			
2	3	1	7	2	4	1	1		
1	1			■		■			
	4		■	■	■	■			
2	1	■	■		■				
4	2	■	■	■	■		■		
	5			■	■	■	■		
	4			■	■	■	■		
1	1			■		■			
2	2			■	■	■	■		

Para su diversión y entrenamiento le ofrecemos problemas de los campeonatos mundiales.

										1									
										3	7								
		10		10	9	9			2	4	7	3	3	2	1				
3	6	1	16	16	3	2	1	11	12	11	10	9	12	13	2	1	6	4	2
			3																
1	1	2	2																
	3	3	7																
	3	3	5																
	5	5	2																
		12	2																
		14	3																
		15	3																
		16	3																
			18																
			16																
			15																
			13																
		4	5																
		3	3																
		2	2																
		2	2																
		2	2																
		2	2																
		3	3																

LOGIGRAPHE N° 17

				3	2	1			3	3	2		3						
		3	1	3	4	4	2	5	2	2	5	2	4	7	7	2	2	4	
6	8	4	6	3	2	3	9	6	2	1	2	7	3	2	3	7	3	3	6
	2	4	3	2															
3	2	3	5	3															
		5	4	7															
3	2	4	3	2															
2	4	2	3	1															
	3	4	6	2															
			8	9															
		4	8	4															
	2	3	2	2															
	2	3	2	2															
			7	6															
				14															

LOGIGRAPHE N° 18

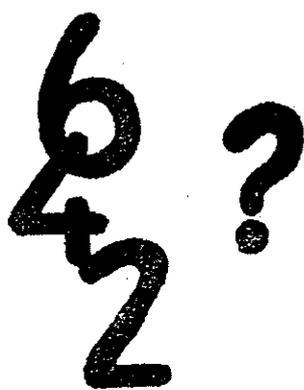
				1	1														
				1	1							1	1						
				1	1			4	4			1	1						
2	3	3	4	11	4	3	4	3	11	3	5	4	5	11	5	3	3	2	
		1	1	1															
		3	3	3															
		1	3	1															
		3	3	3															
		1	3	1															
		3	1	1															
2	1	1	1	3	2														
		6	1	1	8														
					17														
					15														
					13														

LOGIGRAPHE 7

LOGIGRAPHE N° 4

													2	2	2						
						2	2	2					2	2	2						
					2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2			2			
					2	1	1	2	5	5	5	1	1	1	2			1	2		
	2	2		11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		18	1	1		
	1	1		5	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	1	4	1		
7	1	1	18	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5	7	3	1	3	7

			15																		
			15																		
		2	2																		
		2	2																		
		2	2																		
		2	2																		
		2	2																		
		2	2																		
		2	2																		
			15																		
			15																		
	4	3	4																		
	4	5	4																		
	1	15	1																		
1	2	2	1																		
	5	3	5																		
1	2	2	1																		
			21																		
		1	1																		
		1	3																		
		12	1																		
	1	1	1																		
	1	1	3																		
1	1	1	1																		
		12	3																		



Pinte por números

Pinte por números es un pasatiempo de pura lógica. Cada tablero lleva oculta una figura que usted puede revelar pintando algunas casillas de negro, según los números. Los números dan, en orden, las cantidades de casillas negras seguidas que hay en cada hiler a y columna. Por ejemplo, 4, 3, 8 indica que hay tres tiras de casillas negras, de 4, 3 y 8 cuadros negros seguidos. Estas tiras de casillas negras están separadas entre sí por una o más de una casilla blanca. Así, después de pintar 4 casillas negras deberá dejar una o más en blanco; luego pintar 3 negras, dejar una o más en blanco; y finalmente pintar 8 negras, pudiendo o no quedar otras blancas al final de la línea.

Un ejemplo resuelto:

			1	2				1	3	
			1	1	7	4	6	5	3	2
		3								
3	1	2								
		7								
		4								
		4								
		7								
	1	2								
	1	1								

Terapia de apoyo

El juego se va resolviendo paso a paso.

Se recomienda uso de lápiz y goma de borrar.

- 1) Observe las líneas que llevan un solo número alto (mayor que la mitad del largo total). Usted podrá determinar algunas casillas negras, de por el medio, ya sea que la tira empiece en un extremo o en el otro.
- 2) Con más fineza podrá usar este argumento en líneas que lleven más de un número.
- 3) Al obtener algunas casillas negras, observe las líneas que las cortan; tal vez pueda determinar allí qué casillas son definitivamente blancas.
- 4) Marque cada avance por pequeño que sea. Es imprescindible indicar con alguna señal las casillas que usted ya sabe con seguridad que permanecerán blancas; con un puntito, por ejemplo.
- 5) Cuando tenga determinada una tira completa de casillas negras, marque con puntito las blancas, junto a los extremos.
- 6) Cuando tenga determinadas todas las casillas negras de una línea, marque todas las restantes con puntito.
- 7) Sobre el final se le irá perfilando la figura buscada; no se deje llevar por el ojo de artista, sino tan sólo por la lógica constructiva.

			1							
			4	1	7			2	1	
		3	3	6	3			3	4	3
		1	1	5	1	6	5	6	1	3
		1
	3	2								
	1	6								
	1	5								
	7	1								
	6	1								
	6	1								
	4	1								
		1								
	1	1								
3	1	1								
	3	3								
	3	1								
	1	3								
		3								



Pinte por números

Pinte por números es un pasatiempo de pura lógica. Cada tablero lleva oculta una figura que usted puede revelar pintando algunas casillas de negro, según los números.

Los números dan, en orden, las cantidades de casillas negras seguidas que hay en cada hiler a y columna. Por ejemplo, 4, 3, 8 indica que hay tres tiras de casillas negras, de 4, 3 y 8 cuadros negros seguidos. Estas tiras de casillas negras están separadas entre sí por una o más de una casilla blanca. Así, después de pintar 4 casillas negras deberá dejar una o más en blanco; luego pintar 3 negras, dejar una o más en blanco; y finalmente pintar 8 negras, pudiendo o no quedar otras blancas al final de la línea.

Un ejemplo resuelto:

			1	2				1	3	
			1	1	7	4	6	5	3	2
		3								
3	1	2								
		7								
		4								
		4								
		7								
	1	2								
	1	1								

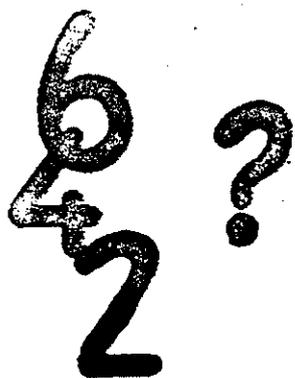
Terapia de apoyo

El juego se va resolviendo paso a paso.

Se recomienda uso de lápiz y goma de borrar.

- 1) Observe las líneas que llevan un solo número alto (mayor que la mitad del largo total). Usted podrá determinar algunas casillas negras, de por el medio, ya sea que la tira empiece en un extremo o en el otro.
- 2) Con más fineza podrá usar este argumento en líneas que lleven más de un número.
- 3) Al obtener algunas casillas negras, observe las líneas que las cortan; tal vez pueda determinar allí qué casillas son definitivamente blancas.
- 4) Marque cada avance por pequeño que sea. Es imprescindible indicar con alguna señal las casillas que usted ya sabe con seguridad que permanecerán blancas; con un puntito, por ejemplo.
- 5) Cuando tenga determinada una tira completa de casillas negras, marque con puntito las blancas, junto a los extremos.
- 6) Cuando tenga determinadas todas las casillas negras de una línea, marque todas las restantes con puntito.
- 7) Sobre el final se le irá perfilando la figura buscada; no se deje llevar por el ojo de artista, sino tan sólo por la lógica constructiva.

		2	4			2		4	5	4	2
		3	4	10	9	4	5	1	1	1	1
		3									
		5									
		5	2								
		3	4								
		8									
		7									
		8									
		6									
4	2	1									
	2	2									



Pinte por números

por Conceptis

Pinte por números es un pasatiempo de pura lógica. Cada tablero lleva oculta una figura que usted puede revelar pintando algunas casillas de negro, según los números.

Los números dan, en orden, las cantidades de casillas negras seguidas que hay en cada hilera y columna. Por ejemplo, 4, 3, 8 indica que hay tres tiras de casillas negras, de 4, 3 y 8 cuadritos negros seguidos. Estas tiras de casillas negras están separadas entre sí por una o más de una casilla blanca. Así, después de pintar 4 casillas negras deberá dejar una o más en blanco; luego pintar 3 negras, dejar una o más en blanco; y finalmente pintar 8 negras, pudiendo o no quedar otras blancas al final de la línea.

Un ejemplo resuelto:

			1	2			1	3		
			1	1	7	4	6	5	3	2
		3								
3	1	2								
		7								
		4								
		4								
		7								
	1	2								
	1	1								

Terapia de apoyo

El juego se va resolviendo paso a paso.

Se recomienda uso de lápiz y goma de borrar.

1) Observe las líneas que llevan un solo número alto (mayor que la mitad del largo total). Usted podrá determinar algunas casillas negras, de por el medio, ya sea que la tira empieza en un extremo o en el otro.

2) Con más fineza podrá usar este argumento en líneas que llevan más de un número.

3) Al obtener algunas casillas negras, observe las líneas que las cortan; tal vez pueda determinar allí qué casillas son definitivamente blancas.

4) Marque cada avance por pequeño que sea. Es imprescindible indicar con alguna señal las casillas que usted ya sabe con seguridad que permanecerán blancas; con un puntito, por ejemplo.

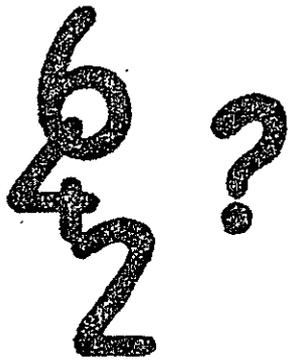
5) Cuando tenga determinada una tira completa de casillas negras, marque con puntito las blancas, junto a los extremos.

6) Cuando tenga determinadas todas las casillas negras de una línea, marque todas las restantes con puntito.

7) Sobre el final se le irá perfilando la figura buscada; no se deje llevar por el ojo de artista, sino tan sólo por la lógica constructiva.

1

					4	1	5	1	5	1	4								
		3		4	1	1	2	1	2	1	1	4					9	4	3
	2	4	9	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3																			
9																			
15																			
15																			
13																			
1	1																		
2	2	2	2																
2	2																		
2	1	2																	
2	2																		
2	2	2	2																
2	3	2																	
2	2																		
2	2																		
3																			



Pinte por números

por Conceptis

Pinte por números es un pasatiempo de pura lógica. Cada tablero lleva oculta una figura que usted puede revelar pintando algunas casillas de negro, según los números.

Los números dan, en orden, las cantidades de casillas negras seguidas que hay en cada hilera y columna. Por ejemplo, 4, 3, 8 indica que hay tres tiras de casillas negras, de 4, 3 y 8 cuadritos negros seguidos. Estas tiras de casillas negras están separadas entre sí por una o más de una casilla blanca. Así, después de pintar 4 casillas negras deberá dejar una o más en blanco; luego pintar 3 negras, dejar una o más en blanco; y finalmente pintar 8 negras, pudiendo o no quedar otras blancas al final de la línea.

Un ejemplo resuelto:

			1	2				1	3	
			1	1	7	4	6	5	3	2
		3								
3	1	2								
		7								
		4								
		4								
		7								
	1	2								
	1	1								

Terapia de apoyo

El juego se va resolviendo paso a paso.

Se recomienda uso de lápiz y goma de borrar.

1) Observe las líneas que llevan un solo número alto (mayor que la mitad del largo total). Usted podrá determinar algunas casillas negras, de por el medio, ya sea que la tira empiece en un extremo o en el otro.

2) Con más fineza podrá usar este argumento en líneas que llevan más de un número.

3) Al obtener algunas casillas negras, observe las líneas que las cortan; tal vez pueda determinar allí qué casillas son definitivamente blancas.

4) Marque cada avance por pequeño que sea. Es imprescindible indicar con alguna señal las casillas que usted ya sabe con seguridad que permanecerán blancas; con un puntito, por ejemplo.

5) Cuando tenga determinada una tira completa de casillas negras, marque con puntito las blancas, junto a los extremos.

6) Cuando tenga determinadas todas las casillas negras de una línea, marque todas las restantes con puntito.

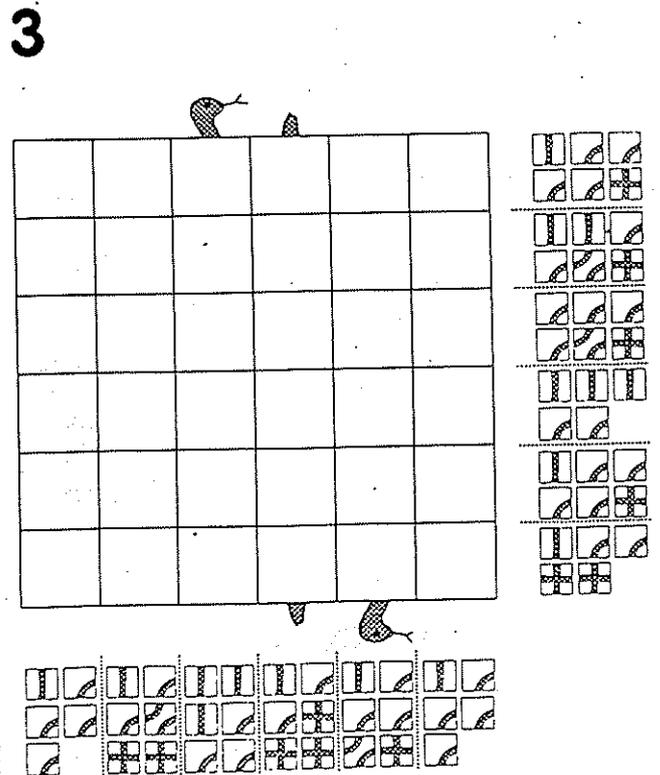
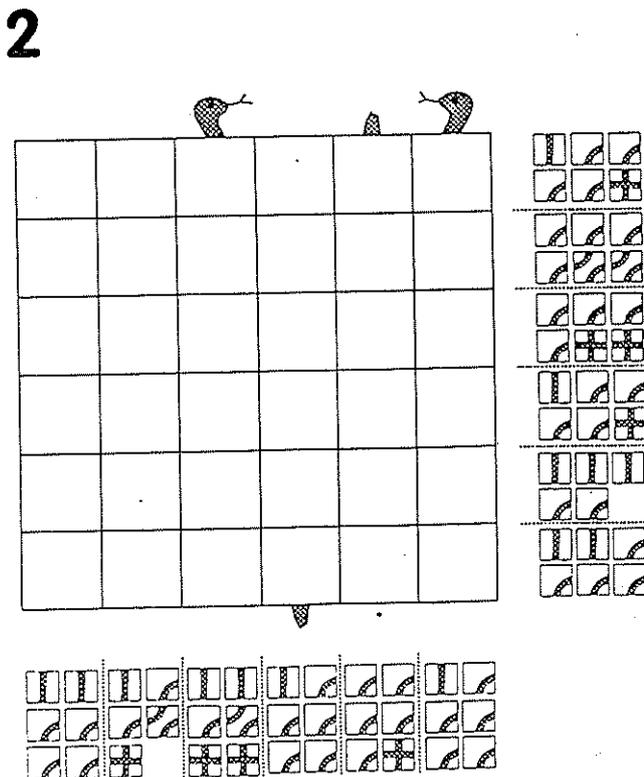
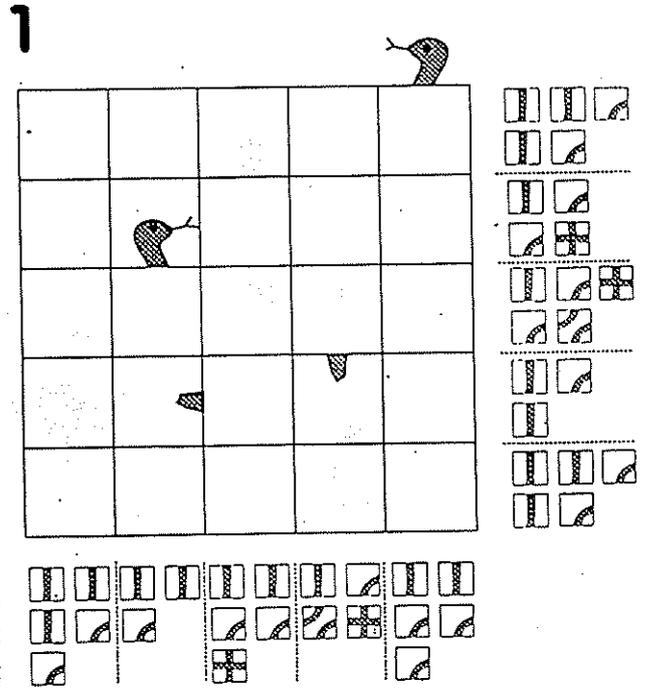
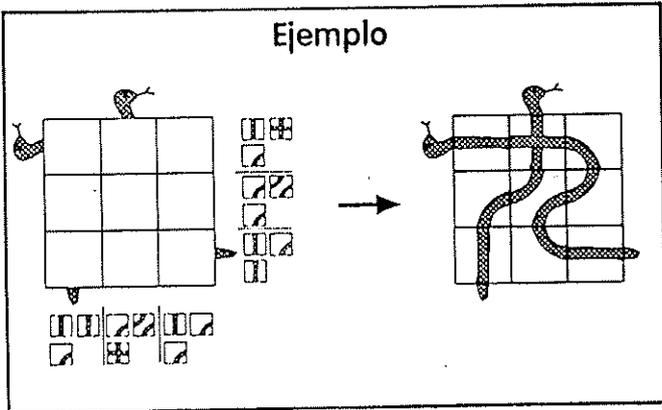
7) Sobre el final se le irá perfilando la figura buscada; no se deje llevar por el ojo de artista, sino tan sólo por la lógica constructiva.

