

TOMA DE NUTRIENTES POR RAÍCES DE CULTIVOS EN VOLÚMENES VARIABLES DE SUELO (A CAMPO)

Juan C. Reginato[†], Jorge L. Blengino[†] y Domingo A. Tarzia[‡]

[†]*Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químicas y Naturales, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta 36 Km 601, X5804BYA Río Cuarto, , Argentina, reginato.juancarlos@gmail.com, jblengino@gmail.com*

[‡]*CONICET- Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Empresariales, Univ. Austral, Paraguay 1950, S2000FZF Rosario, Argentina. Dtarzia@austral.edu.ar*

Resumen: Se estudia la toma de nutrientes poco móviles (P o K) mediante un modelo de frontera móvil para un sistema radical creciendo en un volumen global variable de suelo (como a campo en cultivos intensivos) y con un volumen de suelo accesible por cada raíz individual variando según varía la densidad de raíces. Las ecuaciones resultantes son resueltas por el método de elementos finitos. De los resultados obtenidos se muestran y comparan simulaciones para un mismo cultivo creciendo en volúmenes fijos (macetas) y volúmenes variables en función de parámetros característicos del sistema suelo planta.

Palabras claves: *toma de nutrientes, frontera móvil, elementos finitos*

2010 AMS Subjects Classification: 35R37 – 65N30 - 92F05

1. INTRODUCCIÓN

La toma de nutrientes por raíces de cultivos fue presentada por primera vez en el ampliamente usado modelo de una única raíz de Barber-Cushman [1]. El modelo trata al sistema como dos cilindros concéntricos donde el cilindro interior es la raíz (con radio constante, sin ramificaciones ni raíces laterales, pelos radicales o micorrizas), cuyo centro es la referencia espacial del sistema suelo planta con orientación radial. El suelo (el cual se asume homogéneo e isomórfico con contenido de humedad constante) forma un cilindro externo alrededor de la raíz, también con un radio constante. El movimiento de agua y solutos en el sistema suelo es solamente radial hacia la raíz, por flujo masal-difusivo. El flujo de agua, controlado por la demanda de evapotranspiración (asumida constante en el tiempo) obedece una geometría radial del sistema y conservación de masa. La toma de nutriente es una función de la concentración del ion en cuestión en la solución suelo sobre la superficie de la raíz asumiendo que la toma ocurre solamente de la solución, sin interacción con otros solutos. Una actualización de estos hechos básicos incluyen una frontera móvil para el radio externo (extensión de la rizósfera) para tener en cuenta el crecimiento de la raíz versus el tiempo y el consecuente aumento en la densidad de raíces y cambios de jerarquías en el sistema radical de acuerdo a Reginato et al. [2]. En el modelo de Barber-Cushman, la extensión del compartimento de suelo es constante y no se permite flujo de soluto a través de ese límite (aunque el flujo de agua no está limitado). Esto significa que en un sistema radical que crece con el tiempo, el volumen de suelo crece con el tiempo, lo cual no es tenido en cuenta por el modelo de Barber-Cushman que es un modelo de frontera fija. Asimismo, la adición de nutrientes por fertilización es una práctica agrícola común. Como resultado los modelos de Barber-Cushman [1] y Reginato et al. [2] predicen razonablemente bien en plantas creciendo en macetas donde el sistema radical está uniformemente distribuido, pero no tan bien cuando se aplica a condiciones de campo [3]. Algunos modelos que tienen en cuenta cambios en la densidad de raíz no resuelven la baja predictibilidad de los modelos de bordes fijos [4]. Con el objetivo de resolver esta problemática, en este trabajo se presenta un modelo de frontera móvil para la toma de nutrientes de poca movilidad como P y K en volúmenes variables de suelo.

