

UN ANÁLISIS DE LA PRECISIÓN Y EFECTIVIDAD DE FÓRMULAS DE TOMA DE NUTRIENTES POR RAÍCES DE CULTIVOS

J. L. Blengino Albrieu^a, J.C. Reginato^a y D.A. Tarzia^b

^a*Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químicas Y Naturales, Universidad Nacional de Río Cuarto*

^b*Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Empresariales, Universidad Austral; CONICET; Rosario*

Resumen: Para calcular la toma de nutrientes por parte de un sistema radical creciendo, del cual se conocen los influjos sobre la superficie de la raíz, se utilizan las fórmulas dadas por Barber-Claassen Agronomy J., 68 (1976), pp. 961-964, Cushman Soil Sci. Soc. Am J, 43(1979), pp. 1087-1090 y Reginato Tarzia Comm. in Soil Sci and Plant An, 33(5&6)(2002), pp. 821-830. En este trabajo se presenta una versión simplificada de nuestra fórmula (Reginato, Tarzia, Comm. in Soil Sci and Plant An, 33(5&6)(2002), pp. 821-830) y se realiza una comparación de todas las fórmulas y su convergencia ante un mismo grupo de datos de influjos para el mismo sistema radical. También se analiza la congruencia de las fórmulas de toma al particionar el intervalo de tiempo en dos o más dominios para la integración y se aplicaran a influjos obtenidos por modelos de frontera móvil para la toma de P en baja y alta disponibilidad por maní. Del análisis realizado se concluye que la mejor aproximación a la realidad es la dada en el presente trabajo, con el aditamento de que se puede generalizar para el caso de influjos diferentes en el sistema radical (caso bi o tridimensional).

Palabras clave: *Toma de nutrientes, integrales, frontera móvil*

2000 AMS Subject Classification: 65G99 - 92F05

1. INTRODUCCIÓN

Las simulaciones de transporte y toma de nutrientes por parte de raíces de cultivos generan una serie de datos de influjos en la interfase suelo-raíz. A partir de esos influjos la toma se calcula mediante una integral. Las fórmulas usadas para estas integrales son las dadas por Claasen-Barber [1]

$$U_{CB}(t_i, t_f) = 2\pi s_0 \left(l_0 \int_{t_i}^{t_f} J(t) dt + \int_{t_i}^{t_f} \left[\int_{t_i}^{\tau} J(t) dt \right] \dot{l}(\tau) d\tau \right), \quad (1)$$

Cushman [2]

$$U_C(t_i, t_f) = 2\pi s_0 \left(l_0 \int_{t_i}^{t_f} J(t) dt + \int_{t_i}^{t_f} \left[\int_{t_i}^{t_f - \tau} J(t) dt \right] \dot{l}(\tau) d\tau \right), \quad (2)$$

y Reginato-Tarzia [4]

$$U_{RT}(t_i, t_f) = 2\pi s_0 \left(l_0 \int_{t_i}^{t_f} J(t) dt + \int_{t_i}^{t_f} \left[\int_{\tau}^{t_f} J(t) dt \right] \dot{l}(\tau) d\tau \right). \quad (3)$$

donde t_i y t_f son los tiempos inicial y final respectivamente, s_0 es el radio de la raíz, l_0 es la longitud inicial de raíz, $J(t)$ es el influjo en la raíz a tiempo t y $\dot{l}(\tau)$ es la velocidad de crecimiento de la raíz a tiempo τ .

2. MODELO

Partiremos de principios físicos básicos para obtener la nueva fórmula de toma. El influjo $J(t)$ es la cantidad de nutrientes por unidad de área y de tiempo que toma la raíz. Es decir que si multiplicamos $J(t)$ por el área lateral de la raíz obtenemos la cantidad de nutrientes por unidad de tiempo que toma la raíz, integrando esto en el tiempo obtenemos la fórmula propuesta

$$U_P(t_i, t_f) = 2\pi s_0 \int_{t_i}^{t_f} J(t) l(t) dt, \quad (4)$$

donde $l(t)$ es el largo de la raíz a tiempo t .

3. COMPARACIÓN

La fórmula (3) puede reducirse a la fórmula (4) con una integración por partes. Sin embargo cuando se considera el siguiente balance de masas

$$U(t_i, t_f) = U(t_i, T) + U(T, t_f), \quad (5)$$

donde $t_i < T < t_f$ y U es cualquiera de las fórmulas de toma anteriores, solo la fórmula (4) lo cumple trivialmente. Las otras fórmulas dan como resultado:

$$\begin{aligned} U_{CB}(t_i, T) + U_{CB}(T, t_f) &= 2\pi s_0 \left(l_0 \int_{t_i}^T J(t) dt + \int_{t_i}^T \left[\int_{t_i}^{\tau} J(t) dt \right] \dot{i}(\tau) d\tau \right) + \\ & 2\pi s_0 \left(l_0 \int_T^{t_f} J(t) dt + \int_T^{t_f} \left[\int_T^{\tau} J(t) dt \right] \dot{i}(\tau) d\tau \right) \\ U_{CB}(t_i, T) + U_{CB}(T, t_f) &= 2\pi s_0 \left(l_0 \int_{t_i}^{t_f} J(t) dt + \int_{t_i}^T \left[\int_{t_i}^{\tau} J(t) dt \right] \dot{i}(\tau) d\tau \right. \\ & \left. + \int_T^{t_f} \left[\int_T^{\tau} J(t) dt \right] \dot{i}(\tau) d\tau \right) \\ U_{CB}(t_i, T) + U_{CB}(T, t_f) &\neq U_{CB}(t_i, t_f) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} U_C(t_i, T) + U_C(T, t_f) &= 2\pi s_0 \left(l_0 \int_{t_i}^{t_f} J(t) dt + \int_{t_i}^T \left[\int_{t_i}^{T-\tau} J(t) dt \right] \dot{i}(\tau) d\tau \right. \\ & \left. + \int_T^{t_f} \left[\int_T^{t_f-\tau} J(t) dt \right] \dot{i}(\tau) d\tau \right) \\ U_C(t_i, T) + U_C(T, t_f) &\neq U_C(t_i, t_f) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} U_{RT}(t_i, T) + U_{RT}(T, t_f) &= 2\pi s_0 \left(l_0 \int_{t_i}^{t_f} J(t) dt + \int_{t_i}^T \left[\int_{\tau}^T J(t) dt \right] \dot{i}(\tau) d\tau \right. \\ & \left. + \int_T^{t_f} \left[\int_{\tau}^{t_f} J(t) dt \right] \dot{i}(\tau) d\tau \right) \\ U_{RT}(t_i, T) + U_{RT}(T, t_f) &\neq U_{RT}(t_i, t_f) \end{aligned} \quad (8)$$

4. RESULTADOS

Todos los resultados corresponden a dos simulaciones de transporte de nutrientes, acoplados con crecimiento de raíces, realizadas con el modelo de Reginato [3] para datos experimentales extraídos de Singh [5] para concentraciones de alta y baja disponibilidad. Para los cálculos de las integrales se implementaron algoritmos en C. Por simplicidad a partir de aquí el intervalo de simulación será denotado como $[0, T] \equiv [0, 72 \text{ días}]$.

En la Figura 1 se observa la evolución de la toma acumulada en el tiempo para las cuatro fórmulas. En el caso de baja disponibilidad se observa que las fórmulas (3) y (4) coinciden en todo el intervalo de tiempos, mientras que las fórmulas (1) y (2) se separan a partir de los 20 días. En el caso de alta disponibilidad solo la fórmula (1) difiere del resto.

En la Figura 2 se observa la variación del balance de masas (5) para las cuatro fórmulas en función del tiempo. Nótese que solo la fórmula (4) se mantiene como una línea recta, las demás presentan variaciones. Los valores a $t = 0$, y $t = T$ representan la toma total acumulada.

En la Figura 3 se observa la convergencia en los cálculos de toma total en función de la cantidad de puntos que se utilizan para el cálculo de las integrales tomando como verdadero el valor dado por la utilización de todos los puntos de las simulaciones. Nótese que para lograr una precisión de dos cifras es necesario contar con al menos 100 puntos.

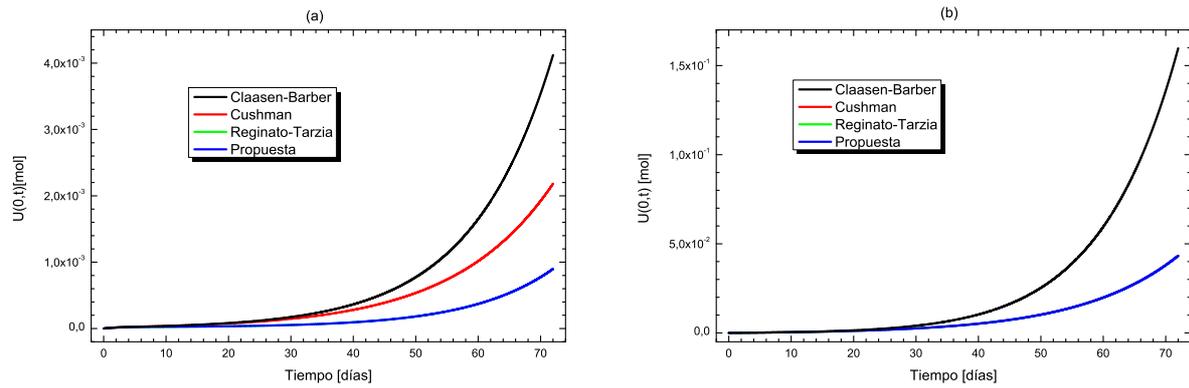


Figura 1: Gráficos de la toma acumulada (fórmulas (1), (2), (3) y (4)) versus el tiempo para las tomas de los cuatro modelos. En el recuadro (a) para el caso de baja disponibilidad y en el recuadro (b) para el caso de alta disponibilidad.