					2				2					
				1	3	1	1	1	3	2		3		
	4	7	3	2	1	2	2	1	1	1	2	2	1	2
	3	1	3	2	1	2	2	1	2	4	1	5	2	1
		7												
		11												
		3	1	1	1	3								
		3	1	1	1	1	3							
		2	2											
		2	2	2	2									
		2	1	1	2									
		1	1											
		2	1	2										
		2	3	2										
		1	1											
		4	5											
		3	2	5	2									
	1	2	2	2	2	1								
	2	2	2	2	2	2								

Serpientes

Arme las dos serpientes que serpentean en cada tablero. Usted sólo ve ahora las cabezas y las colas; reconstruya el resto de los cuerpos con los trozos que se dan en las correspondientes filas y columnas. Pueden ir como se muestran, o girados. Algunas casillas pueden quedar vacías.

Pueden ir como se muestran, o girados. Algunas casillas pueden quedar vacías.



Serpientes

Arme las dos serpientes que serpentean en cada tablero. Usted sólo ve ahora las cabezas y las colas; reconstruya el resto de los cuerpos con los trozos que se dan en las correspondientes filas y columnas. Pueden ir como se muestran, o girados. Algunas casillas pueden quedar vacías.



Ejemplo

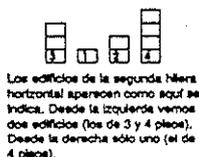
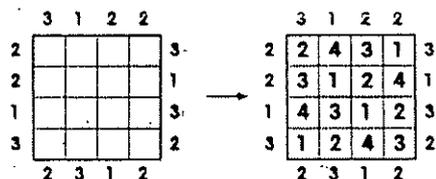
1

2

3



Edificios

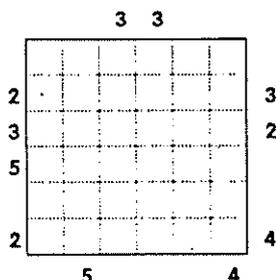


Algunos amigos nos pidieron que explicáramos cómo se resuelve **Edificios**. Este pasatiempo lógico suele aparecer en los Campeonatos Mundiales, bajo el nombre de *Skyscrapers* (rascacielos). Vamos a tratar de contar cómo fuimos razonando un caso que tomamos del libro *Mensa Math. & Logic Puzzles*, de Dave Tuller y Michael Ríos (Sterling Publishing Co., NY 2000).

El problema

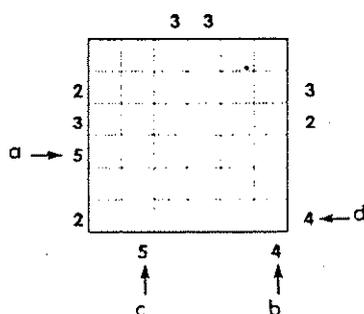
Cada casilla lleva un edificio que puede tener de uno a seis pisos. Dentro de una misma línea (horizontal o vertical) no hay dos edificios de igual altura. Los valores junto a los bordes indican cuántos edificios se ven en cada línea, mirando desde la correspondiente dirección.

Deduzca las alturas de todos los edificios.



¿Por dónde empezar?

Las líneas que llevan un dato de valor alto son un buen punto de arranque. En la horizontal "a" vemos desde la izquierda 5 edificios. La primera casilla no podrá llevar entonces edificio de 6, 5, 4, ó 3 pisos, porque tapanía demasiado. Podrá ser de 1 ó 2 pisos.



Podríamos seguir el árbol de posibilidades, pero creo que conviene adoptar aquí la máxima de todo turista:

Para orientarse en la ciudad es bueno preguntarse por los edificios altos.

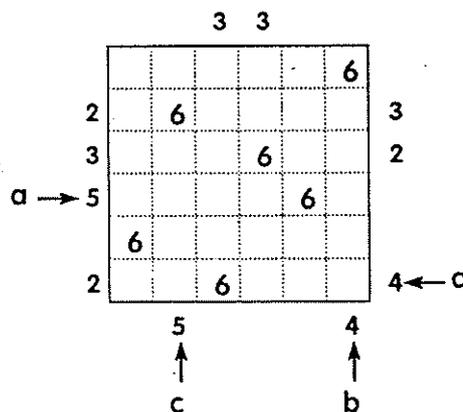
¿Dónde podrá ir el edificio de 6 pisos de esta horizontal "a"? Solamente en la última o penúltima casilla. Pero si fuera en la última, tapanía demasiado la vertical "b". Por lo tanto ya tenemos ubicado un edificio 6.

Nos podemos preguntar ahora por el edificio 6 de la vertical "b". Es fácil ubicarlo teniendo en cuenta los valores de la derecha.

También es fácil ubicar ahora el edificio 6 de la vertical "c".

Tenemos ubicados tres edificios de 6 pisos. Podemos fácilmente ubicar uno más, el que va en la horizontal "d". (Recordemos que ningún número se repite en una misma línea.)

Nos quedan por ubicar dos edificios de 6 pisos: los ponemos en las líneas donde aún no hay edificios de 6 pisos, respetando los demás datos.



¿Cómo seguir?

Aún con tan poco construido, la horizontal "e" ya tiene cumplido su requerimiento: cualquiera sea el edificio que pongamos delante del de 6 pisos, desde la izquierda veremos 2. Lo marcamos poniendo un círculo en torno del dato cumplido.

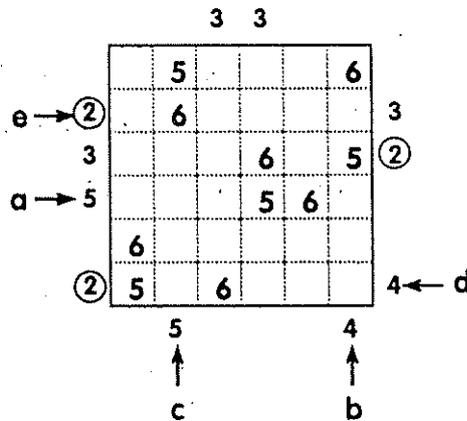
Volvamos a la horizontal "a". ¿Dónde calza allí el edificio de 5 pisos?

No puede ir después del de 6, porque perturba la vertical "b". Sólo cabe ponerlo justo antes.

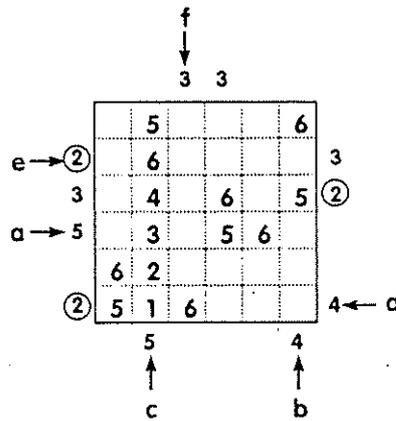
También queda determinado el edificio de 5 pisos en "d", y resulta ya cumplido el dato de la izquierda de esa línea; lo marcamos con círculo.

En la vertical "b" podemos poner el edificio de 5 pisos, y nos queda cumplido un dato de la derecha, lo señalamos con círculo.

En la vertical "c" nos queda determinado el edificio de 5 pisos.



En esta situación resulta determinado el contenido completo de la vertical "c".



Sigamos: la horizontal "a" queda toda determinada, luego puede completarse la horizontal "d". Podemos preguntarnos ahora dónde poner el edificio de 5 pisos en la vertical "f". No puede ir entre el de 4 y 6 pisos, ya que haría visible en esta vertical más de 3 edificios; por lo tanto ...

Siga llenando el tablero por las suyas.

En determinado momento, cuando aún quedan casillas sin llenar, descubrirá que todos los datos de afuera del tablero están cumplidos. Para terminar de completar el tablero habrá que aplicar la condición de que cada línea lleva todas las alturas, sin repetir.

La solución completa aparece en últimas páginas.

Edificios

por Alvaro Volando

Cada casilla lleva un edificio de uno o más pisos. Dentro de una misma línea (horizontal o vertical) no hay dos edificios de igual altura. Los valores junto a los bordes indi-

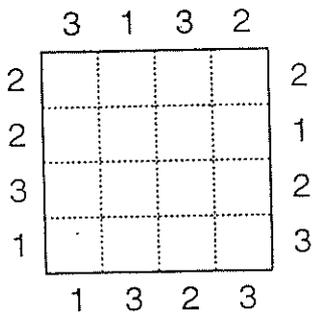
can cuántos edificios se ven, mirando desde esa dirección. En cada caso se indica el rango de alturas.

Ejemplo

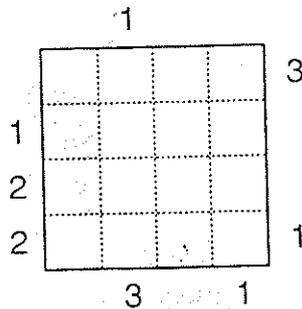
The example shows a 4x4 grid with height values around it. The top row has values 3, 1, 2, 2. The left side has 2, 2, 1, 3. The right side has 3, 1, 3, 2. The bottom has 2, 3, 1, 2. An arrow points to a second grid where some cells contain numbers: (1,1)=2, (1,2)=4, (1,3)=3, (1,4)=1; (2,1)=3, (2,2)=1, (2,3)=2, (2,4)=4; (3,1)=4, (3,2)=3, (3,3)=1, (3,4)=2; (4,1)=1, (4,2)=2, (4,3)=4, (4,4)=3. To the right, four buildings are shown with heights 3, 1, 2, and 4.

Los edificios de la segunda hilera horizontal aparecen como aquí se indica. Desde la izquierda vemos dos edificios (los de 3 y 4 pisos). Desde la derecha, sólo uno (el de 4 pisos).

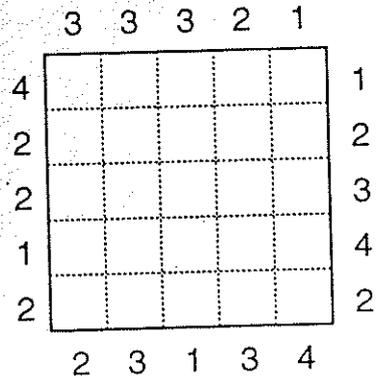
Problema A (1 - 4)



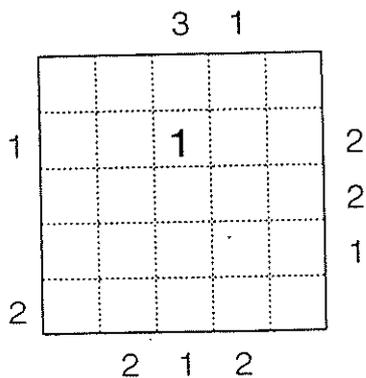
Problema B (1 - 4)



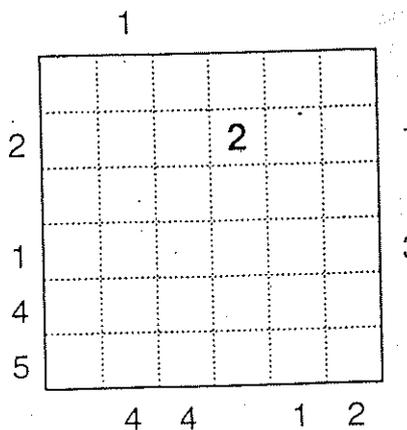
Problema C (1 - 5)



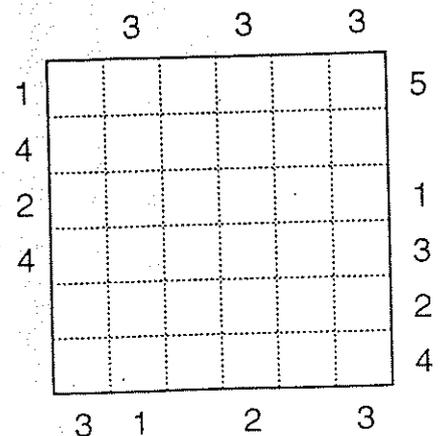
Problema D (1 - 5)



Problema E (1 - 6)



Problema F (1 - 6)



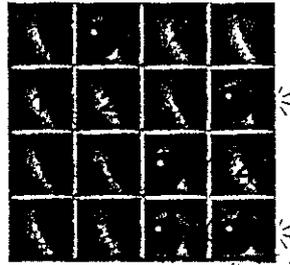
Cara y Ceca

Campeonato mundial de juegos de ingenio

Buscaminas

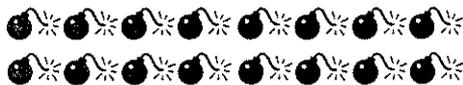
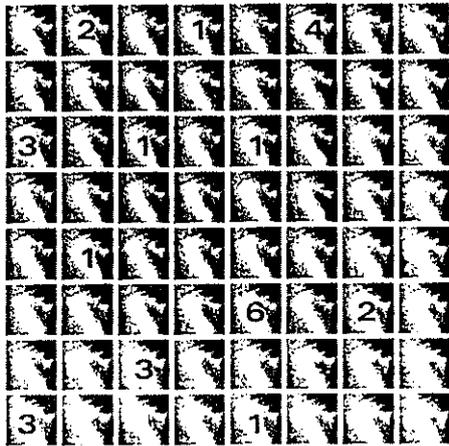
Cada tablero lleva varias bombas ocultas. Los números indican cuántas bombas hay a su alrededor (en horizontal, vertical y diagonal). Cada casilla lleva como mucho una bomba. Las casillas con números no tienen bombas.

Ejemplo

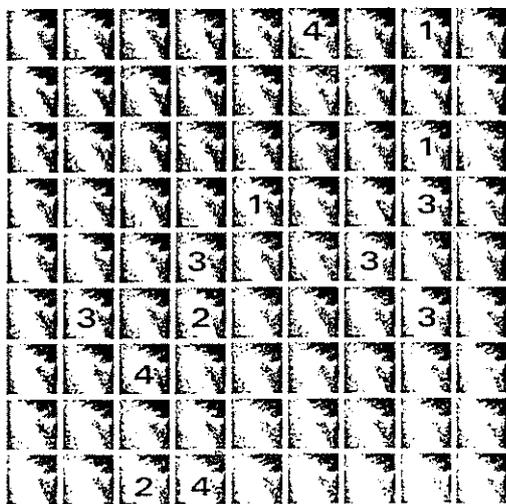


Para su diversión y entrenamiento le ofrecemos problemas de los campeonatos mundiales

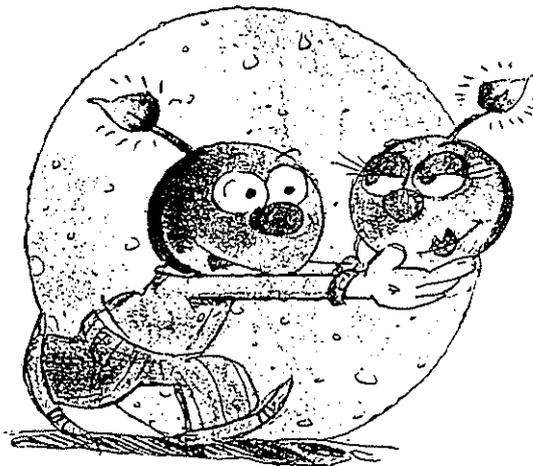
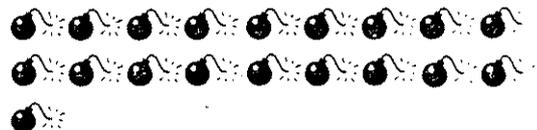
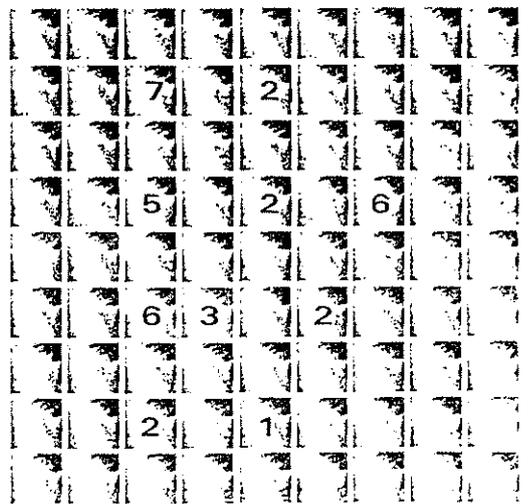
A 16 bombas



B 16 bombas



C 19 bombas



Cara y Ceca

Campeonato mundial de juegos de ingenio

El juego de los vigilantes

Cada uno de los siguientes diagramas muestra una pequeña zona de la ciudad. Usted deberá ubicar vigilantes en las intersecciones de modo que todas las calles, en toda su extensión, estén bajo la mirada de al menos un vigilante. Cada vigilante cubre visualmente un ángulo completo de 360°.