2. EL MODELO DE FRONTERA MÓVIL

A los fines de presentar las ecuaciones que gobiernan el modelo se asume cultivos creciendo a condición de campo como en los cultivos extensivos, es decir, cultivos sembrados sobre hileras separadas una cierta distancia y a su vez separadas sobre la hilera otra cierta distancia. Cada planta tendrá asignada un volumen representado por una caja de área constante A_{suelo} y profundidad variable $z(t)$ (hasta una cierta profundidad máxima que dependerá del tipo de cultivo). Para trigo, por ejemplo, algunos valores típicos para la profundidad máxima de enraizamiento es de 125 cm, la separación entre hileras es de 25 cm y sobre

hileras 12.5 cm. Asimismo se asume que no existe competencia por nutriente entre plantas de cajas contiguas. Así, el sistema puede representarse mediante un problema de frontera móvil pero en volumen variable con el tiempo, estando el sistema radical distribuido homogéneamente en ese volumen y cuya densidad de raíces varía según las mismas van explorando ese volumen variable de suelo. Este problema de frontera móvil es unidimensional con un radio de rizocilindro $R(t)$ y una profundidad de enraizamiento $z(t)$ variables con el tiempo. Este modelo es válido solamente para la toma de iones poco móviles como P y K ya que el sistema radical incorpora nutrientes solo desde el suelo muy cercano a las raíces, dejando el resto de suelo no explorado y exterior al frente de enraizamiento sin perturbar. Luego, asumiendo solo flujo difusivo ($Pe = 0$ y válido para iones de baja movilidad), el problema de frontera móvil, en coordenadas cilíndricas, a resolver es:

$$(\phi + b) \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(D \phi r \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \frac{dC_f}{dt}, \quad s_o < r < R(t), \quad t > 0 \quad (1)$$

$$C(r, 0) = C_o(r) = C_o, \quad s_o < r < R_o \quad (2)$$

$$D \phi \frac{\partial C(s_o, t)}{\partial r} = \frac{J_m [C(s_o, t) - C_u]_+}{K_m + [C(s_o, t) - C_u]_+}, \quad t > 0 \quad (3)$$

$$D \phi \frac{\partial C(R(t), t)}{\partial r} = 0, \quad t > 0 \quad (4)$$

con la frontera móvil dada por: (Ver Apéndice I)

$$R(t) = \sqrt{s_o^2 + \frac{A_{suelo} z(t)}{\pi \ell(t)}}, \quad t > 0 \quad (5)$$

y la incorporación de iones desde la zona adyacente al frente de enraizamiento dada por: (Ver Apéndice II)

$$\frac{dC_f}{dt} = C_o \frac{k_z(t)}{z(t)} \quad (6)$$

donde r es la distancia radial desde el eje de la raíz [cm]; t es el tiempo [s]; b es el poder buffer [adimensional]; D es el coeficiente de difusión [$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$] con $D = D_w f$ siendo D_w el coeficiente de difusión en agua y f es un factor de tortuosidad (adimensional); s_o es el radio de la raíz [cm]; v_z es la velocidad de penetración del frente de enraizamiento en el suelo [cm s^{-1}] y asumida lineal; R_o es la semidistancia inicial entre ejes de raíces [cm]; J_m es el influjo máximo [$\text{mol cm}^{-2} \text{s}^{-1}$]; K_M es la concentración para la cual el influjo es $J_m/2$ [mol cm^{-3}]; C_u es la concentración umbral por debajo de la cual el influjo se detiene [mol cm^{-3}]; $R(t)$ es la semidistancia instantánea entre ejes de raíces [cm]; $C_o(r)$ es el perfil de concentraciones inicial en $[s_o, R_o]$ [mol cm^{-3}]; ϕ es el contenido de agua (adimensional) y $\ell(t)$ es la longitud de raíz conocida en función del tiempo [cm] (la ley conocida de crecimiento de raíz puede ser lineal, exponencial o sigmoidea y en los resultados calculados hemos usado crecimiento exponencial con velocidad k_ℓ [s^{-1}]. k_z es la velocidad de enraizamiento en la dirección z [cm s^{-1}]. La ecuación (1) es la ecuación de transporte difusivo de iones en suelo y la condición (2) corresponde al perfil inicial de concentraciones. La condición (3) representa el balance de masa sobre la superficie de la raíz donde todo el flujo difusivo que arriba está disponible para la absorción mediante una cinética de Michaelis-Menten y la condición (4) representa un flujo nulo sobre el límite de no transferencia o semidistancia instantánea entre raíces $R(t)$. Se resalta que esta condición de flujo nulo impuesta en este trabajo es similar a una usada en nuestro trabajo previo [3]. La condición (3) representa el balance de masa sobre la superficie de la raíz entre el flujo que arriba y los iones incorporados y la condición (5) representa la frontera móvil $R(t)$ en función de la longitud de raíz instantánea y de la profundidad de enraizamiento instantánea. La ecuación (5) para la frontera móvil es una versión mejorada de una similar usada en el modelo previo e introduce errores menores en el algoritmo computacional diseñado para resolver el problema. La solución del sistema (1) - (5), es obtenida a través del siguiente cambio de variable, similar al cambio de variable de Roose [5], pero escalando la diferencia $(r-s_o)$ por la diferencia $(R(t)-s_o)$ y transformando el intervalo $(R(t)-s_o)$ en un intervalo fijo $(0,1)$:

$$C^*(r^*, t^*) = \left(C(r, t) - \frac{C_o}{(\phi + b)} \ln \left(\frac{z(t)}{z_o} \right) \right) / K_m, \quad r^* = \frac{r - s_o}{R(t) - s_o}, \quad t^* = \frac{D \phi}{(\phi + b) R_o^2} t \quad (7)$$

Así, se obtiene el siguiente problema adimensional en dominio fijo:

$$C_r^* = \left(\frac{R_o}{s_o}\right)^2 \frac{C_{r^*}^*}{(R^*(t^*)-1)^2} + \frac{C_r^*}{R^*(t^*)-1} \left[\left(\frac{R_o}{s_o}\right)^2 \frac{1}{1+r^*(R^*(t^*)-1)} + r^* \frac{dR^*}{dt^*} \right], \quad 0 < r^* < 1, \quad t^* > 0 \quad (8)$$

$$C^*(r^*, 0) = C_o^*, \quad 0 < r^* < 1 \quad (9)$$

$$\frac{C_r^*(0, t^*)}{R^*(t^*)-1} = \lambda \frac{\left[C^*(0, t^*) + \frac{C_o^*}{(\phi+b)} \ln\left(\frac{z(t)}{z_o}\right) - C_u^* \right]}{1 + \left[C^*(0, t^*) + \frac{C_o^*}{(\phi+b)} \ln\left(\frac{z(t)}{z_o}\right) - C_u^* \right]}, \quad t^* > 0 \quad \text{con } \lambda = \frac{J_m s_o}{D\phi K_m}, C_o^* = \frac{C_o}{K_m}, C_u^* = \frac{C_u}{K_m} \quad (10)$$

$$C_r^*(1, t^*) = 0, \quad t^* > 0 \quad (11)$$

$$R^*(t^*) = \frac{1}{s_o} R \left(\frac{(\phi+b)R_o^2}{D\phi} t^* \right) = \sqrt{1 + \frac{A_{\text{suelo}} z_o}{\pi s_o^2 \ell_o} \frac{1 + \frac{k_z(\phi+b)R_o^2}{D\phi} t^*}{e^{\frac{k_r(\phi+b)R_o^2}{D\phi} t^*}}} \quad \text{if } \ell(t) = \ell_o e^{k_r t}, \quad t^* > 0 \quad (12)$$

La solución del problema (8) - (12) es obtenida mediante la aplicación del método de elementos finitos adaptativos y el uso del software FlexPDE. Una vez obtenidas las concentraciones $C(s_o, t)$ sobre la superficie de la raíz y consecuentemente los influjos sobre la misma, la toma acumulativa de nutriente al tiempo t es obtenida según la fórmula (Reginato y Tarzia [6]):

$$\Delta U = U(t_f) - U(t_i) = 2\pi s_o \int_{t_i}^{t_f} J(t)\ell(t)dt \quad (13)$$

donde J está dado en $\text{mol cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, $\ell(t)$ en cm y U en moles.