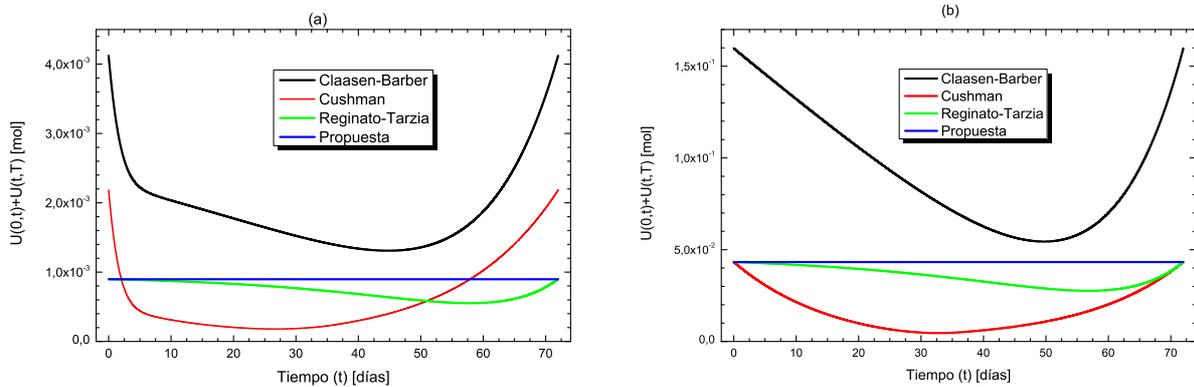


Figura 2: Gráficos de la fórmula (5) versus el tiempo para las tomas de los cuatro modelos. En el recuadro (a) para el caso de baja disponibilidad y en el recuadro (b) para el caso de alta disponibilidad.

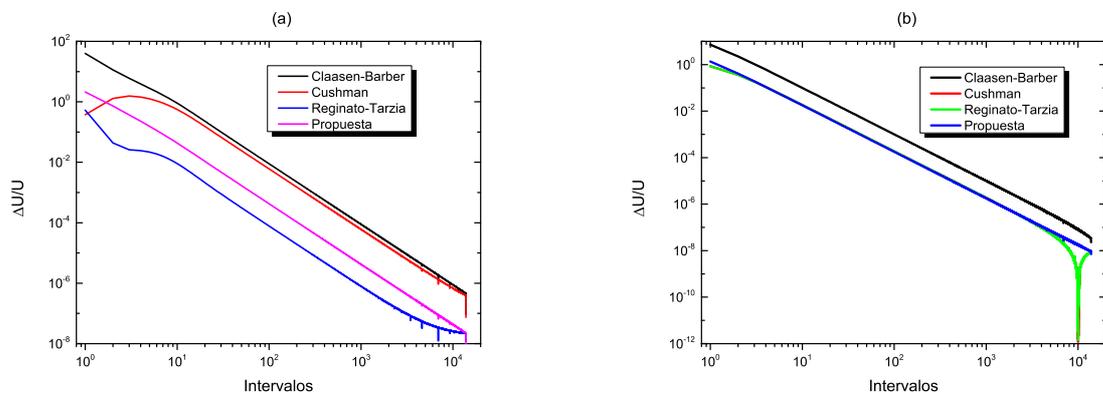


Figura 3: Convergencia de las tomas $U(0, T)$ versus el número de datos para las cuatro fórmulas. En el recuadro (a) para el caso de baja disponibilidad y en el recuadro (b) para el caso de alta disponibilidad.

5. CONCLUSIONES

Del balance de masas realizado se puede concluir que la fórmula de toma de nutrientes que conserva la masa es la función propuesta U_P . También se puede observar que la fórmula (3) no presenta diferencias en el desarrollo de la masa acumulada en el tiempo, independientemente de la disponibilidad, con la fórmula propuesta. En el caso de alta disponibilidad la fórmula (2) también se acerca a la propuesta. La convergencia difiere en el régimen de alta o de baja disponibilidad debido a las diferencias en los flujos. En el régimen de alta disponibilidad los flujos son casi constantes mientras que en el régimen de baja disponibilidad los flujos presentan variaciones con las concentraciones.

REFERENCIAS

- [1] N. CLAASEN AND S.A. BARBER, *Simulation model for nutrient uptake from soil by a growing plant root system*, Agronomy J., 68 (1976), pp. 961-964.
- [2] J. H. CUSHMAN, *An analytical solution to solute transport near root surfaces for low initial concentration: I equation development*, Soil Sci. Soc. Am J, 43(1979), pp. 1087-1090.
- [3] J.C. REGINATO, M.C. PALUMBO, D.A. TARZIA, CH.I. BERNARDO, AND I.S. MORENO, *Modelling nutrient uptake using a moving boundary approach. Comparison with the barber-cushman model*, Soil Sci. Soc. Am J, 64(2000), pp. 1363-1367.
- [4] J.C. REGINATO AND D.A. TARZIA, *An alternative formula to compute the nutrient uptake*, Comm. in Soil Sci and Plant An, 33(5&6)(2002), pp. 821-830.
- [5] SATNAM SINGH, P.B.S. BHADORIA, AND AMITAVA RAKSHIT, *Simulation of phosphorus uptake by peanut in low phosphorus supplying soil*, Ital. J. Agron, 7(2003), pp. 65-71.