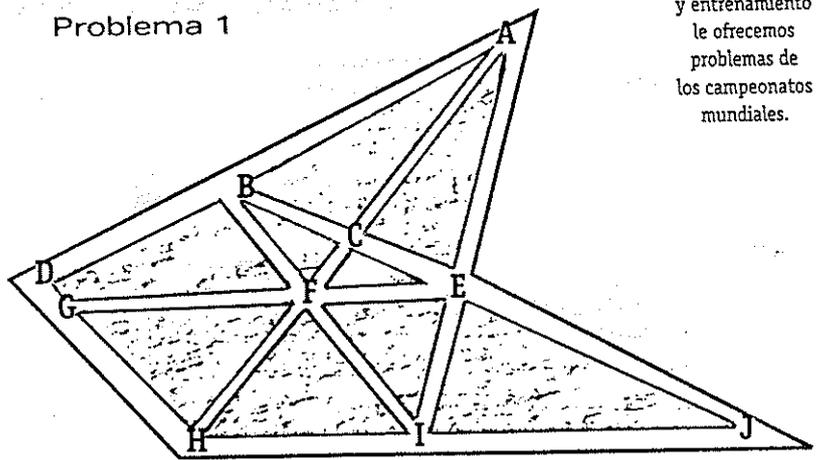
Problema 1: tres vigilantes son suficientes para tener bajo la mira esta zona. ¿Dónde deben estar los tres.

Problema 2: cuatro vigilantes se bastan para ver desde sus puestos toda la zona. ¿Dónde debe ponerlos?

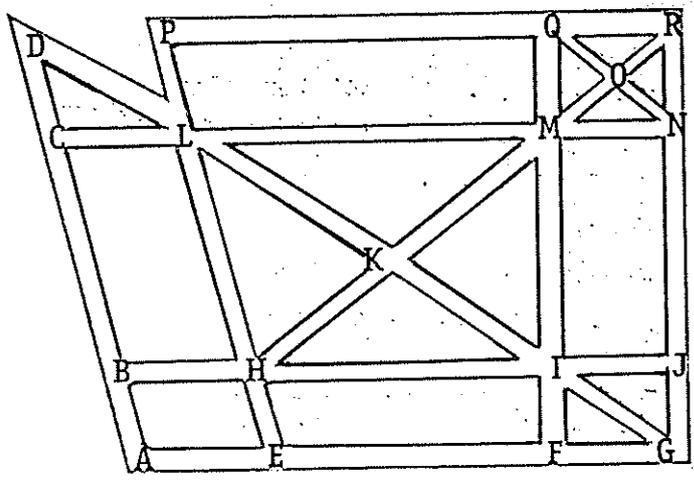
Problema 3: ubique cuatro vigilantes para controlar toda la zona.

Para su diversión y entrenamiento le ofrecemos problemas de los campeonatos mundiales.

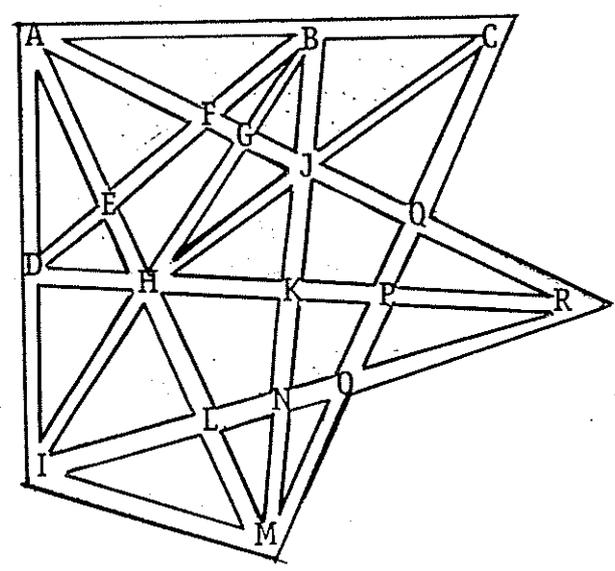
Problema 1



Problema 2



Problema 3



Campeonato Mundial de Juegos de Ingenio

Con la Revista a Nueva York

Con esta edición se inicia el Test Clasificatorio para seleccionar al equipo argentino que viajará a Estados Unidos. Usted encontrará aquí el reglamento y todos los problemas de ingenio de la prueba



Reglamento del Test Clasificatorio

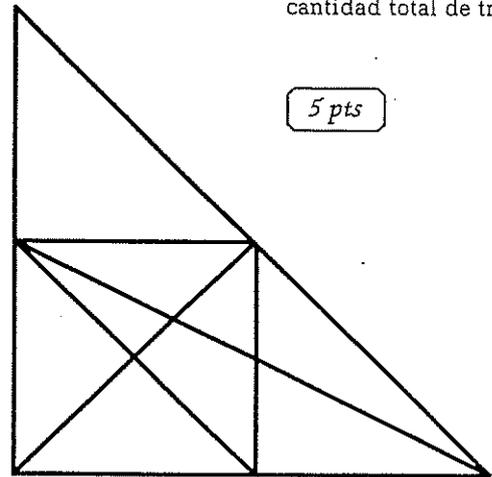
1. El Test Clasificatorio tiene por finalidad seleccionar a los cuatro jugadores argentinos que viajarán al 9° Campeonato Mundial de Juegos de Ingenio, por desarrollarse en Estados Unidos, del 11 al 16 de octubre de 2000.
2. La competencia está abierta a toda persona residente en la Argentina.
3. La primera etapa consiste en la resolución de los problemas de ingenio que se publican en esta edición de la Revista LA NACION. Usted puede participar resolviendo los ocho problemas o algunos de ellos.
4. Ponga en un sobre la Planilla de Respuestas, con sus respuestas y datos personales, y envíelo por correo a LA NACION (Campeonato de Ingenio), Bouchard 557, (1106) Buenos Aires. O bien deposítelo en el buzón del Campeonato, ubicado en la recepción del edificio La Nación. Se admitirá un solo sobre por persona. Serán válidas las respuestas recibidas hasta el 20 de junio de 2000. No hacer envíos por correo electrónico, ni por fax, ni por otros medios.
5. La participación es individual, sin ayuda externa. Esto significa: ninguna colaboración de otra persona, ni de calculadoras, ni de computadoras. El jurado se reserva el derecho de descalificar a cualquier participante si considera que infringió las reglas.
6. Cada respuesta correcta asignará la cantidad de puntos indicada. Una respuesta incorrecta o incompleta o en blanco o faltante asigna 0 punto.
7. Los participantes con los mejores puntajes serán avisados telefónicamente y convocados a disputar la final en vivo durante julio próximo, en una sala de la ciudad de Buenos Aires.
8. El puntaje de corte será fijado por el jurado. Eventualmente podrá hacerse una ronda de desempate, previa a la final.
9. Los gastos de traslado y estada que pueda requerir la participación en la final en la ciudad de Buenos Aires corren por cuenta de cada participante.
10. Los cuatro seleccionados viajarán a competir en octubre a Estados Unidos, con gastos de pasaje y estada pagados por el auspiciante.
11. El equipo argentino es auspiciado por la Revista LA NACION.

Jurado: Jaime Poniachik, Lea Gorodisky, Marcelo Iglesias, Iván Skvarca.

Triangulitis

¿Cuántos triángulos, de todas las formas y tamaños,

hay en esta figura? Anote en la planilla de respuestas la cantidad total de triángulos.

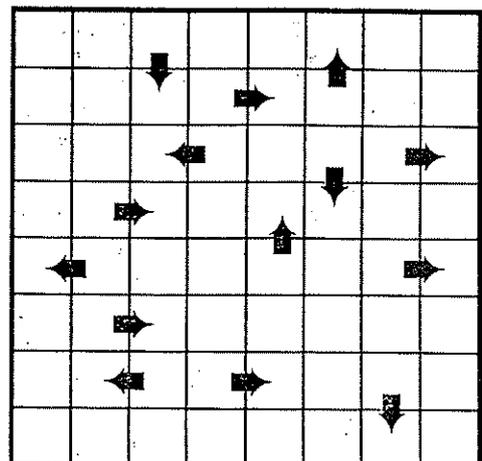


5 pts

Siga la flecha

10 pts

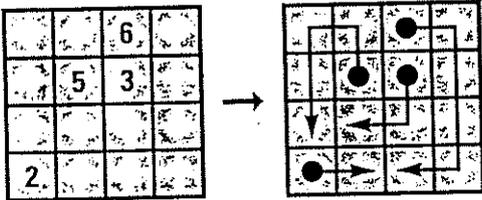
Trace un recorrido continuo de tramos horizontales y verticales (nunca diagonales) que visite los centros de todas las casillas del tablero y vuelva al punto de partida. El recorrido deberá pasar por todas las flechas, respetando el sentido en el que apuntan.



Los viajeros

7 pts

Reconstruya en el tablero los recorridos que hicieron varios viajeros. Cada número está en la casilla de inicio de un recorrido e indica la cantidad de casillas visitadas en ese recorrido. Los avances son siempre en horizontal y vertical (nunca en diagonal). Los recorridos no se cruzan ni se superponen. El ejemplo, sobre el pequeño tablero, ayuda a entender el juego. Trace el recorrido en el tablero de la planilla de respuestas.

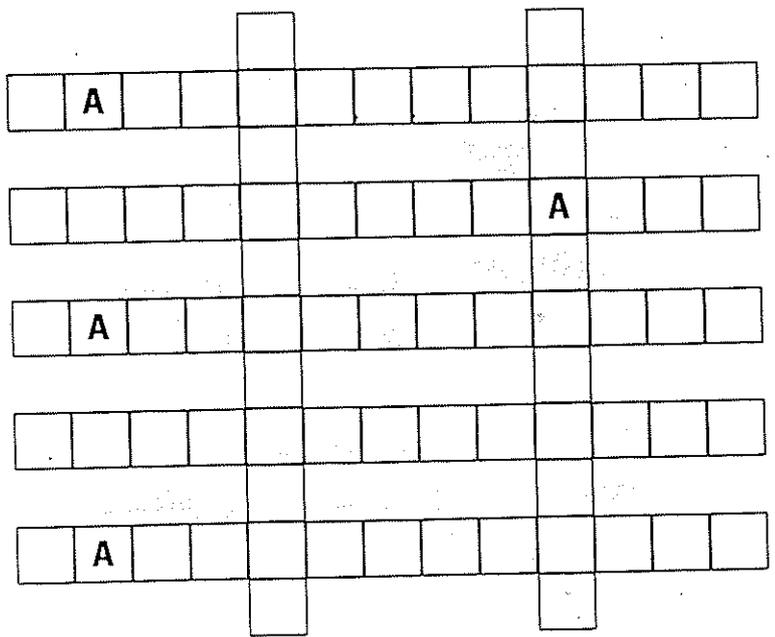


	7	4	2		
	7				
	6				
			3	4	
					3

Un cuadro

12 pts

Acomode en el esquema los quince nombres; una letra por casilla. Cada nombre debe anotarse completo, sin pasar de una línea a la siguiente. Si va más de un nombre por carril, se pone uno a continuación del otro, sin dejar espacios vacíos. Los nombres deberán leerse de izquierda a derecha en los carriles horizontales; y de arriba hacia abajo en los verticales. Hay cuatro letras ya puestas.



- | | | | |
|--------|---------|-----------|---------------|
| 3 ARP | 5 BOSCH | 6 RENOIR | 8 MAGRITTE |
| LAM | LEGER | SEURAT | |
| 4 GOYA | MANET | 7 DAUMIER | 9 REMBRANDT |
| MIRO | RODIN | TIZIANO | 10 MODIGLIANI |

Pinte por números

15 pts

Pinte de negro las casillas, siguiendo los números. En cada columna o hilera los números dan, en orden, las cantidades de casillas negras contiguas. Las tiras de casillas negras contiguas pueden estar separadas por una o más casillas blancas. Así, la sexta columna, con números 3 y 1, lleva 3 casillas

negras seguidas, hacia abajo, por una o más sin pintar, y luego una casilla negra solitaria. Donde no hay números, no hay casillas negras. Después de revelar la imagen, responda al problema que allí queda planteado, y anote su respuesta en la planilla.

			1																			1
			3	1	1					1												2
5	1		1	1	3	1	5	5	1	5	5	1	5	1	5	1	1	5	1	3	1	4
																						4
																						1 3 1 1 1 3 1 1 1
																						1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
																						1 1 3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2
																						1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
																						1 3 1 1 1 3 1 1
																						1

Cara y cruz

Cara & cruz

Juegos

Póquer cruzado 18 pts

De las 28 cartas A-K-Q-J-10-9-8, en los cuatro palos, se tomaron 25 para armar el siguiente cuadro. Descubra los valores de las cartas en blanco a partir de las combinaciones que se indican.

Par = exactamente dos cartas de igual valor.

Doble par = dos pares.

Pierna = exactamente tres cartas de igual valor.

Full = un par y una pierna.

Póquer = cuatro cartas de igual valor.

Escalera = cinco valores seguidos. Hay cinco escaleras posibles: A-K-Q-10-J; K-Q-J-10-9; Q-J-10-9-8; J-10-9-8-A.

Nada = ninguna de las combinaciones anteriores.

Las combinaciones pueden darse con las cartas en desorden. Por ejemplo, 9-Q-8-10-J es una escalera.



Q					▲ Póquer
					◀ Escalera
				K	◀ Escalera
			10		◀ Escalera
				9	◀ Par
A					◀ Escalera
					▲ Doble par
▲ Escalera	▲ Full	▲ Pierna	▲ Nada	▲ Doble par	

Números cruzados 20 pts

Complete el esquema como en un crucigrama, pero anotando números en lugar de palabras. Una cifra por casilla.

1		2		3	
		4	5		
6	7		8		9
	10	11			
12				13	
		14			

- 13. Las cifras suman 13.
- 14. $10 + 4$.

Verticales

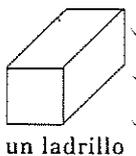
- 1. La suma de sus cifras es la mitad de 3 horizontal.
- 2. Las cifras de 13 horizontal, intercambiadas.
- 3. Capicúa.
- 5. El producto de sus cifras es el doble que la suma de sus cifras.
- 7. $5 + 2$.
- 9. 3 horizontal por 3 horizontal.
- 11. El producto de sus cifras es el doble que la suma de sus cifras.
- 12. La suma de sus cifras es igual a la suma de las cifras de 12 horizontal.
- 13. $8 - 3$ horizontal.

Horizontales

- 1. Cifras iguales.
- 3. La mitad de 12 vertical.
- 4. Sus cifras suman 14.
- 6. 7 vertical $- 1$ vertical.
- 8. Capicúa.
- 10. Cifras pares distintas.
- 12. $10 + 2$.

Ladrillos 13 pts

Ponga sobre el tablero seis ladrillos de proporciones $1 \times 1 \times 2$. Cada ladrillo se apoyará allí sobre una o sobre dos casillas. Fuera del tablero aparecen las vistas que deberán tenerse desde el Norte, el Este, el Sur y el Oeste.



¡Forme parte del equipo argentino!