3. RESULTADOS

Se estudia la toma de potasio por trigo usando datos extraídos de Samal et al. [7]. Para una velocidad de enraizamiento lineal en el eje vertical z , $k_z = 7.52 \times 10^{-7} \text{ cm s}^{-1}$ y velocidad de crecimiento exponencial longitudinal de raíz $k_1 = 1.756 \times 10^{-6} \text{ cm s}^{-1}$, se comparan las tomas predichas en volumen fijo (Macetas, Figura 1a) y en volumen variable de suelo (A campo, Figura 1b). El tiempo de simulación es de 90 días (período vegetativo de crecimiento). El tiempo correspondiente al ciclo completo del cultivo de trigo es de 280 días, siendo el tiempo correspondiente a la profundidad máxima de enraizamiento a los 220 días.

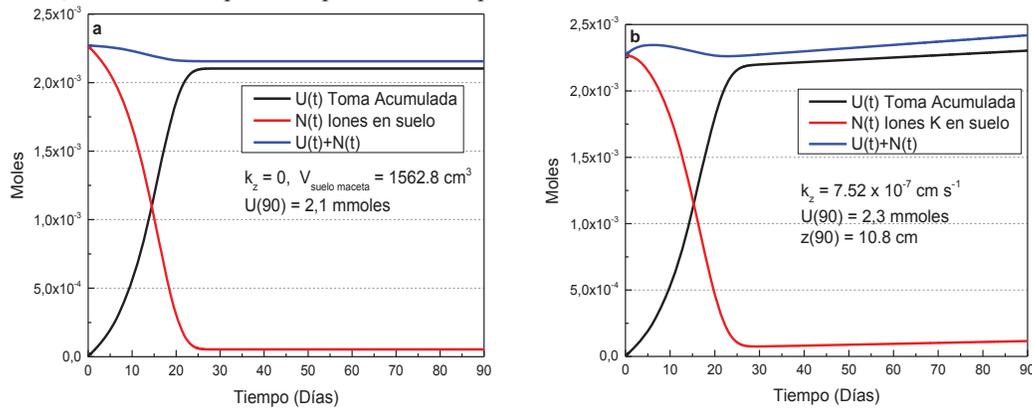


Figura 1. Balance de masa para la toma de K en: a) volumen fijo y b) volumen variable

Como puede observarse, de la Figura 1, se observa que, a igualdad de datos de entrada, la toma predicha para el sistema radical creciendo en volumen variable de suelo (a condición de campo) es aproximadamente un 10 % mayor. En la Figura 2, y con datos de entrada iguales, se muestran tomas predichas para valores de k_z : a) $2 k_z$ y b) $3 k_z$. De las mismas se observa que las tomas predichas en volumen variable son 35 y 66 % mayores a la predicha en volumen fijo.

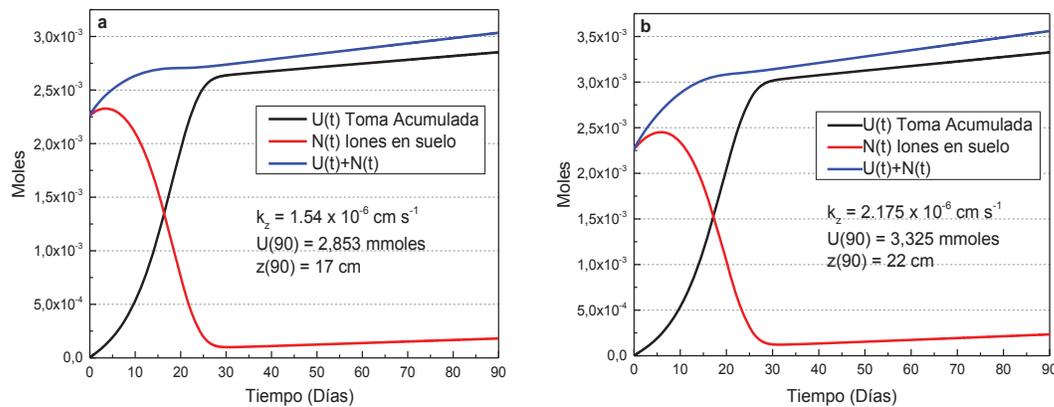


Figura 2. Tomas predichas en volumen variable para: a) $k_z = 1.54 \times 10^{-6} \text{ cm s}^{-1}$ y b) $k_z = 2.175 \times 10^{-6} \text{ cm s}^{-1}$

4. CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos se concluye, que predicciones basadas en experimentos realizados en macetas no son extensibles a condición de campo aun cuando las propiedades mecánicas del suelo (dependientes del tipo de suelo y contenido de agua) sean similares a las del suelo utilizado en macetas. Así, este modelo puede ser una herramienta alternativa para evaluar y aconsejar técnicas de fertilización, evitando el exceso de la misma y la contaminación de suelos y napas.

REFERENCIAS

[1] S.A. BARBER AND J.H. CUSHMAN, “*nitrogen uptake model for agronomic crops*” in: I.R. Iskandar, Ed., *Modeling wastewater renovation-land treatment*, Wiley-Interscience, New York, 1981, pp. 382-409.
 [2] J.C. REGINATO, M.C. PALUMBO, C.H. BERNARDO, I. MORENO AND D.A. TARZIA, “*Modelling nutrient uptake using a moving boundary approach. Comparison with the Barber-Cushman model*”, *Soil Sci. Soc. Am. J.* 64 (2000), pp. 1363-1367.
 [3] M. SILBERBUSH AND S.A. BARBER, “*Root Growth, Nutrient Uptake and Yield of Soybean Cultivars Grown in the Field*”, *Comm. in Soil Sc. and Plant Anal.*, 16, 1, (1984), pp. 119-127.
 [4] P.J. SMETHURST AND N.B. COMERFORD, “*Simulating Nutrient Uptake by Single or Competing and Contrasting Root Systems*”, *Soil Science Society of America Journal*, 57, 5, (1993), pp. 1361-1367.
 [5] T. ROOSE AND G.J.D. KIRK, “*The solution of convection–diffusion equations for solute transport to plant roots*”, *Plant Soil*, 316, (2009), pp. 257–264
 [6] J.C. REGINATO AND D.A. TARZIA, “*An alternative formula to compute the nutrient uptake for roots*”, *Commun. Soil Sci Plant Anal.* 33 (5&6) (2002), pp. 821-830
 [7] D. SAMAL, J.L. KOVAR, B. STEINGROBE, U.S. SADANA, P.S. BHADORIA AND N. CLAASSEN. “*Potassium uptake efficiency and dynamics in the rhizosphere of maize (Zea mays L.), wheat (Triticum aestivum L.), and sugar beet (Beta vulgaris L.) evaluated with a mechanistic model*”, *Plant Soil*, 332 (2010), pp. 105-121

Apéndice I. El radio del rizocilindro $R(t)$ es obtenido a partir de considerar la igualdad entre el volumen de suelo disponible a las raíces al tiempo t y el volumen de suelo total disponible al tiempo t :

$$V_{\text{suelo}}(t) - V_{\text{raíces}}(t) = V_{\text{suelo total disponible}}(t) \Leftrightarrow \pi R^2(t)\ell(t) - \pi s_0^2 \ell(t) = A_{\text{suelo}} z(t) \Leftrightarrow R(t) = \sqrt{\frac{A_{\text{suelo}} z(t)}{\pi \ell(t)} + s_0^2}$$

Apéndice II. Considerando la variación de volumen ocupado por el sistema radical en un cierto diferencial de tiempo dt , el mismo está dado por $dV = A_{\text{suelo}} v_z(t) dt$. Luego, el número de iones incorporado a este diferencial de volumen es $dN = C_0 dV$. Finalmente la variación de concentración C_f (incorporación de iones), suponiendo $z(t) = z_0 + k_z t$, es:

$$dC_f = \frac{dN}{V(t)} = \frac{C_0 A_{\text{suelo}} k_z dt}{A_{\text{suelo}} z(t)} \Rightarrow \frac{dC_f}{dt} = C_0 \frac{k_z}{z(t)}$$