¡Iniciamos aquí el Campeonato Argentino de Juegos de Ingenio 2001. Esta es una competencia de resolución individual de acertijos, abierta a todos los aficionados del país. Para participar resuelva uno, dos o los tres problemas y háganos llegar las respuestas antes de que termine abril. Envíe sólo lo que en cada caso se pide; si participa por correo electrónico no adjunte gráficos ni documentos. No se tomarán en cuenta las respuestas recibidas después del 30 de abril. Puede hacerlo por correo tradicional, a **Corrientes 1312 piso 8, 1043 Buenos Aires**, o por mail a humoryjuegos@demente.com. En cualquier caso aclare su nombre completo, su dirección (calle, número, ciudad), su dirección de mail, si lo tiene, y su teléfono (por si tenemos que comunicarnos con usted). En las ediciones de mayo y de junio publicaremos nuevos acertijos. Los participantes con mejor puntaje después de estas tres rondas quedarán habilitados para pasar a la final, que será una competencia de resolución individual de problemas en vivo. El Campeonato Argentino del año pasado, auspiciado por la **Revista de La Nación**, culminó con la integración de un equipo formado por los cuatro participantes de mayor puntaje. El equipo argentino participó luego en el 9° Campeonato Mundial realizado en Nueva York. Este año, el 10° Campeonato Mundial será en la República Checa, del 8 al 13 de octubre. El equipo argentino no tiene todavía auspiciante, por lo que no es seguro que pueda participar.

El equipo argentino

Estamos haciendo gestiones para obtener auspiciantes que faciliten el viaje del equipo argentino de juegos de ingenio. Agradecemos el apoyo que pueda usted brindarnos para este fin. Comunicarse con Jaime Poniachik al 4962-8343.

Batalla Naval con minas

5 puntos

Determine en el tablero la ubicación de los diez barcos que se detallan. Cada número dentro del tablero da la cantidad de casillas ocupadas a su alrededor (en horizontal, vertical o diagonal). Sobre las casillas con números no hay ningún barco. Nunca hay dos barcos ocupando casillas contiguas, ni siquiera en diagonal.

10				3						
9				3					0	
8				3	4	5				
7									2	1
6							6	4	3	
5		3	4	2						
4			2							
3			3							
2										0
1	0				0					
	A	B	C	D	F	G	H	I	J	K



Submarinos



Destrotores



Cruceros



Acorazado

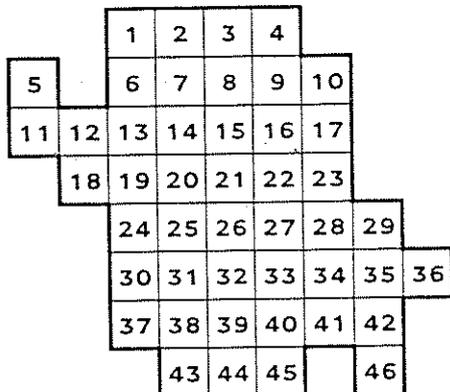
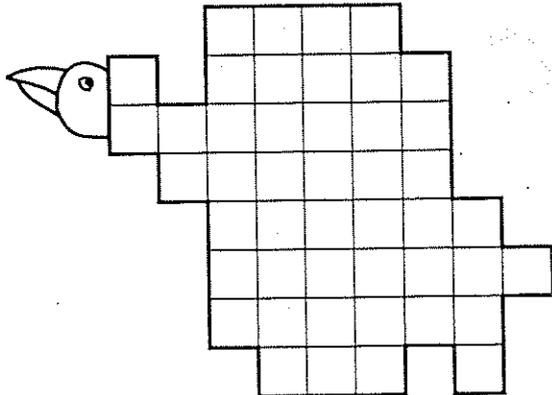
• Envíe las coordenadas de los cuatro submarinos. Por ejemplo: B2, B9, F1, J4.

El cóndor

11 puntos

Divida al cóndor en dos partes iguales. Las líneas de corte deben seguir el cuadrículado. La cabeza sólo está de adorno. Dos partes se consideran iguales si podemos superponerlas por traslación, rotación y/o rebatimiento.

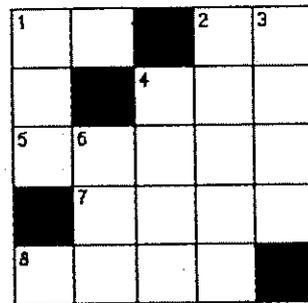
- Determine qué casillas están en la misma parte que la casilla 1. Envíe los números de esas casillas, en orden.



Números Cruzados

7 puntos

Anote los números que se definen, a razón de una cifra por casilla. Ninguno empieza con cero.



Horizontales

1. La suma de sus cifras es 8.
2. Es el cuádruple de la cantidad de veces que aparece la cifra 0 en todo el juego.
4. $6V - 1H$
5. Múltiplo de 5.
7. Capicúa.
8. Es el doble de $3V$.

Verticales

1. Es la suma de todos los números impares que aparecen en el juego. (Los números completos, no las cifras.)
2. La suma de sus cifras es 18.
3. Su última cifra es la misma que la de $1V$.
4. Es diez veces $4H$.
6. Es el cuadrado de $2H$.

- Para dar la respuesta, escriba las cifras que ocupan el diagrama, escritas en orden, de derecha a izquierda y de arriba hacia abajo.



Campeonato de Juegos de Ingenio 2001

¿No participó en la primera ronda? No se preocupe. Todavía está a tiempo.

Resuelva uno, dos o los tres problemas de estas páginas y envíenos las respuestas antes de que termine mayo. Envíe sólo lo que en cada caso se pide; si participa por correo electrónico no adjunte gráficos ni documentos. No se tomarán en cuenta las respuestas recibidas después del 31 de mayo. Puede hacerlo por correo tradicional, a **Corrientes 1312 piso 8, 1043 Buenos Aires**, o por correo electrónico a **humoryjuegos@demente.com**. En cualquiera de los dos casos, aclare su nombre completo, su dirección (calle,

número, ciudad), su dirección de correo electrónico y su teléfono (por si tenemos que comunicarnos con usted).

El *Campeonato Argentino de Juegos de Ingenio* se hizo ya el año pasado, y los participantes con los cuatro mejores puntajes formaron el equipo argentino que viajó a Nueva York para el *World Puzzle Championship*. Puede ver más detalles sobre estas competencias en los sitios comentados en la Guía Web (página 4).

La tercera y última ronda de esta etapa clasificatoria será publicada en el número 4 de H&J, que sale en junio.

8 puntos Sabueso por cifras

Un sabueso anota el 1 en una casilla cualquiera del tablero. Luego se mueve a una casilla vecina (en horizontal o vertical, pero no en diagonal) y anota el 2. Moviéndose de igual modo anota el 3, el 4, el 5, y así, hasta visitar todas las casillas del tablero una vez y sólo una vez.

Para disimular su rastro, escribe en un costado del tablero todas las cifras usadas en esa fila o columna. (¡Atención! No los números, sino las cifras.) Después vacía el tablero.

Deduzca el recorrido completo del sabueso.



Envíe los números que quedan dentro del tablero, de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. En el ejemplo sería 3, 4, 5, 6, 2, 11, 10, 7, 1, 12, 9, 8.

3 4 5 6
0 1 1 1 7
1 1 2 8 9
1 1 0 6
2 1 1 7
3 1 5 8
2 9
4



3	4	5	6
2	11	10	7
1	12	9	8

1 1 0 6
2 1 1 7
3 1 5 8
2 9
4

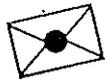
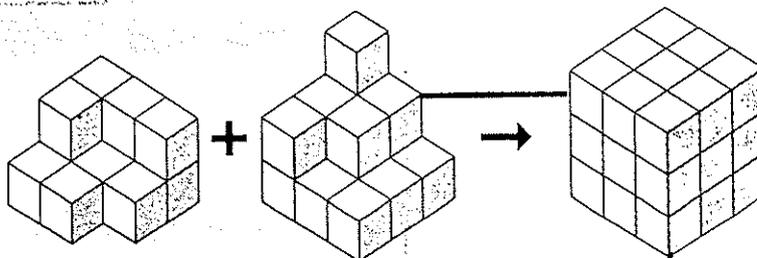
3 4 5 6
0 1 1 1 7
1 1 2 8 9

1 0 1 0 2
1 1 1 1 5
1 1 2 1 6
1 1 2 1 7
1 2 2 2 8
5 2 2 4 9
6 2 3 4
7 4 3 5
8 3
9

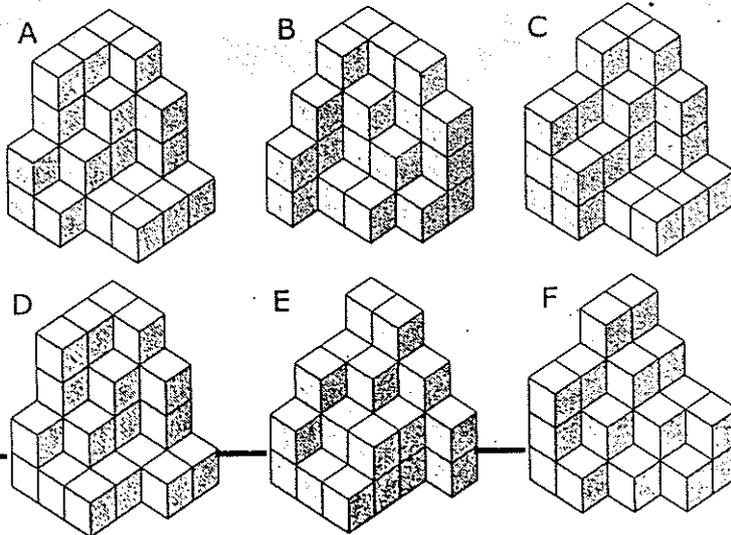
0 1 1 1 1 3 4 5 9
1 1 1 1 1 2 6 8
1 2 3 4 7 7
1 1 2 2 2 5 6 8
0 1 2 2 2 2 3 4 5 9

6 puntos Tal para cual

¿Cuáles son los dos bloques que hay que unir para formar un cubo completo de 4x4x4?

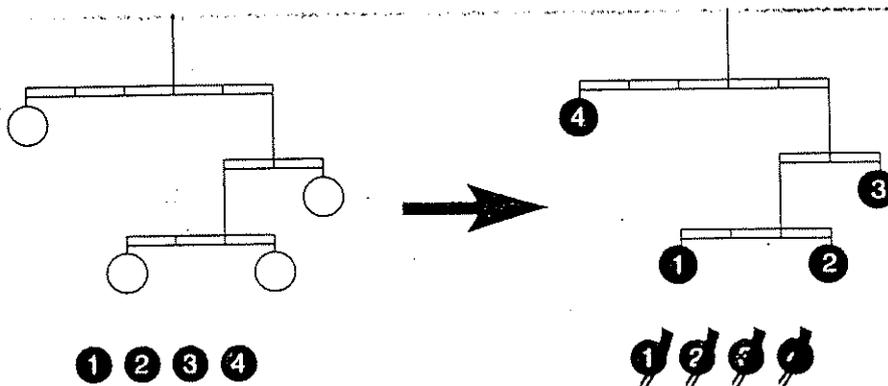


Envíe las letras que identifican a los dos bloques.

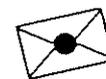
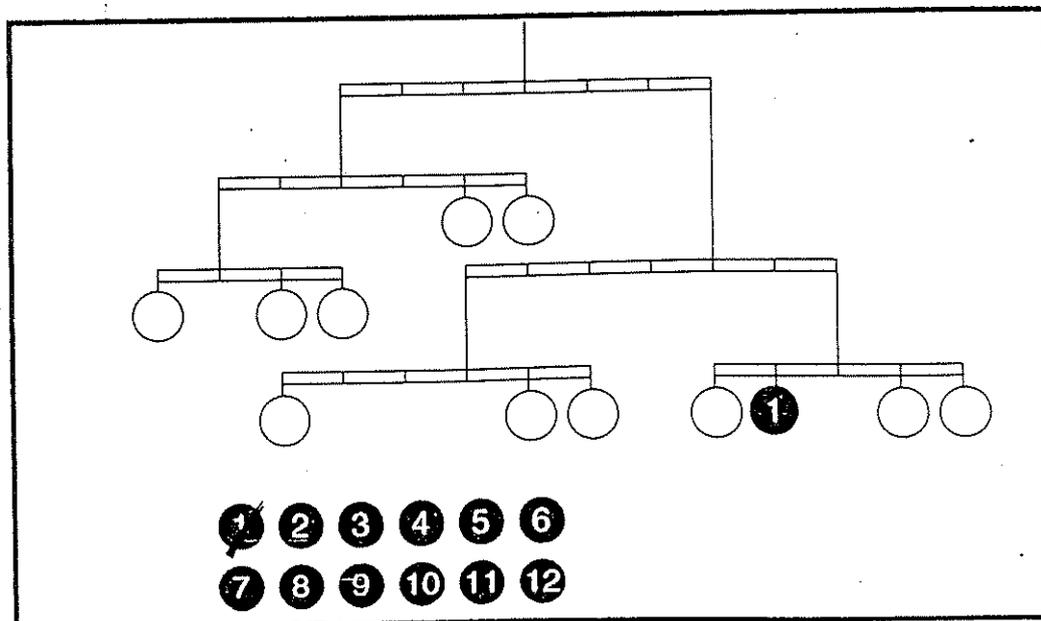


12 puntos El equilibrio justo

Ubique las pesas en los lugares correctos para que la balanza, tanto cada uno de sus brazos como el conjunto, quede en perfecto equilibrio. La pesa 1 ya está en su lugar.



Para que haya equilibrio, el producto del valor de la pesa por la distancia al eje debe ser igual en ambos lados. Observe el equilibrio entre las pesas 1 y 2. Pero cuando es una balanza la que cuelga, sólo se toman en cuenta los valores de las pesas. Observe el equilibrio entre las pesas 1 y 2 por un lado, y la 3 por el otro.



Envíe los valores de las pesas, de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Incluya el 1. En el ejemplo sería 4312.

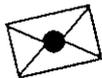
Campeonato de Juegos de Ingenio 2001

Esta es la última ronda. Aquí se define todo. Si no participó en las dos rondas anteriores, todavía puede hacerlo: quizás no sea suficiente para alcanzar a los más hábiles resolvedores del país, pero está a tiempo de sumarse al grupo de los aficionados más competitivos. Resuelva uno, dos o los tres problemas de estas páginas y envíenos las respuestas antes de que termine junio. Envíe sólo lo que en cada caso se pide; si participa por correo electrónico no adjunte gráficos ni documentos. No se tomarán en cuenta las respuestas recibidas después del 30 de junio. Puede hacerlo por correo tradicional, a **Corrientes 1312 piso 8, 1043 Buenos Aires**, o por correo electrónico a **humoryjuegos@demente.com**.

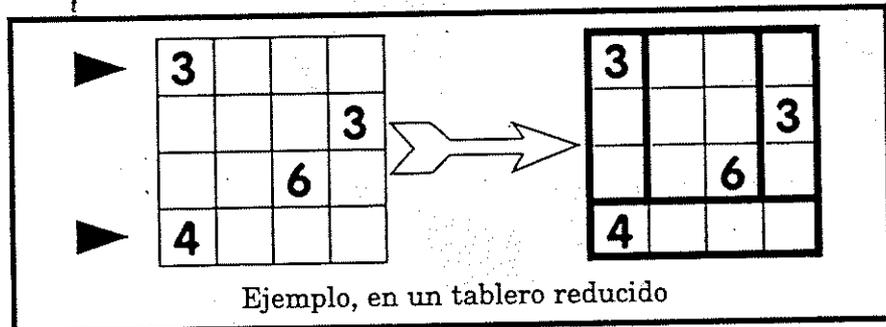
En cualquiera de los dos casos, aclare su nombre completo, su dirección (calle, número, ciudad), su dirección de correo electrónico y su teléfono (por si tenemos que comunicarnos con usted). Los que luego de las tres rondas acumulen los mejores puntajes serán invitados a participar en la final en vivo, que se hará en Buenos Aires a mediados de julio. Antes del 10 de julio nos comunicaremos por correo electrónico o por teléfono con ellos para darles la noticia e informarles del lugar y la fecha exacta. El *Campeonato Argentino de Juegos de Ingenio* se hizo ya el año pasado, y de ese modo se eligió al equipo argentino que viajó a Nueva York para el *World Puzzle Championship*.

4 puntos Bloques

Divida al tablero en bloques rectangulares (o cuadrados) con cortes que sigan las líneas del cuadrilado. Cada bloque debe contener un número; ese número debe coincidir con la cantidad de cuadritos que forman ese bloque. Los bloques no se solapan. Toda casilla es parte de algún bloque.



Cuando haya resuelto el problema, rellene todas las casillas de cada bloque con el número que está dentro de ese bloque. Envíe los números de las tres filas señaladas, de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. En el ejemplo sería 3663, 4444.

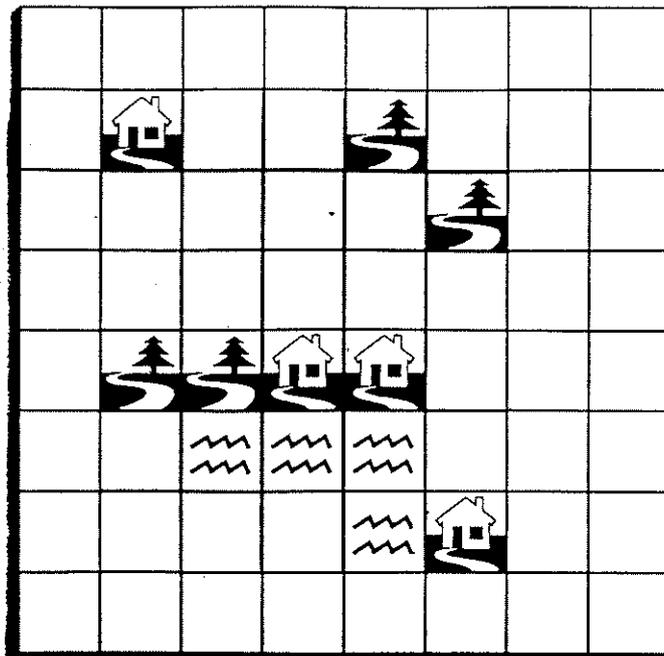


		6							3
3									
			8					6	
		6		4					
					8				2
									3
				9		6			
	9								4
7			8			8			

10 puntos El campo de los Bracamonte

Los hermanos Bracamonte desean dividir el campo de su familia en cuatro partes de igual forma y tamaño. El corte debe seguir las líneas del cuadrículado y debe dejar una casa, un árbol y un cuarto del lago en cada uno de los sectores.

¿Cómo debe dividirse el campo?

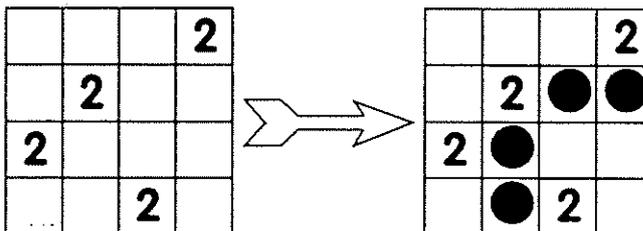


Determine qué casillas están en la misma parte que la casilla 1. Envíe los números de esas casillas, en orden.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

9 puntos Buscaminas

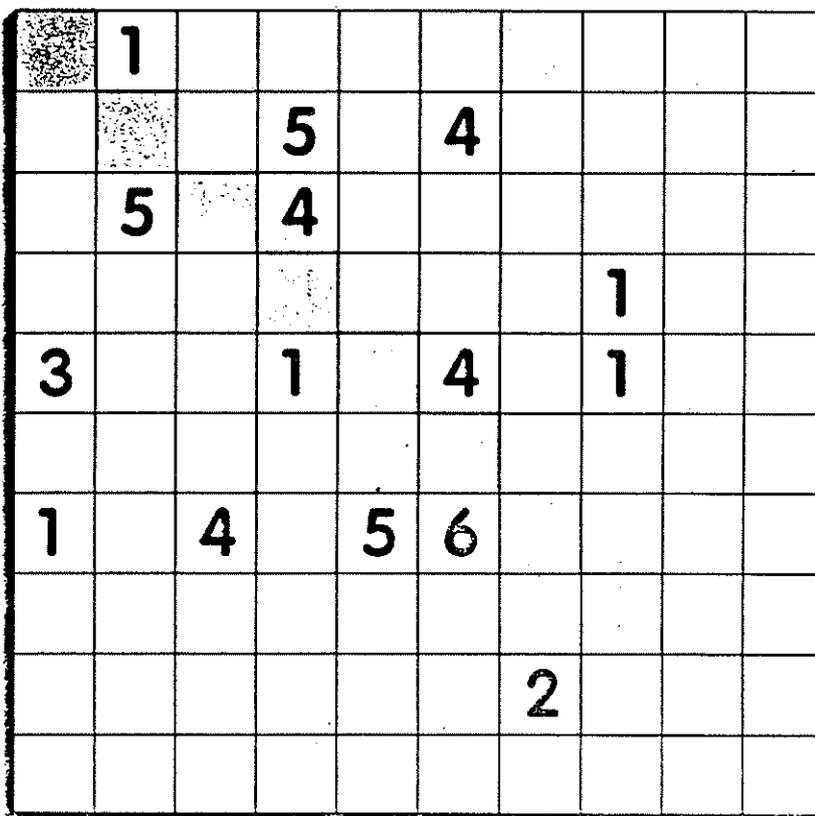
Descubra dónde están ubicadas las 20 minas. Los números indican cuántas minas hay a su alrededor, en casillas que sean vecinas en horizontal, vertical o diagonal. En las casillas con números no hay minas. En ninguna casilla hay más de una mina.



Ejemplo, en un tablero reducido



Envíe cuántas bombas aparecen en la diagonal marcada con color.



VIII. ESTRATEGIAS Y CREATIVIDAD

A continuación se presenta un complemento sobre la resolución de problemas, a saber:

- Estrategias generales [Gu];
- El examen del proceso de resolución de problemas [Gu];
- Las fuentes de creatividad [De];
- Introducción a la inteligencia genial [Ge].

Estrategias generales

Las estrategias de pensamiento eficaces en el enfrentamiento con un problema son las formas de proceder, más o menos concretas, que reflejan el modo de actuar de los verdaderamente expertos en el campo de referencia, es decir, de aquellos que ordinariamente tienen éxito en el tratamiento de problemas semejantes.

Al observar el proceder de los expertos se pueden entresacar unos cuantos rasgos característicos de su actuación de tipo general. El enfrentamiento eficaz de los expertos con un problema comporta:

Una actitud inicial sana, libre en lo posible de bloqueos y barreras previas, tal como se ha descrito en la parte primera.

Una preparación adecuada para afrontar el problema, que debe contemplar múltiples aspectos: afectivos, físicos, cognoscitivos. Los afectivos se han considerado también en la parte precedente. Las condiciones físicas más apropiadas de paz, silencio, oscuridad..., o tal vez todo lo contrario, son muy personales y en todo caso más fácilmente ajustables por cada uno de nosotros. El tipo de conocimiento de base al que se debe aspirar como preparación en la materia concreta a la que se refiere el problema será analizado en la tercera parte.

La disponibilidad de estrategias variadas de entre las que se

pueden elegir aquellas que conduzcan al tratamiento más eficaz del problema. Será el tema central de este capítulo.

Una cierta capacidad de incubación que permita involucrar a los mecanismos subconscientes de la mente en las tareas de resolución del problema entre manos.

Una constante atención a la posible iluminación, inspiración o intuición, que pueden surgir en cualquier momento en el dinamismo mental como fruto de esta tensión preparatoria. Los aspectos relativos a la incubación e iluminación serán tratados en la cuarta parte.

Una juiciosa evaluación de la situación del proceso a medida que se realiza a fin de distribuir correctamente el esfuerzo que se debe emplear en las diferentes tareas de la resolución del problema. Tales tareas incluyen la adquisición de información, la utilización de tal o cual estrategia disponible, la revisión del proceso, el perfeccionamiento y enjuiciamiento de la actuación global. Este aspecto constituye lo que se puede denominar la toma correcta de *decisiones ejecutivas* (A. Schoenfeld) que trataremos de estudiar y practicar en este capítulo juntamente con el estudio y práctica de las estrategias concretas del pensamiento.

Una perseverancia tenaz: hacia la resolución del objetivo propuesto, la cual viene a ser el motor que pone en tensión todos los resortes disponibles de la mente.

De la observación del proceder experto en la resolución de problemas de carácter general se pueden ciertamente apuntar algunas características comunes referentes a la aparición de estrategias que pueden ayudar a conformar mejor nuestros propios procedimientos.

Las *Regulae ad directionem ingenii* de Descartes constituyen una magnífica muestra de lo que en este sentido puede hacerse. La parte de estas reglas que Descartes llegó a perfilar con más detalle, las doce primeras, contiene un conjunto de consejos que, bien asimilados, conforman en el espíritu una

magnífica disposición general para la tarea intelectual. A continuación se ofrecen unos cuantos principios que en cierto modo vienen a glosar libremente algunas de las reglas de Descartes.

- *Conviene estimar la magnitud de los problemas con los que nos enfrentamos.*

Existen problemas que sobrepasan con mucho nuestras posibilidades. Otros nos serán accesibles con mayor o menor esfuerzo. Lo malo es que la frontera entre unos y otros no está a priori nada clara. Viene bien apuntar con grandeza de ánimo y con entusiasmo incluso hacia lo que parece imposible, pero al mismo tiempo conservar un sano espíritu realista con la conciencia de que ese aparente imposible tal vez pocas de las veces será realizado, pero algunas sí que lo será. Lo que es cierto con seguridad es que seguirá irrealizado por siempre si nunca se intenta.

- *Ante un problema conviene ensayar herramientas propias originales, no solamente atenerse a los caminos ya trillados por otros.*

Con confianza fundada en el hecho de que mi propia visión de la situación, en muchos casos, puede aportar luces que han sido imperceptibles para muchos de los que la han considerado con anterioridad.

- *El método es necesario para la resolución de problemas.*

Existen en cada parcela de conocimiento caminos posibles que conducen con seguridad, rapidez y facilidad hacia distintos objetivos clave, hacia atalayas importantes desde las cuales

se divisa un panorama que nos facilita nuestro trabajo intelectual. Vale la pena no pasarlos por alto.

- *Conviene reducir lo complicado a lo simple.*

Nuestra mente es capaz de afrontar problemas de estructura enormemente complicada, pero su modo de proceder en esta tarea consiste en ir ascendiendo por pasos hacia niveles de complejidad más intrincados. Una situación verdaderamente complicada no se ataca en bloque, tal como se presenta, sino ensayando soluciones en porciones más simples de ella o en versiones semejantes a ella más fácilmente abordables.

- *Para progresar en la resolución de un problema conviene disponer de una visión unitaria de todo cuanto le concierne.*

Como veremos en el capítulo 25, la estructuración del conocimiento juega un papel fundamental en la resolución de un problema. Es importante, como dice Descartes, abarcar *en un movimiento continuo e ininterrumpido del pensamiento todas y cada una de las cosas que conciernen a nuestro propósito*. De esta forma los datos relevantes del problema pueden enlazarse en nuestra mente para construir puentes eficaces para su solución.

- *Para adquirir una buena destreza en el arte de la resolución de problemas conviene ejercitarse en recorrer con método los caminos que ya han sido descubiertos por otros.*

Se empieza a pintar haciendo copias de los grandes cuadros de los maestros. Se empieza a esquiarse observando los movimientos de un experto al tiempo que se van ensayando y repitiendo uno a uno. La resolución de problemas es un arte que se transmite mediante la absorción de las técnicas de los maestros repitiendo sus procesos de pensamiento.

- *Es necesario examinar atentamente nuestro propio proceso de resolución de un problema a fin de entender mejor nuestras posibles deficiencias y nuestras virtudes y hacer así más eficaz nuestros procesos de pensamiento en el futuro.*

Si tras un intento de resolución de un problema, fructuoso o estéril, esto es lo de menos, somos capaces de escudriñar con mirada crítica nuestro propio modo de actuar, nos habituaremos en el futuro a estar pendientes, al tiempo que realizamos nuestro trabajo de resolución de problemas, de la distribución más eficaz de nuestros esfuerzos y de la aplicación más adecuada de los diferentes recursos a nuestro alcance en cada momento. Nuestras decisiones ejecutivas serán mucho más eficaces.

- *El experto en la resolución de problemas permanece abierto a la utilización de todos los recursos del entendimiento, de la imaginación, de los sentidos y de la memoria.*

El dinamismo mental tiene una magnífica riqueza de herramientas a su disposición. No es mera lógica ni mera imaginación. Aparte de los esfuerzos conscientes existe toda una serie de resortes inconscientes que, una vez puesto todo el mecanismo mental en tensión, son capaces de colaborar con gran eficacia. Conviene hacerse prácticamente conscientes de ello y dar su oportunidad a cada uno de los elementos de nuestra mente.

Como se puede observar, todas estas reglas son de carácter global, un tanto abstracto e inespecífico. No es fácil, si permá-necemos en un ámbito general, tratar de ilustrarlas mediante ejemplos y ejercicios concretos que nos puedan ayudar a incorporarlas plenamente en nuestro mecanismo intelectual.

Por ello, en lo que sigue de esta segunda parte nos dedica-

remos a tratar de examinar e imprimir en nuestra mente, mediante ejemplos y ejercicios muy específicos, las formas concretas en que estas estrategias globales se pueden plasmar en el ejercicio de resolución de problemas particulares que provienen de la enorme cantera de los juegos y puzzles clásicos y modernos.

Sin embargo, antes de ello es necesario tener a mano algún procedimiento para examinar a fondo los procesos mismos de resolución de problemas, a fin de utilizar con mayor provecho nuestra práctica de estas estrategias y de examinar los progresos que vamos realizando.

8

El examen del proceso de resolución de problemas. Elaboración y análisis de protocolos

Si pretendemos mejorar nuestros procesos de pensamiento en el tratamiento de problemas de forma eficaz es absolutamente necesario disponer de técnicas que nos permitan examinarlos a fondo, compararlos con los modelos que nos fijamos como deseables, para así poder señalar nuestras líneas de acción y detectar nuestros progresos hacia el objetivo de crear en nosotros hábitos eficientes.

Cuando se nos propone un problema que atrae nuestro interés, sucede muy frecuentemente que nos absorbe por completo por un largo rato y que, una vez resuelto o no, lo dejamos a un lado sin preocuparnos por reflexionar en ningún momento, ni a lo largo del proceso ni después de él, sobre el modo como hemos actuado.

Naturalmente, si nos enfrentamos repetidas veces con problemas semejantes a él iremos eliminando de nuestros procedimientos pasos inútiles, callejones sin salida, defectos en los que caímos las veces anteriores y así, de modo espontáneo, nuestro proceso se va depurando hasta alcanzar un grado de eficacia satisfactorio. Probablemente el virtuosismo de muchos expertos se debe a su capacidad de intuir rápidamente y con pocos ejemplos, aun sin hacer un esfuerzo reflejo, dónde se encuentra el camino adecuado y más directo entre la maraña de posibilidades ante un problema verdaderamente intrincado. Así, muy ordinariamente, el experto es incapaz de señalar

explícitamente, tras la resolución de un problema, el porqué de las múltiples elecciones que ha tenido que hacer para dar con ella.

Pero para quien desea asimilar a fondo los mecanismos de reacción de los expertos es extraordinariamente útil ejercitarse no sólo en resolver muchos problemas, sino también en examinar sus propios procesos mentales al tiempo que lo hace. Es bien cierto lo que Polya y Szego afirman: *Zur Schuelung des Denkens nur die Uebung des Denkens ist wirklich nuetzlich* (Para el aprendizaje del pensar sólo la práctica del pensar es verdaderamente útil). Pero no es menos cierto que esta práctica será tanto más útil cuanto más iluminada y consciente sea.

Para lograr establecer el hábito de analizar nuestros procesos de pensamiento propondré inicialmente un esquema que puede servir para el ejercicio individual. Más adelante veremos cómo se puede complementar y ampliar esta actividad con técnicas diferentes apropiadas en otros contextos.

Nuestra tarea inmediata consistirá en señalar un método para elaborar el *protocolo del proceso*, es decir, el acta que dé constancia de los fenómenos interesantes que han ocurrido a lo largo de nuestra ocupación con el problema.

Luego será necesario estudiar cómo se realiza el *análisis del protocolo* a fin de conocer a fondo nuestras formas de proceder, nuestras tendencias, nuestras virtudes y nuestros errores.

Tras el análisis habremos de realizar una *evaluación del proceso*, comparando nuestra realización con otras posibles formas de proceder, estudiando cómo y por qué hemos llegado a la solución o bien cómo y por qué no lo hemos logrado, en dónde han estado nuestros aciertos y dónde nuestros despistes. Y finalmente, tras la diagnosis viene bien establecer el *tratamiento*, es decir, tras la comparación de lo que hemos hecho con lo que decidamos que deberíamos haber hecho, tal vez posiblemente tras cotejar nuestra actuación con el análisis del protocolo de un experto en el tratamiento del mismo proble-

ma, podremos determinar los puntos en los que debemos insistir para proceder mejor en lo sucesivo.

La realización del protocolo del proceso

Durante nuestra ocupación mental con un problema ocurren muchas cosas interesantes. Normalmente, cuando anotamos algo de ello, señalamos nuestros cálculos, los esquemas, figuras o diagramas que pensamos que nos van a ayudar a resolverlo. Pero para lo que aquí nos interesa hay muchos otros fenómenos que, a menos que hagamos un poderoso esfuerzo, nos pasarán desapercibidos.

El mero borrador de nuestros intentos sucesivos de acercamiento a la solución *no es el protocolo del proceso*. Y mucho más lejos de él está, naturalmente, la solución en limpio que podamos elaborar tras nuestro trabajo.

El protocolo ideal del proceso debería hacerme capaz de reproducir, para su estudio, cuanto ha pasado por mi mente a lo largo de él, en lo que se refiere

a lo que he ido realizando,

a lo que he ido pensando,

a los sentimientos y situaciones afectivas por las que he ido pasando.

El protocolo ideal del proceso debería poder incluir los movimientos subconscientes que me han ayudado en mi camino y los que me han desviado de él.

Está claro que aún no se ha encontrado el modo de registrar todo este mundo mental tan complejo y tan profundo. A falta de él nos hemos de contentar con registrar nosotros mismos con brevedad y con la mayor fidelidad posible sus rasgos más destacados para después someterlos a un análisis conveniente.

Una técnica concreta que nos puede ayudar en la realización del protocolo consiste en ir trabajando en borrador con

orden, sin corregir nada de él, ocupándonos con ahínco, por supuesto, de resolver nuestro problema, pero procurando también señalar brevemente los aspectos de la situación de nuestro espíritu que inciden de algún modo en el proceso.

Ante un problema que llega a enfascarte a fondo observaras que tus anotaciones sobre el contenido lo llenan todo y que el otro aspecto, *que para nuestros objetivos es esencial*, ha quedado totalmente relegado. Sólo son reflejados los pasos técnicos de la solución del problema.

Para contrarrestar esta tendencia se puede acudir a la ayuda de un reloj que cada cierto intervalo de tiempo, por ejemplo cada diez minutos, nos recuerde que debemos echar una mirada a los otros aspectos del proceso, tales como nuestro estado de ánimo, las vueltas y revueltas de nuestro pensamiento, la fase del proceso en que nos encontramos, según se detallará más adelante (familiarización, búsqueda de estrategias, selección, realización, verificación...).

¿Qué anotar? Se trata de dejar señalados los elementos que nos parezcan útiles para realizar el análisis del proceso que se indicará más adelante. Fundamentalmente el color afectivo de mi toma de posición ante el problema, la fase del proceso en que me encuentro, mi estado de aburrimiento, desesperación, interés, entusiasmo..., los cambios en el tipo de actividad mental ante el problema..., los orígenes de las posibles ideas que van apareciendo en mi mente...

Tal vez la mejor manera de entender lo que puede ser un protocolo útil sea acudir a los ejemplos que se presentan en el capítulo siguiente.

El análisis del protocolo

Una vez realizado el protocolo se trata, en primer lugar, de analizarlo, es decir, de distinguir a través de él las diversas etapas por las que el proceso ha transcurrido, de ir señalan-

do las motivaciones que explican el paso de cada una a la siguiente.

Si el protocolo ha sido bien realizado, de acuerdo con las directrices que se han dado antes, se observarán en él dos tipos de anotaciones fáciles de distinguir. Por un lado las que corresponden al contenido del proceso, es decir, las cábalas, las cuentas, las figuras, y por otra parte las notas que resultan de las observaciones que, a intervalos determinados, ha hecho el propio autor del protocolo. Ambos tipos de anotaciones son muy interesantes y se trata, en esta fase de análisis, de enmarcar el sentido de cada una de ellas dentro del propio proceso antes de pasar a su evaluación. Es decir, hemos de procurar, a través de lo que leemos, obtener una idea clara de la marcha del proceso en sí mismo, preguntándonos a propósito de cada una de las porciones en que hemos dividido el protocolo:

— *¿A qué etapa del proceso corresponde? ¿Se trata de la fase inicial, de familiarización con el problema?, ¿pertenece a la búsqueda de estrategias?, ¿se está tratando de realizar alguna estrategia ya seleccionada?, ¿o bien se está revisando el proceso?, ¿se está tratando de llegar a tomar una decisión, de cambiar la orientación de su actividad?*

— *¿Cómo se relaciona la acción contemplada aquí con el resto de la actuación?, es decir, ¿cómo se enlaza con lo que precede y qué influjo tiene sobre lo que sigue?, ¿qué grado de importancia tiene en el proceso?*

— *¿Se pueden señalar los momentos más decisivos en el éxito o fracaso en la resolución del problema?*

Éstas son algunas preguntas que uno se puede hacer, entre otras muchas, a fin de encontrar el sentido de los movimientos mentales que ha ido realizando el autor del protocolo.

Evaluación del proceso

Tras el examen de lo que el proceso ha sido en cada una de sus partes hay que compararlo con las que consideramos formas eficaces de proceder, a fin de determinar si se ajusta a ellas convenientemente o, por el contrario, se ha actuado de forma desafortunada en alguna ocasión.

Esta comparación, en lo que se refiere a los rasgos globales del proceso, es decir, al modo de familiarización inicial, selección de estrategias, trabajo a fondo con alguna de ellas, revisión..., se puede hacer muy provechosamente si se dispone de uno o más protocolos relativos al mismo problema realizados por expertos. En ellos, tras un estudio a fondo, se puede observar la efectividad de ciertas formas de proceder.

En lo que respecta a la evaluación de los detalles de nuestro propio protocolo en sí mismo, el protocolo de un experto no ayuda mucho, pues difícilmente habrá pasado por las mismas circunstancias concretas a lo largo de su ocupación con el mismo problema.

Por esto, tanto por la posible ausencia de protocolos expertos como por la necesidad de evaluar nuestros propios procesos en sí mismos, es útil disponer de algunas *normas o recomendaciones valiosas y aplicables en gran número de casos*, a fin de que a su luz podamos inspeccionar el protocolo en cuestión y determinar los puntos positivos y negativos del proceso con mayor facilidad.

En la tercera parte, titulada «Estrategias del pensamiento matemático», tendremos ocasión de estudiar un posible modo de actuación, basado en las ideas ya clásicas de Polya, que aparece acompañado de una gran colección de ejemplos y ejercicios prácticos que ayudarán a crear hábitos eficaces de pensamiento.

Diagnóstico y tratamiento

De la evaluación de nuestro protocolo fácilmente se desprenden lecciones valiosas. Al hacernos conscientes de nuestros aciertos, reforzamos los hábitos que nos han conducido a ellos y además vamos adquiriendo un mejor conocimiento de nuestras capacidades específicas y de los campos concretos a los que nos podemos aplicar con más éxito. De nuestros desaciertos también podemos obtener un valioso conocimiento de nosotros mismos que nos conducirá a poner particular atención para corregir nuestros hábitos perjudiciales e impro-ductivos, reemplazándolos por otros más eficaces.

Las fuentes de creatividad

En esta sección analizaré algunas fuentes de creatividad, entre ellas las más tradicionales. Estas reflexiones servirán para tener una perspectiva de las técnicas sistemáticas del pensamiento lateral y también para destacar algunos aspectos prácticos del pensamiento creativo.

La inocencia

La creatividad como consecuencia de la inocencia es la creatividad clásica de los niños. Si uno no conoce el procedimiento habitual, la solución usual, los conceptos corrientes, posiblemente producirá una idea nueva. Por otra parte, si uno no está inhibido por el conocimiento de las restricciones, se siente mucho más libre para sugerir un enfoque novedoso de cualquier cuestión.

Quando los hermanos Montgolfier remontaron el primer globo de aire caliente, la noticia del emocionante evento llegó a oídos del rey de Francia. El rey consideró inmediatamente el aspecto militar de la cuestión. Entonces convocó a su mejor científico oficial, M. Charles, y le encomendó que produjera un globo de similares características. El notable hombre de ciencia se devanó

los sesos. "¿Cómo pudieron elevar semejante arma toste?", pensaba. Después de cierto tiempo de reflexión, se levantó de un salto y gritó el equivalente francés de la palabra "Eureka". "Deben de haber usado ese gas nuevo, el hidrógeno, que es más ligero que el aire", declaró. Entonces procedió a inventar el globo de hidrógeno, un tipo totalmente diferente de aerostato.

Hace muchos años, en el sur de Suecia, Gunnar Wessman, por entonces director ejecutivo de la Perstorp Corporation, reunió a un grupo de estudiantes de secundaria. Les enseñó algunas técnicas de pensamiento lateral. Después, varias personalidades de la industria y el gobierno se trasladaron a esa localidad para entrevistarse con los jóvenes y plantearles problemas. Uno de los problemas era lo difícil que resultaba motivar a los trabajadores para que aceptaran trabajar durante el fin de semana, en turnos rotativos, en una fábrica que debía funcionar constantemente. Los jóvenes, en su inocencia, sugirieron que quizás, en vez de motivar a los trabajadores fijos, convendría contratar a otros obreros para que trabajarán sólo los sábados y los domingos. Se realizó una prueba y el número de aspirantes a los nuevos empleos de fin de semana fue tan elevado que excedió las necesidades de la empresa. Los adultos, desde luego, habrían dado por sentado que nadie querría trabajar el fin de semana, que los sindicatos jamás lo permitirían, etcétera.

Los niños suelen ser muy espontáneos y originales, pero también pueden ser inflexibles, hasta el punto de negarse a proponer nuevas alternativas. En ellos, la creatividad surge precisamente de su enfoque espontáneo e inocente, pero no de la búsqueda deliberada de un nuevo punto de vista.

Lamentablemente, para los adultos no resulta fácil mantenerse espontáneos e inocentes. Y tampoco es posible ser inocente en el trabajo. ¿Cuáles son entonces los aspectos prácticos de la creatividad inocente que pueden servirnos?

En ciertos casos, podríamos escuchar a los niños. Es improbable que nos brinden soluciones totales, pero si al escucharlos estamos preparados para tomar sus conceptos básicos, seguramente encontraremos nuevos enfoques.

Algunas empresas, especialmente en el ramo de la venta al por menor y la fabricación de automóviles, son muy cerradas y creen que poseen todas las respuestas. En estas organizaciones suele existir la convicción de que para efectuar una aportación útil hay que haber pasado la vida en la empresa. Por lo tanto, es importante que miren hacia afuera, que busquen nuevas ideas en el exterior. Casi siempre esas opiniones tendrán la frescura que no puede surgir de los integrantes de la empresa sea cual fuere su experiencia.

Existe un aspecto práctico muy importante: el que concierne a la investigación. Es normal que al incursionar en un nuevo campo leamos todo lo que hay para leer sobre él. Si no lo hacemos, no podremos utilizar lo que ya se sabe, perderemos muchísimo tiempo e incluso correremos el riesgo de reinventar la rueda. Pero si lo leemos todo, posiblemente arruinaremos nuestras posibilidades de ser originales. En el transcurso de la lectura incorporaremos todos los conceptos y las percepciones existentes. Desde luego, podemos cuestionarlos e incluso ir contra la corriente, pero ya no seremos inocentes, ya no tendremos ninguna habilidad de elaborar un concepto ni siquiera levemente diferente de la idea tradicional sobre el tema. Por lo tanto, si lo que usted busca es solvencia, conocimiento, debe leerlo todo; pero si quiere ser original no debe leer nada.

Una manera de resolver este dilema consiste en empezar la lectura de lo estrictamente necesario para formarse una idea acerca del nuevo campo. Entonces, uno se detiene y piensa. Cuando hemos elaborado algunas opiniones propias, seguimos leyendo. Luego nos detenemos y revisamos nuestras ideas o desarrollamos otras nuevas. A continuación, retomamos la lectura. De este modo se presentan posibilidades de ser original.

Cuando una persona ingresa en una empresa se produce una breve etapa de espontaneidad que empieza en el sexto mes después del ingreso y dura aproximadamente un año y medio. Antes del sexto mes la persona aún no tiene información suficiente para entender el negocio (a menos que sea una empresa muy simple). Después de los 18 meses, está tan empapada de la cultura local y

de la manera de hacer que ya le es imposible tener un punto de vista inocente.

Es necesario señalar que, en Estados Unidos, la publicidad y la televisión se cuentan entre las actividades más rígidas. En otras actividades hay reglamentaciones fijas e incluso leyes físicas que orientan el comportamiento. Como en la televisión y en la publicidad estas normativas prácticamente no existen, los trabajadores de estos medios inventan una serie de reglas arbitrarias para sentirse más seguros. Si todo es posible, ¿cómo sabremos lo que se debe hacer? De modo que se establecen severas normas por tradición y las personas se ven obligadas a trabajar dentro de este ordenamiento totalmente arbitrario. En estos campos la inocencia es considerada despectivamente como ignorancia.

La experiencia.

Evidentemente, la creatividad de la experiencia es exactamente lo contrario de la creatividad de la inocencia. Con experiencia, sabemos qué dará buen resultado; sabemos por experiencia si un producto tendrá éxito o si otro se venderá.

La primera modalidad de acción de la creatividad de la experiencia consiste en "remozar". Si una idea ha funcionado bien hasta ese momento, se la adorna con algunas modificaciones para que parezca nueva. Muchas veces la "diferenciación del producto" del que se habla en el comportamiento competitivo clásico no es otra cosa que esto.

La segunda modalidad de acción de la creatividad de la experiencia es "hija de Lassie". Si algo ha funcionado bien antes, puede repetirse. Si la película *Rocky* tuvo un gran éxito, ¿por qué no hacer *Rocky II, III, y hasta Rocky V?* Esta estrategia abarca la copia, la nueva versión, el producto parecido. Cuando en publicidad surge un nuevo estilo, inmediatamente tiene imitadores. Este tipo de creatividad es muy frecuente en Estados Unidos, donde existe una considerable aversión a correr riesgos. Si uno

sabe que algo funciona, entonces prefiere repetirlo que innovar. Esto se debe a que el costo personal del fracaso es muy elevado. Un ejecutivo es tan bueno o tan malo como su última operación en la empresa. Esta modalidad favorece más bien el oportunismo que la verdadera búsqueda de oportunidades.

La tercera modalidad de acción de la creatividad de la experiencia consiste en desmontar para volver a montar. Se toma un conjunto de productos que funcionan bien en el mercado y se los junta en un "paquete": por ejemplo, se convierten en un producto financiero. Cuando llega el momento de sacar un nuevo producto, se desmonta el paquete original y se agrupan los ingredientes de otro modo. Por lo general, los componentes transitan entre diversos paquetes, de modo que las combinaciones posibles son muchas.

La creatividad de la experiencia es fundamentalmente una creatividad de bajo riesgo, que trata de basarse en lo conocido y repetir los éxitos pasados. Gran parte de la creatividad comercial es de este tipo: un producto sólido y fiable, de creatividad relativamente exitosa, pero en realidad, nada nuevo. Si alguien piensa en algo verdaderamente nuevo, posiblemente será rechazado, ya que no habría evidencia suficiente para garantizar el éxito de la nueva aventura. Como afirmó cierta vez Sam Goldwyn: "Lo que realmente necesitamos son algunos nuevos clichés".

La motivación

La creatividad de la motivación es muy importante porque la mayoría de las personas creativas extraen su creatividad de esta fuente.

Poseer motivación significa disponibilidad para dedicar hasta cinco horas por semana a la búsqueda de una nueva manera de hacer, mientras que otras personas dedican a la misma tarea no más de diez minutos por semana. Tener motivación significa seguir buscando nuevas alternativas cuando todos los demás se conforman con las conocidas. Poseer motivación supone ser lo

suficientemente curioso para buscar explicaciones. Tener motivación significa probar y estudiar, siempre en busca de nuevas ideas.

Un aspecto muy importante de la motivación es la disposición a detenerse para observar lo que nadie se ha preocupado por observar. El simple proceso de prestar atención a hechos que normalmente son considerados como obvios es una poderosa fuente de creatividad, aunque no se aplique específicamente la creatividad. Este punto es tan importante que me referiré a él de nuevo en relación con las técnicas creativas.

Tener motivación, entonces, supone una inversión de tiempo y esfuerzo y un intento de ser creativo. Con el tiempo, esta inversión ofrece sus frutos en forma de ideas nuevas y creativas.

Gran parte de lo que parece talento creativo no es más que motivación creativa, y nada de malo hay en ello. Y si a la motivación ya existente pudiéramos agregarle ciertas técnicas creativas, la combinación podría ser poderosa.

194

El juicio acertado

Entre un fotógrafo y un pintor existe una diferencia. El pintor se para frente a la tela en blanco cargado de pinceles, pinturas e inspiración, para pintar un cuadro. El fotógrafo vagabundea con su cámara hasta que determinada escena, cierto paisaje, algún objeto, captan su atención. Elige el ángulo, la composición, la iluminación y el fotógrafo convierte la escena "prometedora" en una fotografía.

La creatividad del "juicio acertado" se parece a la creatividad del fotógrafo. La persona que posee un juicio afinado no genera ideas, sino que reconoce el potencial de una idea en una etapa muy temprana. Y como por lo general esa persona conoce bien la factibilidad, el mercado y las características del campo, toma la idea y la convierte en realidad.

La capacidad de darse cuenta del valor de una idea es en sí

misma un acto creativo. Si la idea es nueva, hay que visualizar su poder. Las personas que elaboran pensamientos de este modo obtienen tanto reconocimiento como las que los generan.

Azar, accidente, error y locura

La historia del progreso humano está llena de ejemplos de importantes ideas nuevas que surgieron por azar, accidente, error o "locura".

El pensamiento tradicional, que es un resumen de la historia, se mueve en una sola dirección. Entonces sucede algo —que no se podía prever—, ese algo conduce al pensamiento por un nuevo camino y así se produce un descubrimiento.

Muchos de los avances logrados en medicina fueron el resultado de accidentes, errores u observaciones casuales. Alexander Fleming descubrió el primer antibiótico. Advirtió que los hongos que habían contaminado un plato de Petri habían matado todas las bacterias; así nació la penicilina. Pasteur descubrió el proceso de la inmunización cuando uno de sus ayudantes administró una dosis demasiado débil de la bacteria del cólera a las aves con que experimentaban. Esta dosis débil protegió a los animales contra la dosis más fuerte que se les administró después.

Cristóbal Colón se lanzó a navegar hacia el oeste, rumbo a las Indias, porque utilizó mediciones erróneas. Usó las medidas derivadas de las mediciones de la circunferencia de la Tierra realizadas por Ptolomeo. Si hubiera empleado las medidas correctas, que habían sido elaboradas por Eratóstenes (que vivió en Alejandría antes que Ptolomeo), quizá no se hubiera atrevido a intentar la hazaña, porque se habría dado cuenta de que sus barcos jamás hubieran podido llevar la cantidad necesaria de víveres.

De algún modo el desarrollo de la industria electrónica (que mueve unos 150.000 millones de dólares por año sólo en Japón) se debió a un error cometido por Lee de Forrest. Trabajando en su laboratorio, Lee de Forrest notó que cuando saltaba una chispa

entre dos esferas, la llama del gas temblaba. Pensó que el fenómeno se debía a la "ionización" del aire. Entonces inventó la válvula triple (conocida también como tubo de vacío o válvula termoiónica), en la que la corriente a ser amplificada se aplica a una rejilla, con lo que se consigue controlar la corriente mucho mayor que pasa desde el filamento al plato colector.

Este magnífico invento proporcionó el primer medio real de amplificación y dio origen a la industria electrónica. Antes de la invención del transistor, todos los dispositivos electrónicos empleaban estos tubos de vacío.

Al parecer, se trató de un error, porque la llama del gas temblaba debido al ruido producido por la descarga de la chispa.

Muchas veces los errores, las anomalías, lo que no funcionan han desencadenado nuevas ideas, nuevos puntos de vista. Sucede esto porque tales hechos nos apartan de los límites de lo "razonable", dentro de los que habitualmente estamos obligados a trabajar. Estos límites son el resumen aceptado de la experiencia pasada y son celosamente respetados, sobre todo por las personas incapaces de generar ideas nuevas.

La aparente "locura" es una fuente de creatividad cuando alguien produce una idea que no encaja dentro de los paradigmas vigentes. Casi siempre resulta una idea fuertemente cuestionada. La mayoría de ellas son, en efecto, alocadas y pasan sin dejar rastro. Pero, a veces, la idea nueva y loca resulta correcta y entonces hay que cambiar el paradigma, no sin enfrentar antes una feroz oposición por parte de los que lo defienden.

¿Cuál es entonces el provecho práctico que podemos obtener de esta poderosa fuente de creatividad? ¿Debemos cometer errores deliberadamente?

Una excelente práctica consiste en prestar suma atención a los errores y a las anomalías que se producen cuando algo no resulta como lo habíamos planeado.

El segundo consejo práctico es el uso deliberado de la provocación. Como veremos más adelante, las técnicas de la provocación nos permiten comportarnos como locos, de un modo controlado,

durante 30 segundos cada vez. Así podemos trascender los límites, hecho que de otro modo dependería del azar, el accidente, el error o la locura.

La figura 1.13 muestra gráficamente la forma como los límites de la experiencia pasada y de "lo razonable" rechazan nuestro pensamiento. Estos límites pueden rebasarse por azar, accidente, error, locura..., o provocación deliberada.

Quiero mencionar un detalle más, de orden práctico. Los individuos que trabajan solos suelen defender y desarrollar ideas que al principio son "alocadas" o excéntricas, pero que después resultan aceptables. Si a una de estas personas se la obliga a trabajar en grupo desde las primeras etapas, posiblemente no podrá desarrollar tales ideas, porque la "sensatez" del grupo rechazará la idea nueva, obligándola a retroceder hasta ubicarse dentro de los límites de lo aceptable.

En este sentido, las culturas que otorgan mucho énfasis al trabajo colectivo (como Italia y los Estados Unidos) juegan con desventaja. Otros países, en cambio (como Gran Bretaña, con su tradición de individuos excéntricos que trabajan aisladamente), están en mejores condiciones. Tal vez sea por eso que la firma MITI, en Japón, observó que el 51 por ciento de las innovaciones

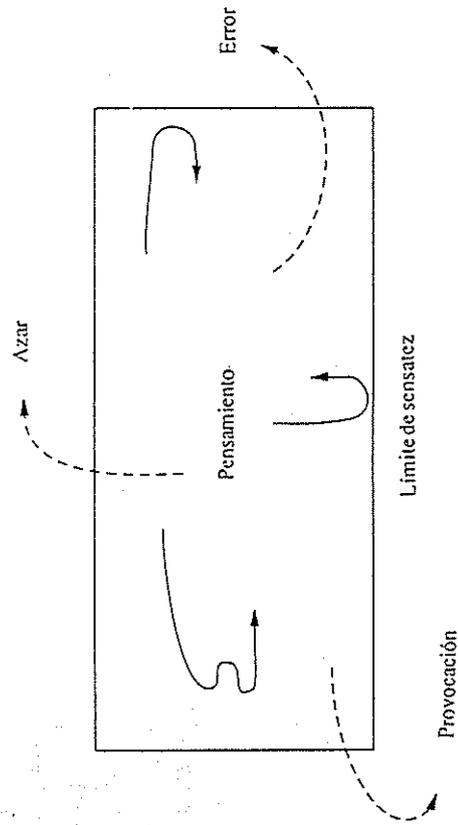


Figura 1.13

conceptuales más importantes del siglo XX se produjeron en Gran Bretaña y sólo el 21 por ciento en Estados Unidos, pese a que la inversión estadounidense siempre ha sido mayor.

Sin embargo, se opina que las complejidades de la ciencia moderna dificultan mucho el trabajo individual. Quizás en el futuro los equipos de trabajo interdisciplinarios sean fundamentales para la generación y la elaboración de ideas. Por lo tanto, actualmente aún es más necesario desarrollar las técnicas de la provisión.

En 1970 sugerí, en una reunión de ejecutivos del mundo del petróleo, que sería conveniente perforar horizontal y no verticalmente; incluso llegué a recomendar el uso de un taladro hidráulico. En ese momento la idea pareció alocada. Hoy en día, es la manera más corriente de perforar para pozos de petróleo, porque produce un rendimiento mucho mayor.

El estilo

Ya me he referido al "estilo" como fuente aparente de creatividad. El trabajo dentro de determinado estilo suele producir una corriente de productos nuevos, que lo son porque de algún modo participan del estilo general. Sin embargo, en este caso no hay un esfuerzo creativo individual para cada producto, excepto la intención de aplicar el estilo. Este tipo de creatividad puede tener mucho valor práctico, pero no equivale a la generación de ideas nuevas como tales.

En algunos casos, la creatividad de un artista surge de la posesión de un estilo firme y valioso.

La liberación

También he comentado extensamente la creatividad resultante de la liberación de las inhibiciones tradicionales. Esta creatividad, como ya he indicado, tiene cierto valor, pero no es suficiente

porque el cerebro no está naturalmente destinado a ser creativo, de modo que al liberarlo sólo lo hacemos un poco más creativo.

No obstante, debo aclarar que el cambio de cultura en una organización puede producir valiosos productos creativos. Si los empleados perciben que la creatividad es un juego permitido e incluso valorado por la dirección de la empresa, empiezan a ser más creativos.

Según mi experiencia, cuando el director ejecutivo de una organización demuestra un interés firme y concreto por la creatividad (y no se limita sólo a decirlo), la cultura de la empresa cambia rápidamente. Y quizás este cambio no sea una liberación sino más bien una rápida evaluación de las posibilidades de este nuevo "juego".

Liberarse de inhibiciones y temores, "soltarse", es un elemento importante de la creatividad, que proporciona grandes resultados. Pero la liberación por sí misma sólo es un primer paso, y eso no es suficiente.

El pensamiento lateral

Las técnicas creativas sistemáticas del pensamiento lateral pueden usarse formal y deliberadamente como generadoras de nuevas ideas y modificadoras de las percepciones. Además, es perfectamente posible aprender y practicar estas técnicas y estos procedimientos.

Los instrumentos o herramientas de trabajo surgieron de una reflexión sobre la lógica de la percepción, que equivale a la lógica de un sistema de autoorganización de la información, es decir, de un sistema que establece pautas y después las utiliza.

El aspecto práctico más importante de esta cuestión es que tales técnicas/instrumentos pueden aprenderse y usarse. O sea, que es posible desarrollar la capacidad de pensar creativamente.

Desde luego, el valor práctico y la importancia de las técnicas del pensamiento lateral no implica que la creatividad no pueda también originarse en otras fuentes.

Introducción:

*Su cerebro es mucho mejor
de lo que usted piensa.*

191

Aunque es difícil exagerar cuando se habla de lo brillante que era Leonardo da Vinci, investigaciones científicas recientes indican que probablemente subestimamos nuestras propias capacidades. Hemos sido dotados de un potencial creativo y de aprendizaje prácticamente ilimitado. El noventa y cinco por ciento de lo que sabemos sobre la capacidad del cerebro humano ha sido descubierto en los últimos veinte años. Nuestras escuelas, nuestras universidades y organizaciones apenas empiezan a poner en práctica esta reciente comprensión del potencial humano. Para aprender a pensar como Leonardo deberíamos comenzar por traer a escena la concepción actual de la inteligencia y algunos resultados de la investigación acerca de la naturaleza y extensión del potencial del cerebro.

La mayor parte de nosotros crecimos con un concepto de inteligencia que se basaba en la tradicional prueba del coeficiente intelectual (CI). Fue Alfred Binnet (1857-1911) quien ideó la prueba del CI para medir objetivamente la comprensión, el razonamiento y el juicio. Un arrrollador entusiasmo por la naciente disciplina de la psicología, así como el deseo de superar los prejuicios culturales y de clase que imperaban en Francia a finales del siglo diecinueve, motivó a Binnet a la hora de evaluar el potencial académico de los niños. Si bien el concepto tradicional del CI representó una innovación en el momento en que fue formulado, la investigación actual ha demostrado que tiene dos fallas importantes.

La primera es la idea de que la inteligencia se determina desde el nacimiento y es inmutable. Si bien las personas están genéticamente dotadas con más o menos talento en áreas específicas, investigadores como Buzan, Machado, Wenger y muchos otros han demostrado que el CI puede mejorar significativamente con un entrenamiento adecuado. A

partir de un reciente examen estadístico de más de doscientos estudios de CI publicados en *Nature*, Bernard Devlin concluyó que los genes no explican sino el 48 por ciento del CI; el otro 52 por ciento es función del cuidado prenatal, el ambiente y la educación.

La segunda debilidad del concepto corriente de inteligencia es la idea de que las habilidades verbales y de razonamiento matemático que miden las pruebas de CI (y las pruebas de aptitud escolar) son la condición esencial de la inteligencia. Esta estrecha concepción de la inteligencia ha sido completamente desbancada por la investigación psicológica contemporánea. En el ya clásico libro *Frames of Mind* [Marcos mentales] (1983), el psicólogo Howard Gardner introdujo la teoría de las inteligencias múltiples, teoría que plantea que cada uno de nosotros posee al menos siete inteligencias mensurables (en una publicación posterior Gardner y sus colegas clasificaron veinticinco subinteligencias diferentes). Las siete inteligencias y algunos genios ejemplares de cada una de ellas (además de Leonardo da Vinci, que fue un genio en todas estas áreas) son:

- + Lógica-matemática — Stephen Hawking, Isaac Newton, Marie Curie
- + Lingüístico-verbal — William Shakespeare, Emily Dickinson, Jorge Luis Borges
- + Mecánico-espacial — Miguel Ángel, Georgia O'Keeffe, Buckminster Fuller
- + Musical — Mozart, George Gershwin, Ella Fitzgerald
- + Quinestésico-corporal — Morihei Ueshiba, Muhammad Ali, F.M. Alexander
- + Social-interpersonal — Nelson Mandela, Mahatma Gandhi, Isabel I
- + Intrapersonal (autoconocimiento) — Viktor Frankl, Thich Nhat Hanh, Teresa de Calcuta

La teoría de las inteligencias múltiples es ampliamente aceptada en la actualidad y cuando se la combina con la convicción de que es posible desarrollar la inteligencia a lo largo de la vida, se convierte en una poderosa fuente de inspiración para quienes aspiran a ser hombres y mujeres del Renacimiento.

Además de ampliar la comprensión de la naturaleza de la inteligencia y de sus alcances, la investigación psicológica contemporánea ha revelado datos sorprendentes sobre nuestro potencial. Podríamos resumir los resultados en la siguiente frase: Su cerebro es mucho mejor de lo que usted piensa. Al reconocer nuestra extraordinaria dotación cortical estamos dando un maravilloso primer paso hacia un estudio práctico del pensamiento daviniano. Piense en lo siguiente: su cerebro

- + es más flexible y multidimensional que cualquier supercomputador.
- + puede aprender siete datos por segundo cada segundo por el resto de su vida y aún tendrá espacio disponible para aprender más.
- + mejorará con la edad si lo usa adecuadamente.
- + no está sólo en su cabeza. De acuerdo con la doctora Candace Pert, conocida neuróloga, "la inteligencia no sólo está localizada en el cerebro sino en células distribuidas por todo el cuerpo... Ya no es válido, como se hacía tradicionalmente, separar los procesos mentales, incluidas las emociones, del cuerpo".
- + es único. Entre los seis billones de personas que viven actualmente y los más de noventa billones de personas que han existido, nunca ha habido nadie como usted, a menos que usted tenga un gemelo idéntico. Sus dotes creativas, sus huellas dactilares, sus expresiones, su ADN, sus sueños son únicos y no tienen precedentes.

+ es capaz de una cantidad prácticamente ilimitada de conexiones sinápticas o de patrones potenciales de pensamiento.

Esto último fue establecido por Pyotr Anokhin, de la Universidad de Moscú, discípulo del legendario pionero de la psicología Ivan Pavlov. Anokhin hizo tambalear a toda la comunidad científica cuando publicó en 1968 una investigación en la que demostraba que la cantidad mínima de patrones potenciales de pensamiento que un cerebro promedio puede llevar a cabo es el número 1 seguido de 10,5 millones de kilómetros de cerros mecanografiados.

Anokhin comparó el cerebro humano con un "instrumento musical multidimensional que pudiera tocar simultáneamente un número infinito de piezas musicales". Puso énfasis en el hecho de que todos hemos sido dotados al nacer con un potencial prácticamente ilimitado. Y aseveró que ningún hombre o mujer, pasado o presente, ha explorado plenamente su capacidad cerebral. Sin embargo, Anokhin probablemente estaría de acuerdo con nosotros en que Leonardo da Vinci podría ser el ejemplo más inspirador para aquellos de nosotros que deseamos explorar todas nuestras capacidades.

¿Qué le sucede al cerebro a medida que usted envejece? Muchos suponen que las habilidades mentales y físicas necesariamente disminuyen con la edad; que después de los veinticinco años, perdemos a diario una parte significativa de nuestra capacidad mental. Lo cierto es que el cerebro promedio puede mejorar con la edad. Las neuronas son capaces de llevar a cabo conexiones cada vez más complejas a medida que transcurren los años. Y nuestra dotación neuronal es tan grande que incluso si perdiéramos millones de neuronas al día todos los días por el resto de nuestra vida, esto no sumaría más del uno por ciento del total. (Por supuesto que es importante no perder el uno por ciento que en realidad usamos!)

CÓMO APRENDER DE LEONARDO

Los patitos aprenden a sobrevivir imitando a sus madres. El aprendizaje a través de la imitación es fundamental para muchas especies, incluyendo los humanos. A medida que nos volvemos adultos, ganamos una ventaja única: podemos escoger a quién y qué imitar. También podemos escoger conscientemente nuevos modelos para reemplazar a aquellos que hemos dejado atrás. Lo lógico, por lo tanto, es elegir los mejores modelos para que nos inspiren y nos guíen hacia la realización de nuestro potencial.

De manera que si usted quiere ser mejor golfista, debe estudiar a Ben Hogan, a Jack Nicklaus y a Tiger Woods. Si quiere convertirse en líder, estudie a Winston Churchill, a Abraham Lincoln o a Isabel I. Y si quieren convertirse en un hombre o una mujer del Renacimiento, debe estudiar a Leon Battista Alberti, a Thomas Jefferson, a Hildegard von Bingen y, sobre todo, a Leonardo da Vinci.

En *The Book of Genius* [El libro de la genialidad], Tony Buzan y Raymond Keene intentan por vez primera clasificar a los grandes genios de la historia. Califican a los sujetos escogidos en categorías tales como "originalidad", "versatilidad", "dominio de su campo", "universalidad de la visión" y "fuerza y energía", y el resultado es la siguiente lista de los mejores diez:

10. Albert Einstein
9. Fidias (arquitecto de Atenas)
8. Alejandro el Grande
7. Thomas Jefferson

Leon Battista Alberti (1404-1472) fue el hombre universal original y uno de los modelos de Leonardo. Alberti fue arquitecto, ingeniero, matemático, pintor y filósofo, además de atleta y músico.

6. Sir Isaac Newton
5. Miguel Ángel
4. Johann Wolfgang von Goethe
3. Los constructores de la gran pirámide de Egipto
2. William Shakespeare

¿Y cuál es el genio más grande de todos los tiempos de acuerdo con la investigación exhaustiva de Buzan y Keene? Leonardo da Vinci.

En la versión original de su libro *Vidas de los más excelentes pintores, escultores y arquitectos*, Giorgio Vasari escribió: "El cielo en ocasiones nos envía a unos seres que no representan tan sólo a la humanidad sino a la divinidad misma, de forma que al tomarlos como modelos e imitarlos, lo mejor de nuestra inteligencia se acerca a las altas esferas celestiales. La experiencia demuestra que aquéllos que deciden estudiar y seguir las huellas de estos genios maravillosos pueden, incluso si la naturaleza les ha dado poca o ninguna ayuda, acercarse al menos a las obras supernaturales que participan de su divinidad".

Nuestra creciente comprensión de la multiplicidad de la inteligencia y de las capacidades del cerebro sugiere que la naturaleza nos presta más ayuda de lo que hubiéramos imaginado. En *Inteligencia genial* "estudiarémos y seguiremos las huellas" del más maravilloso de todos los genios, para que su sabiduría y su inspiración nos acompañen todos los días de nuestra vida.

UN ACERCAMIENTO PRÁCTICO AL GENIO

En las páginas que siguen a continuación usted aprenderá una manera práctica, y probada, de aplicar los principios esenciales del genio de Leonardo al enriquecimiento de su vida. Descubrirá una forma divertida

y original de ver el mundo y disfrutar de él, mientras desarrolla estrategias poderosas de pensamiento creativo y nuevas formas de expresarse. Aprenderá técnicas probadas para agudizar sus sentidos, liberando su inteligencia única y armonizando el cuerpo y el alma. Con Leonardo como inspiración, convertirá su vida en una obra de arte.

Aunque es posible que usted conozca la vida y obra de Da Vinci, al terminar este libro podrá apreciar a esta enigmática figura desde una perspectiva fresca y sentirá por él una admiración más profunda. Al ver el mundo desde su punto de vista, quizás llegue a saborear la soledad que trae consigo el genio. Pero le garantizo que usted se sentirá estimulado por su espíritu, inspirado por su búsqueda y exaltado por su asociación con él.

El libro comienza con un breve repaso del Renacimiento y un paralelo con nuestra época, seguido de un bosquejo biográfico de Leonardo y un resumen de sus principales logros. El núcleo del libro es la discusión de los "siete principios davincianos". Estos principios surgen de un profundo estudio del hombre y de sus métodos. Los he bautizado en italiano, la lengua original de Leonardo. La buena noticia es que los principios de Leonardo son intuitivamente obvios: usted no tiene que

Gioorgio Vasari (1511-1574), arquitecto de los Uffizi de Florencia y discípulo de Miguel Ángel, publicó originalmente sus *Vidas de los más excelentes pintores, escultores y arquitectos* en 1549. Los estudiosos consideran que con este libro Vasari inventó la disciplina de la historia del arte. *Vidas* sigue siendo la referencia más importante del arte italiano del Renacimiento. Con asombroso olfato, Vasari presenta la vida y obra de más de doscientos pintores, escultores y arquitectos, incluyendo a Giotto, Masaccio, Brunelleschi, Donatello, Botticelli, Verrocchio, Rafael, Miguel Ángel, Tiziano y, por supuesto, Leonardo.

tratar de inventárselos en su vida. Más bien, como prácticamente todo lo relacionado con el sentido común, debe tratar de recordarlos, desarrollarlos y aplicarlos.

Los siete principios davincianos son:

Curiosità — La actitud de acercarse a la vida con una curiosidad insaciable y la búsqueda continua del aprendizaje.

Dimostrazione — El compromiso de poner a prueba el conocimiento a través de la experiencia, la persistencia y la disposición a aprender de nuestros errores.

Sensazione — El continuo refinamiento de los sentidos, especialmente de la vista, como medio para animar la experiencia.

Sfumato (literalmente "esfumarse") — La voluntad de aceptar la ambigüedad, la paradoja y la incertidumbre.

Arte/Scienza — El desarrollo del equilibrio entre la ciencia y el arte, la lógica y la imaginación. Pensar con todo el cerebro.

Corporalita — El cultivo de la gracia, la ambidestreza, la condición física y el porte.

Connessione — El reconocimiento de la interconexión de todas las cosas y de todos los fenómenos. Pensar en términos de sistemas.

Al haber leído hasta este punto usted ya ha aplicado el primero de los principios davincianos. La *Curiosità* — la búsqueda continua del aprendizaje — viene primero porque el deseo de saber, de aprender y de crecer es el motor del conocimiento, de la sabiduría y del descubrimiento.

Si usted está interesado en pensar por usted mismo y en liberar su mente de los hábitos limitantes y de las preconcepciones, entonces va camino del segundo principio: *Dimostrazione*. En su búsqueda de la

verdad, Da Vinci insistió en cuestionar la sabiduría convencional. Usó la palabra *dimostrazione* para expresar la importancia de aprender por uno mismo a través de la experiencia práctica.

Ahora haga una pausa y trate de recordar los momentos del año pasado cuando se sintió más intensamente vivo. Lo más probable es que en esos momentos sus sentidos estuvieran más despiertos. Nuestro tercer principio — *Sensazione* — se basa en la agudización consciente de los sentidos. Leonardo creía que el refinamiento de la percepción sensorial era la clave para el enriquecimiento de la experiencia.

A medida que sus sentidos se agudicen, y usted explore las profundidades de la experiencia y despierte su capacidad casi infantil de preguntarse, se topará cada vez más con la incertidumbre y la ambigüedad. La "tolerancia a la confusión" es el rasgo más característico de las personas altamente creativas, y Leonardo probablemente tenía más de ese rasgo que cualquiera que haya vivido jamás. El principio número cuatro — *Sfumato* — es una guía para que usted se sienta más a gusto con lo desconocido, para que se familiarice con la paradoja.

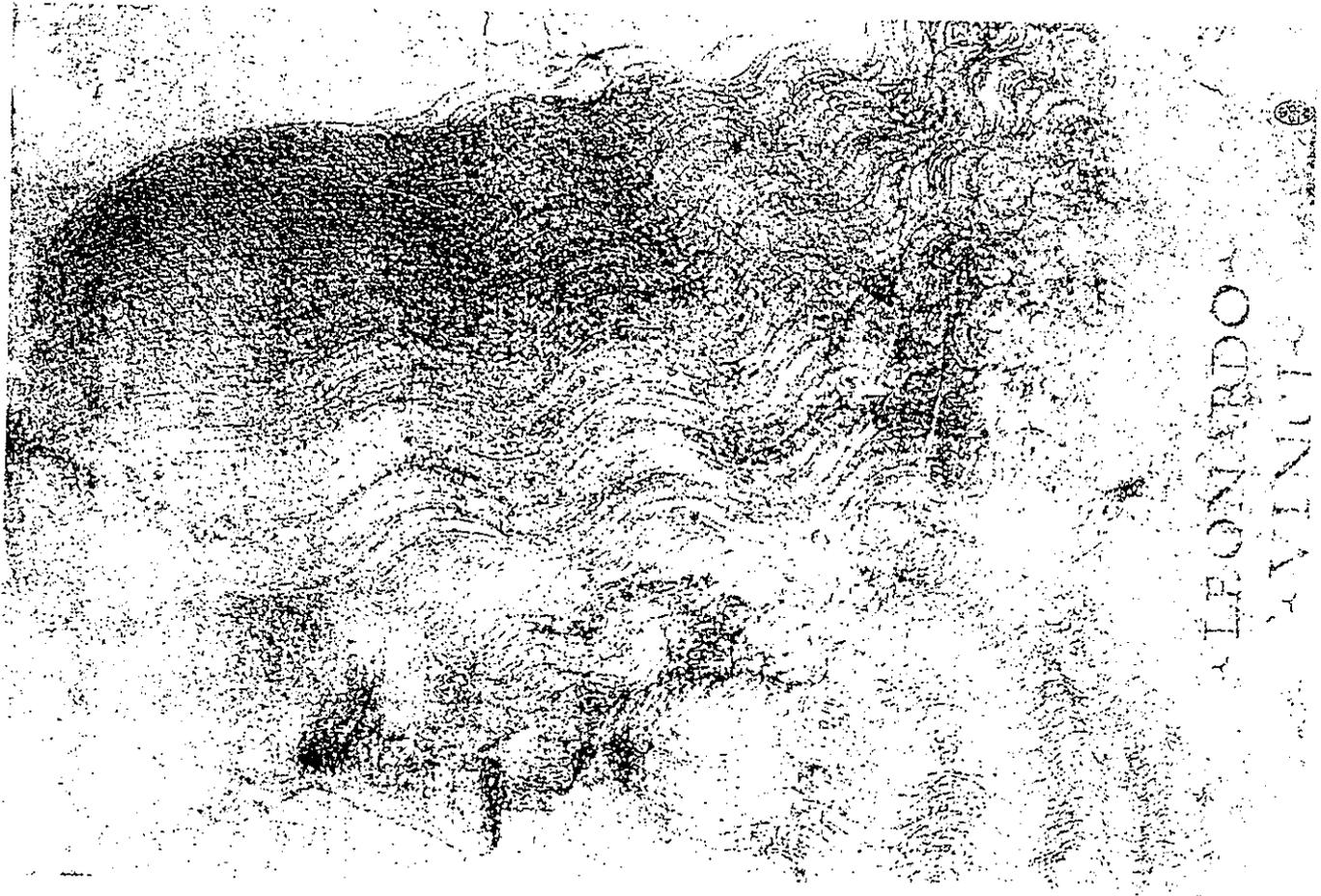
Para que el equilibrio y la creatividad surjan de la incertidumbre es necesario el quinto principio — *Arte/Scienza* —, que supone pensar con todo el cerebro. Pero Da Vinci creía que el equilibrio no era solamente mental, ejemplificó y reafirmó la importancia del principio número seis — *Corporalita* —, el equilibrio del cuerpo y de la mente. Y si usted reconoce los patrones, las relaciones, las conexiones y los sistemas, entonces está poniendo en práctica el principio número siete: *Connessione*. La *Connessione* lo reúne todo.

Cada principio será ilustrado con extractos de los cuadernos del maestro y con sus bosquejos o pinturas. Posteriormente propondremos algunas preguntas destinadas a estimular la reflexión y la autoevaluación. Estas preguntas fueron diseñadas para estimular su pensamiento y ani-

«Aprender de él lo respetamos»
FREUD SOBRE DA VINCI

marlo a aplicar los principios. Después de las preguntas encontrará un programa de ejercicios prácticos cuyo propósito es cultivar el renacimiento personal y profesional. Para obtener mayores beneficios de *Inteligencia genial*, le aconsejamos que lea primero todo el libro, sin hacer los ejercicios. Sólo reflexione sobre las preguntas y úselas para hacerse una autoevaluación. Y después de esta primera aproximación, vuelva a leer la explicación de cada principio y haga los ejercicios. Algunos son fáciles y divertidos, mientras que otros exigen un trabajo interior profundo. Todos están diseñados para que el espíritu del maestro penetre en su vida cotidiana. Además de estos ejercicios, usted encontrará una lista de lecturas y de recursos, con comentarios que lo guiarán en la exploración y aplicación de cada principio. La lista de lecturas incluye textos sobre el Renacimiento, la historia de las ideas, la naturaleza del genio y, por supuesto, la vida y la obra de Leonardo.

En la última sección del libro usted encontrará el "Curso de dibujo para principiantes de Leonardo da Vinci" y también descubrirá cómo participar en un proyecto que cambiará la historia y que encarna la esencia del espíritu da vinciano.



Retrato del maestro

IX. BIBLIOGRAFÍA

- [AA] A. ALVAREZ ALVAREZ, "Uso de la calculadora en el aula", Narcea – MEC, Madrid (1995).
- [AR] J.A. ARGUELLES RODRIGUEZ, "Matemática recreativa y otros juegos de ingenio", Akal, Madrid (1994).
- [AB] J.L. ANTON BOZAL et al., "Taller de matemáticas" Narcea – MEC, Madrid (1994).
- [BePiSa] M.E. BECKER – N. PIETROCOLA – C. SANCHEZ, "Notas de combinatoria", Red Olímpica, Buenos Aires (1996).
- [De] E. DE BONO, "El pensamiento creativo. El poder del pensamiento lateral para la creación de nuevas ideas", Paidós, Barcelona (1999).
- [Fa] E. FAVRO, "Mathématiques financières et calcul d'optimisation", Dunod, Paris (1991).
- [Ga] A. GARDINER, "Discovering Mathematics. The art of investigation", Oxford Univ. Press, Oxford (1998).
- [Ha] E.F. HAEUSSLER – R.S. PAUL, "Matemática para administración y economía", Grupo Editorial Iberoamericano, México (1992).
- [Ge] M. J. GELB, "How to think like Leonardo da Vinci", Delacorte Press, New York (1998). Traducción: "Inteligencia genial. 7 principios claves para desarrollar la inteligencia, inspirados en la vida y obra de Leonardo da Vinci", Editorial Norma, Bogotá (1999).
- [Gu] M. DE GUZMAN, "Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos", Pirámide, Madrid (1995).
- [Kr] S.G. KRANTZ, "Techniques of problem solving", American Math. Soc., Providence (1997).
- [Po] G. POLYA, "How to solve it", Princeton University Press (1945). Traducción: "Cómo plantear y resolver problemas", Trillas, México (1994).
- [Sa] L.A. SANTALÓ, "Matemática. Iniciación a la creatividad", Vol. 1 (1993), 2 (1993) y 3 (1995), Kapelusz, Buenos Aires.
- [So] D. SOLOW, "Cómo entender y hacer demostraciones en matemáticas", Limusa, México (1993).
- [Ta1] D.A. TARZIA, "Cómo pensar, entender, razonar, demostrar y crear en Matemática", MAT-Serie B, Rosario, # 1 (2000).
- [Ta2] D.A. TARZIA, "Curso de nivelación en Matemática", McGraw-Hill Interamericana, Santiago de Chile (2000).

Los juegos de lógica-matemática y entretenimientos que se propusieron en el presente curso han sido extraídos de los siguientes libros y revistas:

- "Laberintos", Ediciones de Mente, Buenos Aires (1996).
- "Batalla Naval", Ediciones de Mente, Buenos Aires (1992/1993).
- "Cruzadas", Zugarto Ediciones, Madrid.
- "Enigmas oro. Juegos de lógica", Ediciones de Mente, Buenos Aires.
- "Enigmas. Juegos de lógica", Ediciones de Mente, Buenos Aires.
- "Humor & Juegos", Ediciones de Mente, Buenos Aires.
- "Jeux de logique", Keesing France, Levallois-Perret.
- "La Nación", Diario La Nación, Buenos Aires.
- "Les placés de sport cérébral", Keesing France, Levallois-Perret.
- "Lógicamente. Juegos de lógica", Zugarto Ediciones, Madrid.
- "Nombres flechas", Keesing France, Levallois-Perret.
- "Nombres placés", Keesing France, Levallois-Perret.
- "Quién es quién", Editorial Primavera, Buenos Aires.
- "Viva" y "Juegos de verano", Diario Clarin, Buenos Aires.